АКАДЕМИЯ НАУК СССР

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Том V

9

1960

ИЗДАТЕЛЬСТВО АКАДЕМИИ НАУК СССР

Главный редактор В. А. КОТЕЛЬНИКОВ

Заместители гл. редактора: Д. В. ЗЕРНОВ, Ю. Б. КОБЗАРЕВ

Редакционная коллегия:

А. И. БЕРГ, Б. А. ВВЕДЕНСКИЙ, И. С. ГОНОРОВСКИЙ, В. Л. ГРАНОВСКИЙ, Л. А. ЖЕКУЛИН Н. Д. ДЕВЯТКОВ, Л. Н. ДОБРЕЦОВ, А. Ф. ИОФФЕ, А. Н. КАЗАНЦЕВ, С. Г. КАЛАШНИКОВ, П. Л. КАПИЦА, В. В. МИГУЛИН, А. Л. МИКАЭЛЯН, А. А. ПИСТОЛЬКОРС, А. М. ПРОХОРОВ, С. М. РЫТОВ, В. И. СИФОРОВ, Я. Н. ФЕЛЬД, С. Э. ХАЙКИН, Б. М. ЦАРЕВ

Ученый секретарь редакции Г. А. БЕРНАШЕВСКИЙ

РАДИОТЕХНИКА
И
ЭЛЕКТРОНИКА

Том V СЕНТЯБРЬ, 1960 **Вып. 9**

СОДЕРЖАНИЕ

Чихачев Б. М. Осцилляции рефракции радиоволн, излучаемых Солнцем . . 1359

Родак М. И. О рассеянии немонохроматического излучения на блуждающих неоднородностях 1370

Каганов В. И., Немировский Н. С. Действие помех на систему частотной автоподстройки частоты. Ч. I 1380

Шеманаев Г. Д., Иванова Е. Н. Захватывание двухконтурного автогенератора 1387

Гандит В. Л., Тартаковский Л. Б. Излучение зеркальной антенны в области тени 1398

Кинбер Б. Е. Условие затенения и дифракционная поправка к распределению тока 1407

Штейн Н. И. Влияние паразитных параметров электрической модели волновода на точность решения задачи распределения поля 1417

Ковтун Н. М. Распространение электромагнитных волн в волноводах сложной формы поперечного сечения, содержащих поперечно намагниченную ферритовую пластину 1426

Днестровский Ю. Н., Костомаров Д. П. Электромагнитное излучение при пролете пучка заряженных частиц мимо волновода с бесконечным фланцем 1431

Лисовский Л. П. Экспериментальное изучение ламп с обратной волной с неоднородной замедляющей системой 1442

Лошаков Л. Н. К теории электронного прибора СВЧ с взаимодействием в поперечном направлении 1448

Юрьев В. И. Взаимодействие потока электронов с диэлектрической замедляющей структурой 1458

Игрицкий А. Л. Влияние разброса параметров периодического фокусирующего устройства на фокусировку электронного пучка в ЛБВ 1467

Берковский А. Г., Польский В. Г. Исследование временной разрешающей способности фотоэлектронных умножителей методом осциллографирования 1475

Переводчиков В. И., Кузнецов Е. П. О возможности использования фотосопротивлений из сернистого германия в качестве мишеней передающих телевизионных трубок 1478

Брейтман В. М. Примеры практических расчетов электронных (ионных) оптических систем с учетом пространственного заряда посредством моделирования в трехмерном электролите 1484

Кучеренко Е. Т., Демьяненко В. П., Тальнова Г. Н. Влияние ионной бомбардировки на электронную эмиссию оксидного и бористого катодов 1493

Кирсанова Т. С., Сахаров И. Е. Работа выхода тонких пленок окиси бария на молибденовой подложке 1500

Васильева И. А., Грановский В. Л., Черноволенко А. Ф. Новые данные о влиянии магнитного поля на уход ионов из плазмы в гелии и аргоне 1508

Гужова С. К., Сыргий А. С. Исследование деионизации разреженного газа в магнитном поле СВЧ-методом 1516

Сыргий А. С., Грановский В. Л. Скорость деионизации разреженного гелия в магнитном поле. Ч. II 1522

Агаханян Т. М. Переходные характеристики элементов *Т*-образной эквивалентной схемы для дрейфового триода 1531

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

Фалькович С. Е. Оптимальное обнаружение сигналов на фоне помех неизвестной интенсивности 1539

Скрипник Ю. А. Нулевой модуляционный метод измерения разности фаз в широком диапазоне частот 1542

Сэм М. Ф. Волноводные свойства двухспиральной замедляющей системы для одного частного случая 1543
Давидчевский Ю. И., Минкович Б. М., Калинин В. А. Об антеннах с квазиоптимальным раскрывом 1545
Ломизе Л. Г. К вопросу о переходном и тормозном излучениях в волноводных системах 1546
Гришаев И. А., Зыков А. И., Кононенко С. Г. Согласование диафрагмированного волновода 1549
Бондаренко Б. В., Ермаков С. В., Царев Б. М. Термоэлектронные свойства танталатов щелочноземельных металлов 1553

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

Бункин Ф. В. О свойствах огибающей стационарного случайного процесса 1555

Адрес редакции: Москва, К—9, Моховая, 11, Институт радиотехники и электроники АН СССР, редакция журнала «Радиотехника и электроника»

Технический редактор *Т. А. Аверкиева*

Т-11266 Подписано к печати. 9/IX 1960 г. Тираж 5500 экз. Зак. 733
Формат бумаги 70×108¹/₁₆ Бум. л. 6¼ Печ. л. 17,12 + 1 вкл. Уч.-изд. л. 18,4

2-я типография Издательства АН СССР. Москва, Г-99, Шубинский пер., 10

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
1960 № 9

ОСЦИЛЛЯЦИИ РЕФРАКЦИИ РАДИОВОЛН, ИЗЛУЧАЕМЫХ СОЛНЦЕМ

Б. М. Чихачев

Экспериментально обнаружена периодически меняющаяся с аглом места ионосферная рефракция радиоволн длиной 1,5 и 2 *м* при радиоустрономических наблюдениях восхода Солнца. Установлена связь этого явления с радиоизлучающей группой солнечных пятен. Определены величины пространственного периода волн электронной концентрации в ионосфере и скорости их перемещения вдоль земной поверхности. Сделан вывод о тождественности этих волн с целлюлярными волнами в ионосфере. Указаны возможные новые свойства целлюлярных волн, тесно связывающие их возникновение и существование с активными процессами на Солнце.

1. ОСЦИЛЛЯЦИИ РЕФРАКЦИИ

В 1949 г. были проведены длительные радиоастрономические наблюдения Солнца с целью изучения радиоизлучения групп солнечных пятен. Результаты наблюдений изложены в работе [1]. Одновременно оказалось возможным определить величины вертикальной рефракции радиоволн при прохождении их через всю толщу земной атмосферы. Наблюдения на двух волнах, длиной 1,5 и 2 *м*, позволили разделить тропосферную и ионосферную составляющие рефракции, поскольку тропосферная рефракция радиоволн не зависит от длины волны, а ионосферная рефракция пропорциональна квадрату длины волны. При этом было обнаружено замечательное явление периодического изменения ионосферной рефракции радиоволн с равномерным изменением зенитного расстояния Солнца.

Как указано в [1], наблюдения проводились на Южном берегу Крыма на морских радиоинтерферометрах при ширине интерференционного лепестка диаграммы направленности антенны 8′,6 на волне 1,5 *м* и 11′,5 на волне 2 *м*. Наблюдения проводились только во время восхода и захода Солнца за морской горизонт, для чего антенны поворачивались по азимуту. Поскольку угловой размер Солнца значительно больше ширины интерференционных лепестков, радиоизлучение спокойного Солнца не создавало интерференционной картины, регистрируемой в выходных цепях радиоприемников. Наоборот, радиоизлучение солнечных пятен, исходящее из областей, угловые размеры которых меньше ширины интерференционного лепестка, создавало отчетливую интерференционную картину.

Замечая моменты времени появления минимумов интенсивности принимаемого радиоизлучения на интерференционной записи, можно для каждого из них вычислить зенитное расстояние $z_\odot$ центра Солнца. С другой стороны, для каждого из этих минимумов можно рассчитать зенитное расстояние z_p направления прихода радиоволн, зная длину волны и высоту антенны над уровнем моря. Разность $z_\odot - z_p$, найденная для каждого минимума интерференционной записи, определяет кривую $z_\odot - z_p = f(z_\odot)$, содержащую рефракцию и смещение по зенитному углу

положения радиоизлучающего солнечного пятна по отношению к центру Солнца.

Пример двух таких кривых для одновременного наблюдения на волнах 1,5 *м* (пунктир) и 2 *м* (сплошная линия с кружками) приведен на рис. 1. Наименьшее зенитное расстояние, при котором интерференционная установка работает без искажений, определяется углом, при котором ближний к антенне край части морской поверхности, отражающей радиоволны, участвующие в интерференции (передняя граница первой зоны Френеля), касается берега моря. На рис. 1, 2 и 3 этот угол для волны 1,5 *м* указан вертикальным пунктиром, а для волны 2 *м* вертикальной сплошной линией. В последнем случае он меньше 83°. Точность измерения разности $z_\odot - z_p$ была не хуже 2′. Практическое совпадение кривых для волн 1,5 и 2 *м* на рис. 1 при $z_\odot > 87°$ указывает на наличие тропосферной рефракции и на одинаковое положение источника радиоизлучения на Солнце для этих волн. Этот вывод подтверждается тем, что такое совпадение было обнаружено в большинстве проведенных наблюдений на всем протяжении кривых $z_\odot - z_p = f(z_\odot)$, вне зависимости от положения источника радиоизлучения на диске Солнца.

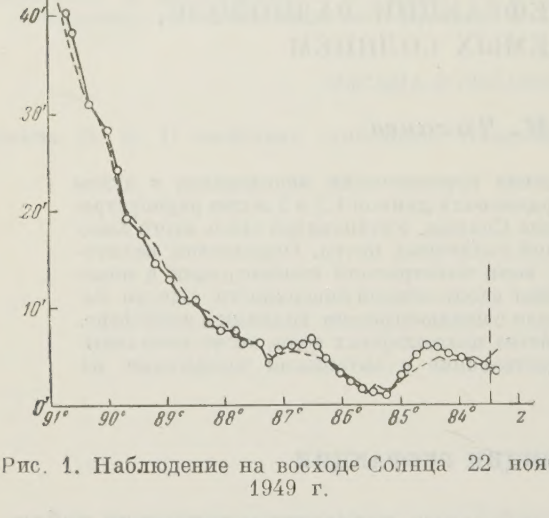


Рис. 1. Наблюдение на восходе Солнца 22 ноября 1949 г.

В некоторых случаях, однако, кривые $z_\odot - z_p = f(z_\odot)$ оказались резко отличными по форме от кривых рис. 1. Пример таких кривых, также для одновременного наблюдения на волнах 1,5 и 2 *м* (пунктир и сплошная кривая с кружками соответственно) приведен на рис. 2. Впервые такие кривые были обнаружены Б. Н. Горожанкиным и автором. В кривых явно выражено периодическое изменение разности $z_\odot - z_p$ с величиной периода от 1,5 до 3°, но чаще всего около 2° для всех наблюденных случаев. Амплитуда изменения для волны 2 *м* во всех случаях была примерно в 1,8 раза больше амплитуды на волне 1,5 *м*, что, с точностью до ошибок наблюдений, совпадает с величиной отношения квадратов этих длин волн.

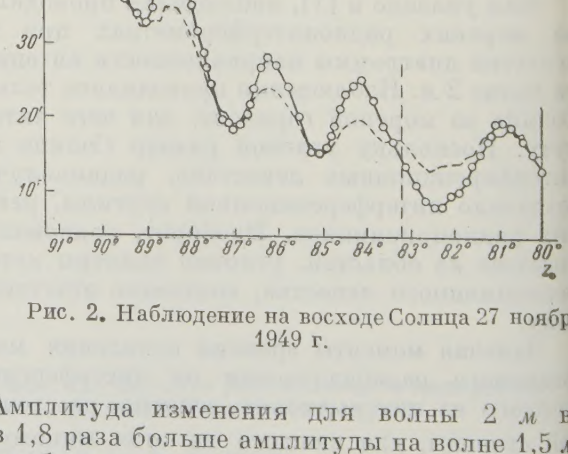


Рис. 2. Наблюдение на восходе Солнца 27 ноября 1949 г.

Периодические изменения рефракции (осцилляции рефракции) были обнаружены только при наблюдениях восходов Солнца из-за моря; они ни разу не были обнаружены при наблюдениях заходов Солнца даж

ря дня, в которые амплитуда их на восходе была наибольшей. Всего в последние три месяца 1960 г. было получено 25 кривых $z_0 - z_y = f(z_0)$ на восходах Солнца и 40 кривых на восходах. В 22 кривых на восходах были обнаружены осцилляции рефракции.

Максимальная наблюденная величина осцилляций рефракции (удвоенная амплитуда) была равна 2′ на волне 2 м и 11′ на волне 1,5 м. Чаще всего осцилляции увеличивали разность $z_0 - z_y$, как это имеет место на рис. 2. Однако наблюдались случаи, когда осцилляции меняли разность $z_0 - z_y$ в обе стороны от кривой плавного хода, обусловленного регулярной рефракцией, а также случаи, когда осцилляции только уменьшали разность $z_0 - z_y$. Так, например, на восходе Солнца 1 декабря 1960 г. (рис. 3) наблюдались осцилляции рефракции с максимальной амплитудой, изменявшие разность $z_0 - z_y$ в сторону ее уменьшения. В это время радиоизлучающая группа солнечных пятен находилась близко к восточному краю диска Солнца (см. рис. 7 в работе [1]). Вообще было замечено, что осцилляции рефракции меняли разность $z_0 - z_y$ в обе стороны в тех случаях, когда соответствующая радиоизлучающая группа пятен находилась несколько выше центра Солнца, меньшали эту разность, когда группа пятен была еще выше этого места, и увеличивали ее, когда группа пятен располагалась ниже этого места на Солнце.

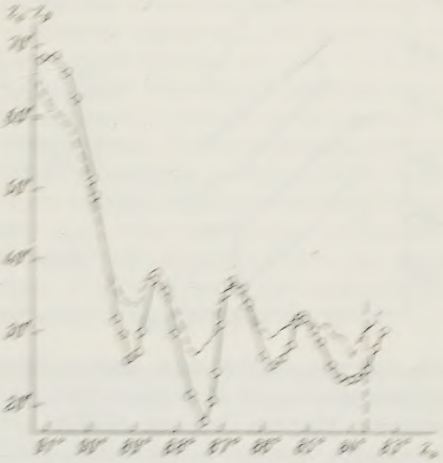


Рис. 3. Наблюдение на восходе Солнца 1 декабря 1960 г.

Часто случалось, что осцилляции начинались не сразу после начала наблюдений. Так, на рис. 2 осцилляции замечены

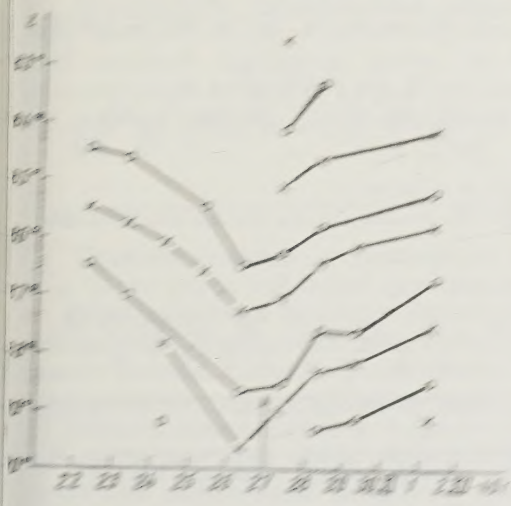


Рис. 6. Изменение зенитных углов Солнца, соответствующих максимальным и минимальным значениям осциллирующей рефракции радиоволн, за 10 дней наблюдений радиоизлучения одной и той же группы солнечных пятен

лишь при $z_0 < 30°$, а на рис. 1 при $z_0 < 25°$. Однако столь же часто осцилляции начинались сразу после восхода Солнца, как, например, на рис. 3.

Обычно осцилляции имели место в течение нескольких соседних дней, при этом зенитные углы максимумов и минимумов осцилляций мало менялись изо дня в день. На рис. 6 показано такое изменение для периода

времени, в течение которого наблюдалось радиоизлучение одной и той же группы солнечных пятен. Кружки соответствуют максимальным значениям рефракции, крестики — минимальным значениям. Для волн 1,5 и 2 *м* эти зенитные углы одинаковы. Вертикальная линия со стрелкой указывает время прохождения группой центрального меридиана Солнца.

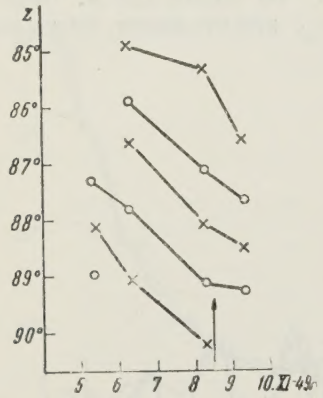


Рис. 5. Изменение зенитных углов Солнца, соответствующих максимальным и минимальным значениям осциллирующей рефракции радиоволн, за 5 дней наблюдений радиоизлучения группы солнечных пятен № 382 по нумерации ТАО за 1949 г. и № 10087 по нумерации ОМВ

Эта группа солнечных пятен имеет № 405 по нумерации Ташкентской астрономической обсерватории за 1949 г. и № 10119 по нумерации Обсерватории Маунт Вилсон (США). Эта группа пятен прошла центральный меридиан Солнца 27 декабря 1949 г. и относительно времени, близкого к этой дате, рис. 4 обнаруживает симметрию: зенитные углы увеличиваются до этого времени и уменьшаются после. Такой же график для другой

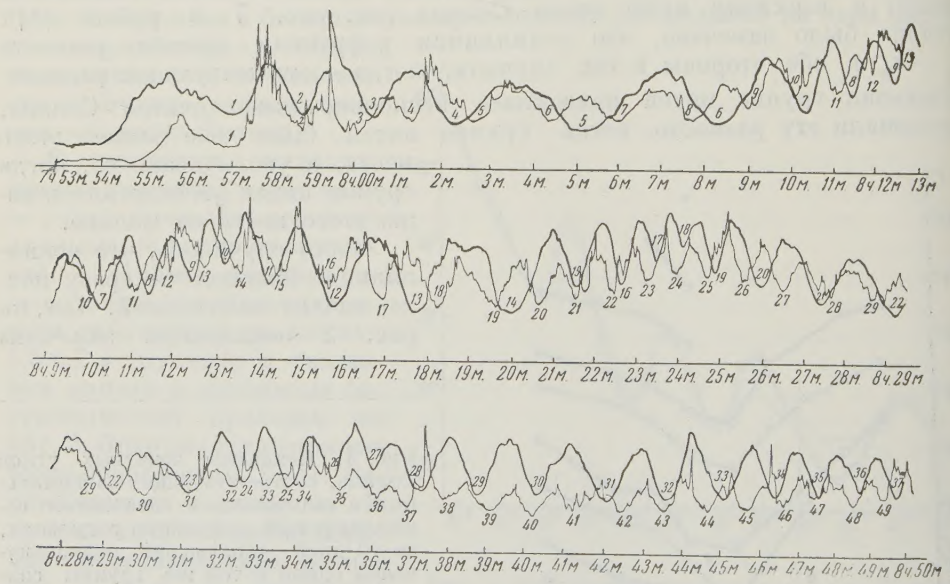


Рис. 6. Интерференционная запись радиоизлучения группы солнечных пятен № 405 (ТАО за 1949 г.) при наблюдении на восходе Солнца 1 декабря 1949 г.

группы солнечных пятен приведен на рис. 5. Зенитные углы одинаковы для волн 1,5 и 2 *м*. Вертикальная линия со стрелкой указывает время прохождения группой центрального меридиана Солнца. Интенсивность радиоизлучения этой группы резко уменьшилась вскоре после прохождения ею центрального меридиана, и, начиная с 10 ноября 1949 г., было зарегистрировано его отсутствие (исчезновение интерференционной картины).

Одновременно с осцилляциями рефракции обычно имело место периодическое изменение мощности принимаемого сигнала с тем же периодом, что и для рефракции, как это видно из рис. 6. Лента с записью разрезана на 3 части: начало расположено вверху, конец внизу. На горизонтальной оси отложено время 3-го пояса с метками через каждую минуту. По вертикали отложена интенсивность принимаемого радиоизлучения: жирная кривая для волны 2 *м*, тонкая — для волны 1,5 *м*. Минимумы интерференционной записи перенумерованы, начиная от восхода Солнца, для каждой волны отдельно. Видно периодическое изменение расстояния между двумя соседними минимумами с течением времени, что вызвано осцилляцией рефракции, изображенной для этой записи на рис. 3. В средней части ленты отчетливо видно периодическое изменение интенсивности принимаемого радиоизлучения на обеих волнах с течением времени с периодом, равным периоду осцилляции рефракции. Кривые периодического изменения рефракции и мощности сигнала сдвинуты между собой по фазе приблизительно на четверть периода осцилляции, причем максимум мощности наступает раньше (при большем $z_\odot$), чем максимум рефракции.

При максимальной величине осцилляции рефракции амплитуда периодического изменения мощности сигнала в минимумах интерференционной кривой составляла 24% от средней величины сигнала на волне 1,5 *м* и 42% на волне 2 *м*.

Периодические изменения мощности принимаемого сигнала с тем же периодом иногда наблюдались на восходе Солнца в те дни, когда интерференционная картина на записи не обнаруживалась и, следовательно, на видимой стороне Солнца не существовало группы пятен, дающих заметное радиоизлучение.

Позднее, чем в настоящей работе, кривые осцилляции рефракции наблюдались на восходах радиозвезд [2]. Периоды осцилляций близки к полученным в настоящей работе; максимальная величина рефракции равнялась 20′ на волне 4 *м*.

2. ВОЛНЫ ЭЛЕКТРОННОЙ КОНЦЕНТРАЦИИ

Исключение тропосферной рефракции и разности зенитных расстояний центра Солнца и радиоизлучающей области, связанной с определенной группой солнечных пятен, из кривой $z_\odot - z_p = f(z_\odot)$ дает кривую ионосферной осциллирующей рефракции. В первом приближении ее форму можно считать синусоидальной и представить выражением

$$\rho = \rho_0 + \rho_1 \sin\left(\psi - 2\pi \frac{z_\odot}{z_T}\right). \qquad (1)$$

Главное отличие от синусоиды заключается в том, что величины ρ_0 и ρ_1 часто очень различны для соседних периодов. При этом всегда $|\rho_0| \leqslant \rho_1$, и равенство этих величин имеет место чаще, чем неравенство. Кривые осцилляций рефракции для волн 1,5 и 2 *м* при одновременном наблюдении восхода Солнца различаются лишь величинами ρ_0 и ρ_1, которые оказываются пропорциональными квадрату длины волны. Величины z_T (период осцилляции) и ψ (фаза осцилляции) оказываются одинаковыми для обеих длин волн. Из этого факта вместе с наблюдавшимся периодическим изменением мощности принимаемого сигнала следует, что приходящие от Солнца радиоволны испытывают рефракцию в пространстве, содержащем свободные электроны, концентрация которых имеет периодическое пространственное распределение. Геометрические масштабы периодической структуры электронной концентрации должны быть большими, и саму структуру можно считать стационарной за время наблюдения порядка одного часа. С течением времени, при восходе Солнца, путь распространения радиоволн, приходящих к антенне, перемещается в

электронной структуре, проходя попеременно через области то с максимальной, то с минимальной электронной концентрацией. Это вызывает периодическое изменение рефракции. Вместе с тем такая структура обладает фокусирующими свойствами, попеременно то рассеивая, то фокусируя радиоволны. Это приводит к периодическому изменению плотности потока радиоизлучения в месте приема.

В ионосфере такая структура должна иметь горизонтальные градиенты электронной концентрации. Схематически это изображено на рис. 7. Падающие на слой плоские радиоволны претерпевают рефракцию и фокусируются. $D \simeq \sqrt{2Rh}$ — расстояние от слоя до места наблюдения, R — радиус Земли, h — высота слоя над Землей, s — текущая координата слоя в направлении, перпендикулярном к горизонту и к лучу зрения, проходящему через слой из места наблюдения, l — видимая из места наблюдения «длина волны» периодической структуры электронной концентрации в слое.

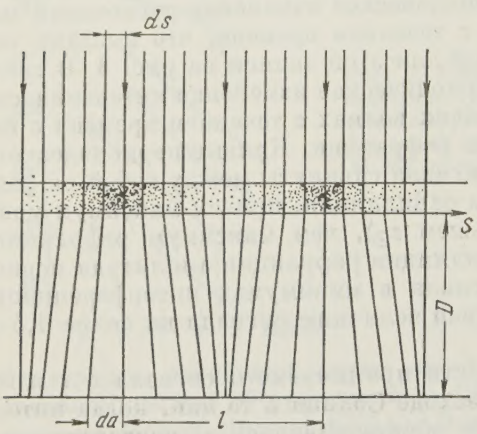


Рис. 7. Схематическое изображение ионосферного слоя с периодической электронной концентрацией

Будем считать, что волны электронной концентрации вытянуты параллельно горизонту. Поток энергии радиоизлучения источника, проходящий через площадку шириной ds над слоем ионосферы, пройдет через площадку шириной $da = ds + Dd\rho$ на Земле. Поэтому плотность потока радиоизлучения, а вместе с ней и мощность принимаемого сигнала, будет в месте приема пропорциональна величине

$$\frac{ds}{da} = \frac{1}{1 + D\frac{d\rho}{ds}} = \frac{1}{1 - 2\pi\rho_1 \frac{D}{l}\cos\left(\psi - 2\pi\frac{z_\odot}{z_T}\right)}, \qquad (2)$$

если в формуле (1) положить $s = Az_\odot$ и $l = Az_T$.

Сравнение формул (1) и (2) показывает, что максимум мощности принимаемого сигнала наступает при $z_\odot$, на четверть периода осцилляции большем того, при котором имеет место максимум рефракции, как это и наблюдалось в действительности. Более того, формула (2) позволяет определить угловой период распределения электронной концентрации в слое по изменению мощности принимаемого сигнала. Из формулы (2) имеем

$$M = \frac{I_{\text{макс}} - I_{\text{мин}}}{I_{\text{макс}} + I_{\text{мин}}} = 2\pi\rho_1 \frac{D}{l}, \qquad (3)$$

где $I_{\text{макс}}$ и $I_{\text{мин}}$ — соответственно максимальная и минимальная величины мощности принимаемого сигнала, наблюдаемые в течение одного периода осцилляции. Отношение l/D, найденное из формулы (3), представляет собой угол, под которым с места наблюдения должно быть видно расстояние между соседними максимумами (или минимумами) электронной концентрации в слое. Определение этого угла для трех дней наблюдений на восходах Солнца приведено в таблице.

В этой таблице M — величина левой части равенства (3), измеренная по наблюденным значениям мощности принимаемого сигнала, ρ_1 — амплитуда осцилляции рефракции, l/D — искомый угол, z_T — период кри-

Дата наблюдения. 1959 г.	λ, *м*	M	ρ_1, *мин*	l/D, *град*	z_T, *град*	Δt, *град*	v, *км/час*	L, *км*
8 ноября	1,5	0,067	2,7	4,2	2,2	4	875	490
	2	0,13	5	4,0	2,2	4	790	465
27 ноября	1,5	0,16	4,8	3,2	2,0	3,9	540	370
	2	0,22	9	4,3	2,0	3,9	1030	500
1 декабря	1,5	0,16	5,5	3,6	1,7	3,2	1040	420
	2	0,31	10	3,4	1,7	3,2	930	395

вой осцилляции рефракции, а Δt — изменение часового угла Солнца за время, в течение которого рефракция претерпевает один полный период осцилляции.

При определении угла l/D наибольшая ошибка вносится из-за неточного знания величины M. Формула (2) получена для случая падения плоской волны на рефрагирующий слой, т. е. в предположении бесконечно малых угловых размеров источника радиоизлучения. Однако диаметр Солнца для волн 1,5 и 2 *м* равен 40′ (эти волны излучает солнечная корона), что лишь в 5 раз меньше величин l/D, приведенных в таблице. Это обстоятельство уменьшает величину M для Солнца примерно на 10% по сравнению с точечным источником.

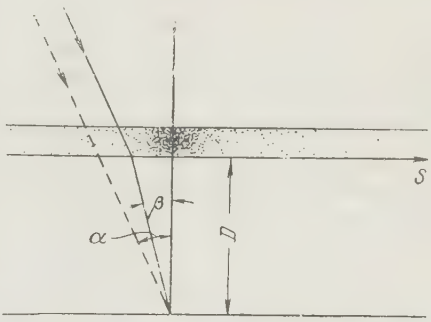


Рис. 8. Ход лучей, проходящих через ионосферный слой, от источника радиоизлучения, имеющего конечные угловые размеры

Области радиоизлучения солнечных пятен имеют угловые размеры порядка нескольких минут, так что для них формулу (2) можно считать точной. Однако видимые угловые размеры этих областей меняются вследствие фокусирующего действия слоя, что влияет на четкость интерференционной картины, регистрируемой в выходных цепях радиоинтерферометров, поскольку угловые размеры областей и интерференционных лепестков диаграмм направленности антенн близки между собой. Если угловой размер источника радиоизлучения есть α, а видимый угловой размер его равен β (см. рис. 8), то между ними существует соотношение

$$\beta = \alpha - \frac{d\rho}{ds} D\beta. \qquad (4)$$

Следовательно, отношение β/α равно правой части равенства (2), т. е. видимый угловой размер источника радиоизлучения меняется так же, как и плотность потока радиоизлучения его в месте приема.

На рис. 8 разность $\alpha - \beta$ равна градиенту рефракции $d\rho/ds$ вдоль слоя, умноженному на расстояние в слое, равное $D\beta$, между лучами, выходящими из двух крайних точек источника и приходящими в место наблюдения.

Наиболее удобно определять величину M по значениям мощности принимаемого сигнала в минимумах интерференционной записи, так как при этом меньше всего сказывается влияние интенсивности радиоизлучения солнечных пятен, переменной по своей природе. При этом измеряемая величина сигнала пропорциональна сумме плотности потока радиоизлу-

чения спокойного Солнца и некоторой доли плотности потока радиоизлучения солнечного пятна. Эта доля зависит от отношения видимого углового размера области радиоизлучения солнечного пятна к ширине интерференционного лепестка диаграммы направленности антенны; она тем больше, чем больше это отношение. Поэтому измерение M по значению сигнала в минимумах интерференционной записи требует внесения поправок. Поправка на влияние угловых размеров Солнца увеличивает величину M, тогда как поправка на изменение видимых угловых размеров областей радиоизлучения солнечных пятен уменьшает ее. Так как, согласно [1], средний угловой размер области радиоизлучения солнечных пятен равен 6′,3 для волны 1,5 *м* и 7′,9 для волны 2 *м*, то эти поправки компенсируют друг друга в том случае, когда интенсивность радиоизлучения группы солнечных пятен в 5—7 раз меньше интенсивности радиоизлучения спокойного Солнца. При большей интенсивности радиоизлучения солнечных пятен вторая поправка преобладает.

Приведенные в таблице значения M определены по минимумам интерференционной записи с учетом указанных поправок.

Из таблицы видно, что угол l/D больше, чем z_T. Учет поглощения радиоволн в рассматриваемом слое может только увеличить расхождение между этими величинами, так как поглощение больше в областях с большей электронной концентрацией и может уменьшить $I_{\text{мин}}$ более значительно, чем $I_{\text{макс}}$. Превышение угла l/D над z_T можно объяснить горизонтальным движением волн электронной концентрации в направлении от наблюдателя в сторону азимута Солнца. При таком движении наблюдаемая величина z_T будет тем меньше, чем больше скорость движения, тогда как на величину l/D перемещение всей структуры волн электронной концентрации влияния не оказывает, поскольку ее фокусирующее действие не зависит от того, с какой скоростью она движется. Величину скорости можно определить по формуле

$$v = \frac{R+h}{\Delta t}\left(\frac{l}{D} - z_T\right)\frac{15}{57{,}3}\ км/час, \tag{5}$$

а пространственный период L волн электронной концентрации, измеренный по горизонтальному направлению, по формуле

$$L = \frac{l}{D}\,\frac{R+h}{57{,}3}\ км. \tag{6}$$

В этих формулах $R = 6370$ *км* — радиус Земли, h — высота слоя ионосферы над Землей, углы l/D, z_T и Δt, выраженные в градусах, берутся из таблицы. Численные значения v и L для высоты $h = 300$ *км** приведены в двух последних столбцах таблицы. Значительный разброс их нужно считать следствием неточности измерений. Их средние значения равны: $\bar{v} = 867$ *км/час* и $\bar{L} = 440$ *км*.

3. ЦЕЛЛЮЛЯРНЫЕ ВОЛНЫ

По порядку величин $\bar{v}$ и $\bar{L}$ рассматриваемые волны электронной концентрации можно отождествить с перемещающимися возмущениями в слое F_2 [3, 4]. Согласно Мартину [5] это — целлюлярные волны, возникающие при наличии ветра в верхней атмосфере. Скорость целлюлярных волн составляет около 600 *км/час*, а пространственный период — около 300 *км*.

Таким образом, осцилляции рефракции представляют собой рефракцию радиоволн в целлюлярных волнах. В пользу этого утверждения свидетельствует, как нам кажется, сопоставление других свойств осцилля-

* В [2] для осцилляций рефракции экспериментально найдена $h \simeq 350$ *км*.

ций рефракции и целлюлярных волн. Целлюлярные волны наблюдались в Австралии при помощи зондирующих ионосферных станций [3]. Оказалось, что в дневное время целлюлярные волны движутся в направлении на восток — северо-восток, что для Австралии близко к азимуту восхода Солнца. Таким образом, в обоих случаях волны электронной концентрации движутся приблизительно в направлении азимута восхода Солнца. В обоих случаях наблюдения проводились зимой. Дальнейшее рассмотрение вопроса привело Мартина к выводу о связи целлюлярных волн с кольцевыми электрическими токами в земной атмосфере, вызывающими возмущения земного магнитного поля [6]. При этом был сделан вы-

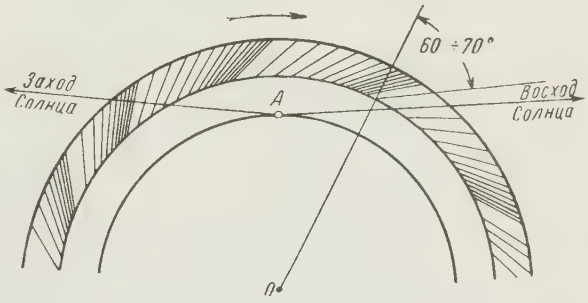


Рис. 9. Образование осцилляций ионосферной рефракции на восходе Солнца и отсутствие их на заходе вследствие наклона поверхностей равной электронной концентрации в целлюлярных волнах на 60—70° к вертикали

вод о направлении движения целлюлярных волн с запада на восток в дневное время, с некоторым наклоном в сторону экватора зимой, на широтах северного и южного полушарий, превышающих по абсолютной величине 35°. Этот вывод находится в соответствии с указанными выше экспериментальными данными.

Наблюдения показали [3], что поверхности равных электронных концентраций в перемещающихся возмущениях наклонены в сторону их движения на угол порядка 60° к вертикали *. Эта особенность может объяснить отсутствие осцилляций рефракции при наблюдении на заходе Солнца. Луч, приходящий на Землю под малым углом к горизонту, входит в ионосферу под углом 60—70° к вертикали (см. рис. 9), поэтому на восходе Солнца радиоволны распространяются вдоль поверхностей равных электронных концентраций в целлюлярных волнах. На рис. 9 *A* — место наблюдателя на Земле, *O* — центр Земли; стрелка указывает направление движения целлюлярных волн. Градиент электронной концентрации оказывается почти перпендикулярным к направлению распространения радиоволн и на всем пути луча в ионосфере направлен в одну сторону от него. Поэтому осцилляции рефракции будут иметь наибольшую амплитуду. На заходе Солнца градиент электронной концентрации вдоль луча не будет перпендикулярен к нему и в разных участках пути луча в ионосфере будет направлен в разные стороны от него. Амплитуда осцилляций рефракции при этом весьма мала и потому в наблюдениях не была замечена.

Другое объяснение этого явления может оказаться более вероятным. В [2] обнаружены резкие суточные изменения осцилляций рефракции. Чаще всего осцилляции наблюдались через 2 *час* после восхода Солнца. Во время захода Солнца они были очень редки. Можно считать, что цел-

* В третьей статье, из указанных в [3], на стр. 208 о перемещающихся возмущениях сказано следующее: «Скорость горизонтального движения обычно составляет от 5 до 10 *км/мин*, тогда как скорость вертикального движения вниз равна приблизительно половине горизонтальной скорости». Далее на стр. 214 указывается, что вертикальное движение есть лишь кажущееся и связано с фазой волны электронной концентрации, движущейся горизонтально. Отсюда следует сделанное выше утверждение о наклоне поверхностей равных концентраций. Из той же статьи можно заключить, что вертикальная протяженность наклонной поверхности равной концентрации не меньше 40 *км*, и, следовательно, ее наклонная протяженность не меньше 90 *км*.

люлярные волны, возникая при восходе Солнца, сильно затухают к концу дня и очень редко существуют во время захода Солнца. Это объясняет отсутствие осцилляций рефракции на заходе Солнца и может объяснить также кривые рис. 4 и 5, если считать, что пространственное положение целлюлярных волн, возникающих каждый раз вновь при восходе Солнца, жестко связано с положением радиоизлучающей группы пятен на Солнце.

Нам представляется наиболее вероятным совместное действие обеих указанных причин, так как если во время захода Солнца осцилляции рефракции иногда замечались на востоке (по наблюдениям восходов радиозвезд в работе [2]), то они ни разу не были замечены на западе (по наблюдениям захода Солнца).

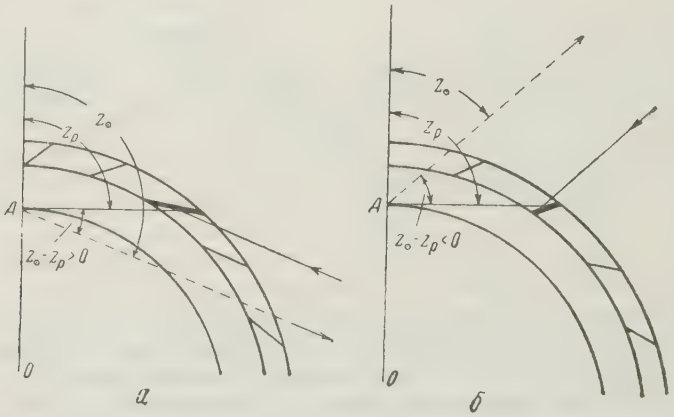


Рис. 10. Образование осцилляций ионосферной рефракции вследствие отражения радиоволн от наклонных слоев в целлюлярных волнах

Наклон поверхностей равных электронных концентраций в целлюлярных волнах может объяснить также наблюдавшиеся случаи положительных (увеличение $z_\odot - z_p$) и отрицательных (уменьшение $z_\odot - z_p$) осцилляций рефракции. Если угол между направлением распространения радиоволн и поверхностями равных электронных концентраций будет мал, то радиоволны могут отражаться от наклонных слоев с максимальной электронной концентрацией в целлюлярных волнах. Это приведет к преимущественному образованию рефракции одного знака при изменении зенитного расстояния источника радиоизлучения, т. е. определит знак ρ_0, отличного в этом случае от нуля. Осцилляции рефракции будут положительными ($\rho_0 > 0$, как на рис. 2) или отрицательными ($\rho_0 < 0$, как на рис. 3) соответственно тому, будет ли зенитный угол направления распространения радиоволн в месте входа их в ионосферу больше или меньше зенитного угла наклона поверхностей равных электронных концентраций (см. рис. 10).

На рис. 10: *а* — положительные осцилляции рефракции $\rho_0 > 0$, соответственно рис. 2; *б* — отрицательные осцилляции рефракции $\rho_0 < 0$, соответственно рис. 3; *A* — место наблюдателя на Земле; *O* — центр Земли. Сплошная линия со стрелкой — путь распространения радиоволн, пунктирная линия со стрелкой — истинное направление на Солнце. Тропосферная рефракция исключена.

Экспериментально обнаруженная связь знака ρ_0 (рис. 2 и 3) с положением радиоизлучающей группы пятен на Солнце указывает на зависимость угла наклона поверхностей равных электронных концентраций от положения на Солнце этой группы пятен и на малую изменяемость величины этого угла со временем.

Оценку величины электронной концентрации в наклонном слое целлюлярной волны, достаточной для отражения радиоволн от этого слоя

можно получить из соотношения

$$\sin^2 \rho = \frac{4\pi N e^2}{m\omega^2}. \qquad (7)$$

Для $\rho_{макс} = 20'$ на волне $\lambda = 2$ *м* имеем $N \simeq 10^4$ *см*$^{-3}$. Таким образом, целлюлярные волны вызывают в ионосфере неоднородности электронной концентрации порядка 1% от ее средней величины, равной 10^6 *см*$^{-3}$. Целлюлярные волны, наблюдавшиеся в работе [3] при помощи зондирующих ионосферных станций, имели электронные концентрации во много раз бóльшие. Это может объяснить более частое наблюдение их в настоящей работе и, по-видимому, их более регулярный характер.

Итак, целлюлярные волны, возможно, обладают некоторыми новыми свойствами, а именно: 1) они возникают под воздействием активных процессов на Солнце, связанных с определенной группой солнечных пятен; 2) углы наклона к вертикали поверхностей равных электронных концентраций в целлюлярных волнах зависят от положения указанной группы солнечных пятен на Солнце; 3) пространственное положение целлюлярных волн при их возникновении зависит от положения указанной группы солнечных пятен на Солнце.

Агентом, исходящим из локальной области на Солнце и возбуждающим целлюлярные волны, может быть ультрафиолетовое или более жесткое электромагнитное излучение, или же корпускулярные потоки. Этот агент часто связан с радиоизлучающей группой солнечных пятен, но иногда не связан с локальным источником мощного радиоизлучения на Солнце, на что указывают наблюдавшиеся случаи осцилляции интенсивности принимаемого радиоизлучения Солнца без регистрируемой интерференционной картины.

Автор выражает благодарность С. Э. Хайкину, под руководством которого были получены экспериментальные материалы настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. М. Чихачев, Тр. 5-го совещания по вопросам космогонии, Изд. АН СССР, 1956, стр. 245—272.
2. В. В. Виткевич, Ю. Л. Кокурин, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 7, 826.
3. G. H. Munro, Nature, 1948, 162, 886; 1949, 163, 812; Proc. Roy. Soc. A, 1950, 202, 208; 1953, 219, 447.
4. R. E. Price, Report on the Physics of the Ionosphere, Paper 25 (Phys. Soc., London, 1955).
5. D. F. Martyn, Proc. Roy. Soc. A, 1950, 201, 216.
6. D. F. Martyn, Report on the Physics of the Ionosphere, Paper 21 (Phys. Soc. London, 1955).

Поступила в редакцию
9 II 1959

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 9

О РАССЕЯНИИ НЕМОНОХРОМАТИЧЕСКОГО ИЗЛУЧЕНИЯ НА БЛУЖДАЮЩИХ НЕОДНОРОДНОСТЯХ

М. И. Родак

Дано теоретическое рассмотрение статистических свойств рассеянного поля для широкого класса облучающих сигналов и различных типов статистик рассеивателей.

Вычислены и обсуждены выражения для функции корреляции (спектра) рассеянного поля и функции корреляции интенсивности этого поля.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа выполнена в 1957 г.*; она начата под руководством Г. С. Горелика и относится к серии теоретических исследований, проведенных в руководимой им лаборатории в ИРЭ АН СССР по рассеянию радиоволн на блуждающих неоднородностях [1—5]. В работе применен несколько более общий способ расчета, позволивший провести единое рассмотрение для широкого класса облучающих сигналов, сняв требование их монохроматичности.

Как и прежде [1—5], рассматривается рассеяние на совокупности («облаке») N частиц, тождественных по своим механическим и электродинамическим свойствам, причем расстояния приемника и передатчика от облака достаточно велики. Рассеянное поле запишем в самой общей формой

$$E(t) = \sum_{i=1}^{N} E_0[t - \tau_i(t)],$$

где $E_0(t)$ — поле, рассеянное от одной неподвижной частицы, находящейся в начале отсчета (поскольку среда предполагается однородной и недиспергирующей, будем называть $E_0(t)$ облучающим сигналом); $\tau_i(t)$ — время задержки i-й частицы, являющееся в общем случае случайной функцией времени; его можно записать в виде

$$\tau_i(t) = \frac{2\xi_i(t)\sin\frac{\Theta}{2}}{c}.$$

Здесь $\xi_i(t)$ — проекция смещения i-го рассеивателя на направление перпендикуляра к биссектрисе угла рассеяния Θ; c — скорость распространения волн.

Таким образом, рассеянное поле здесь представлено как сумма процессов с флуктуирующим временем задержки; такое достаточно общее представление оказывается весьма удобным при вычислении функций корреляции для рассеянных сигналов.

Относительно облучающего сигнала предполагается, то для $E_0(t)$ существует обобщенная функция корреляции $\Phi_0(s)$ — среднее по времени от обычной (статистической) функции корреляции [7]:

$$\Phi_0(s) \equiv \overbrace{E_0 E_0'} \equiv \overbrace{E_0(t) E_0(t+s)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T} \int_0^T \overline{E_0(t) E_0(t+s)}\, dt.$$

* Статья представляет сокращенный вариант отчета ИРЭ АН СССР [6]; по работе было сделано сообщение на Всесоюзной конференции по статистической радиофизике в октябре 1958 г. в г. Горьком.

Следовательно, $E_0(t)$ принадлежит весьма широкому классу, охватывающему как регулярные процессы (например почти-периодические), так и стационарные случайные, а также произвольные функции от почти-периодических и стационарных случайных процессов; вообще говоря, $E_0(t)$ — случайный процесс со стационарно меняющимися статистическими характеристиками [7].

Как будет показано ниже, рассеянное поле $E(t)$, являясь в общем случае нестационарной случайной функцией от нестационарного случайного аргумента, тоже принадлежит к тому же классу процессов.

1. ФУНКЦИЯ КОРРЕЛЯЦИИ РАССЕЯННОГО ПОЛЯ

Чтобы получить выражение для обобщенной функции корреляции $\Phi(s)$ рассеянного поля $E(t)$, следует провести последовательно статистическое и временно́е усреднения двойной суммы:

$$EE' = \sum_i^N \sum_j^N E_0(t-\tau_i)\, E_0(t+s-\tau_j')^*.$$

Используя соотношение

$$W_4(E_{0i}, E_{0j}', \tau_i, \tau_j') = W_{\text{усл}}(E_{0i}, E_{0j}' / \tau_i, \tau_j')\, W_2(\tau_i, \tau_j')$$

(где $W_{\text{усл}}$ означает условную вероятность при фиксированных τ_i, τ_j'), проведем сначала полное усреднение (статистическое и временно́е) при помощи $W_{\text{усл}}$ (т. е. при фиксированных τ_i, τ_j'), а затем усредним по всем возможным τ_i, τ_j'. Для обоснования выбранного порядка усреднения заметим, что во всех интересующих нас случаях $W_2(\tau_i, \tau_j')$, как будет ясно из дальнейшего, не вносит зависимости от t.

Таким образом, для обобщенной функции корреляции рассеянного поля получается независимо от характера облучающего сигнала единая формула

$$\Phi(s) = \sum_i^N \sum_j^N \overline{\Phi_0[s-(\tau_j'-\tau_i)]}^{\tau}, \qquad (1)$$

где значок τ у черты означает усреднение по τ_i, τ_j'.

Отметим, что для важнейших типов облучающих сигналов (почти-периодические, стационарные случайные, а также их произведения) справедливость формулы (1) доказывается непосредственным вычислением.

До сих пор мы не уточняли свойств $\tau_i(t)$ (т. е. характер движения частиц в облаке). Расшифруем теперь общую формулу (1) для разных типов поведения рассеивателей.

1) Простейший случай: рассеиватели неподвижно закреплены в определенных (не случайных!) точках пространства. Тогда $\tau' = \tau$, и усреднение по τ излишне. Обозначив $\tau_j - \tau_i = \tau_{ij}$, запишем

$$\Phi(s) = \sum_i \sum_j \Phi_0(s-\tau_{ij}) = \int G_0(\omega) \Big[\sum_i \sum_j \cos\omega\tau_{ij} \Big] \cos\omega s\, d\omega,$$

где $G_0(\omega)$ — спектр облучающего сигнала $E_0(t)$. Следовательно, для спектра $G(\omega)$ рассеянного поля можно записать:

$$G(\omega) = G_0(\omega) \Big[\sum_i \sum_j \cos\omega\tau_{ij} \Big] = G_0(\omega) \Big[N + \sum_{i\neq j} \sum \cos 2\pi \frac{\xi_{ij}}{\lambda_1(\omega)} \Big],$$

* Здесь, как и в прежних работах [1—5], штрих означает сдвиг аргумента на величину s.

где

$$\lambda_1(\omega) = \frac{\lambda(\omega)}{2\sin\frac{\Theta}{2}} = \frac{\pi c}{\omega \sin\frac{\Theta}{2}}$$

— «действующая» длина волны.

В предельном случае достаточно узкополосного облучающего сигнала и относительно малого облака спектр $G(\omega)$ практически не отличается по форме от $G_0(\omega)$, пока ширина спектра $G_0(\omega)$ много меньше всех $1/\tau_{ij}$. Физически это означает, что результат интерференции на двух даже самых далеких друг от друга частицах практически не меняется при переходе от одной частоты ω к любой другой в пределах $G_0(\omega)$. Так, например, если размер облака не превышает нескольких сот метров и $\Theta = \pi$ (приемник совмещен с передатчиком), можно считать $1/\tau_{ij} \geqslant 10^6$ *гц*, и спектр с шириной не более 10^5 *гц* практически не искажается при рассеянии.

В другом предельном случае широкого спектра $G_0(\omega)$ и достаточно большого облака, когда ширина спектра $G_0(\omega)$ много больше всех $1/\tau_{ij}$, спектр $G(\omega)$ может существенно отличаться от $G_0(\omega)$, но полная интенсивность I рассеянного поля при этом просто в N раз больше интенсивности I_0 облучающего сигнала — рассеяние некогерентно:

$$I = \int_0^\infty G(\omega)\, d\omega \simeq N \int_0^\infty G_0(\omega)\, d\omega.$$

Физически это означает, что при интерференции на двух даже самых близких друг к другу частицах разность фаз при переходе от одной частоты ω к другой многократно принимает все значения в интервале $(0,2\pi)$, и в результате суммирования по всем частотам перекрестные члены $(i \neq j)$ практически исчезают.

2) Опуская еще некоторые достаточно простые случаи поведения рассеивателей [6], обратимся к блуждающим или случайно движущимся рассеивателям, которые рассматривались в [1—5].

Итак, пусть частицы случайно разбросаны, так что их положения (и, следовательно, τ_i) взаимно независимы, а скорости — либо заданные постоянные величины [5] (назовем это первой статистической схемой), либо представляют собой стационарные случайные процессы [1—4] (вторая статистическая схема, при которой все рассеиватели статистически равноправны).

Предположим далее, что имеет место протяженность («расплывчатость») рассеивающего облака относительно всех длин волн в спектре облучающего сигнала $E_0(t)$, т. е. плотность вероятности каждого τ_i практически постоянна на протяжении всех $1/\omega$, существенно представленных в $G_0(\omega)$.

Тогда, записав

$$\Phi(s) = \sum_i \sum_j \int G_0(\omega) \cos\omega s \, \overline{\cos\omega(\tau_j' - \tau_i)}\, d\omega$$

и учитывая, что перекрестными членами можно, благодаря расплывчатости облака, пренебречь, получаем

$$\Phi(s) = \sum_i^N \Phi_0(s - \Delta_s \tau_i) \tag{2}$$

для первой статистической схемы и

$$\Phi(s) = N\overline{\Phi_0(s - \nabla_s \tau)} = N \int G_0(\omega)\, \overline{\cos\omega\Delta_s\tau} \cos\omega s\, d\omega \tag{3}$$

для второй статистической схемы ($\Delta_s\tau$ — приращение τ за время s).

В обеих схемах имеем окончательно

$$\Phi(s) = \int G_0(\omega)\,\Phi_\omega(s)\,d\omega, \tag{4}$$

где $\Phi_\omega(s)$ — функция корреляции, соответствующая монохроматическому облучению рассматриваемого облака с частотой ω.

Для спектра рассеянного поля можно, очевидно, записать

$$G(\Omega) = \int G_0(\omega)\,G_\omega(\Omega)\,d\omega, \tag{5}$$

где $G_\omega(\Omega)$ — спектр поля, рассеянного на рассматриваемом облаке при монохроматическом облучении с частотой ω. Это означает независимое уширение всех гармоник облучающего сигнала в соответствии с блужданием одного отдельно взятого рассеивателя и последующее их наложение. Таким образом, в случае блуждания рассеивателей функция корреляции (спектр) рассеянного поля является взвешенной суммой функций корреляции (спектров), соответствующих монохроматическому облучению.

Легко видеть, что для достаточно узкополосного облучающего сигнала $E_0(t)\left(\overline{\cos\omega\Delta_s\tau} \simeq \overline{\cos\omega_0\Delta_s\tau}\right)$ из формулы (3) получается для $\Phi(s)$ произведение $\Phi_0(s)$ на огибающую функции корреляции $\Phi_{\omega_0}(s)$, соответствующей монохроматическому облучению с частотой ω_0. Спектр рассеянного поля обращается при этом в свертку спектра $G_0(\omega)$ и спектра $G_{\omega_0}(\omega)$, перенесенного в нуль.

Из формул (4) и (5) очевидно, что если $G_0(\omega)$ много шире (соответственно много уже), чем $G_\omega(\Omega)$ для всех ω в пределах $G_0(\omega)$, спектр рассеянного поля практически совпадает * с $G_0(\omega)$ (соответственно с $G_{\omega_0}(\omega)$); в первом случае рассеянное поле не «чувствует» блуждания рассеивателей, во втором — немонохроматичности облучающего сигнала. Например, если скорости рассеивателей меняются достаточно медленно [1, 4], спектр $G_{\omega_0}(\omega)$ подобен распределению этих скоростей и имеет ширину

$$\frac{\omega_0}{c}\sqrt{\overline{v^2}}\sin\frac{\Theta}{2};$$

таким образом, немонохроматичностью облучающего сигнала можно здесь пренебречь, если

$$\frac{\delta\omega_0}{\omega_0} \ll \frac{\sqrt{\overline{v^2}}}{c}\sin\frac{\Theta}{2},$$

где $\delta\omega_0$ — ширина спектра облучающего сигнала.

Сделаем два замечания.

1. В отличие от случая рассеяния на з а к р е п л е н н ы х частицах, в случае рассеяния на частицах б л у ж д а ю щ и х, при расплывчатости всех τ_{ij}, перекрестные члены исчезают на каждой частоте благодаря относительной высокочастотности облучающего сигнала (независимо от ширины его спектра!): результаты интерференции на любой паре рассеивателей (для каждой частоты) усредняются по всему многообразию возможных расстояний между этими двумя рассеивателями. В соответствии с этим, как и в случае монохроматического облучения, на функцию корреляции (спектр) рассеянного поля (в отличие от функции корреляции интенсивности этого поля, см. ниже) не влияет взаимосвязь скоростей разных рассеивателей.

2. Из всех характеристик облучающего сигнала $E_0(t)$ в предыдущем рассмотрении играла роль только его функция корреляции (спектр).

* Практическое совпадение двух кривых означает совпадение на участках заметного изменения. В частности, для функций корреляции практическое совпадение допускает существенное различие при малых аргументах; для спектров при этом допускается существенное различие на крыльях.

2. ФУНКЦИЯ КОРРЕЛЯЦИИ ИНТЕНСИВНОСТИ РАССЕЯННОГО ПОЛЯ

При вычислении функции корреляции интенсивности E^2 рассеянного поля временно́е усреднение результата, вообще говоря, уже не эквивалентно временно́му усреднению, формирующему функцию корреляции облучающего сигнала; будем поэтому при расчете интенсивности требовать стационарности рассеянного поля $E(t)$.

При этом по-прежнему рассеиватели предполагаются случайно разбросанными (так что их положения статистически независимы) и блуждающими: их скорости либо заданные постоянные величины (т. е. приращения $\Delta_s \tau$ регулярны и линейны), либо являются стационарными случайными процессами.

1. Начнем с достаточно большого рассеивающего облака — такого, чтобы можно было считать поля E_i и E'_j, рассеянные от разных частиц ($i \neq j$) в два произвольных момента времени, статистически независимыми величинами *. Требования к размеру облака сформулируем следующим образом.

а) Пусть облучающий сигнал $E_0(t)$ является стационарным случайным процессом, у которого величина $T_{\text{изв}}$ обозначает «время независимости» — такое, что $E_0(t)$ и $E_0(t \pm s)$ статистически независимы при $s \geqslant T_{\text{изв}}$ (время $T_{\text{изв}}$, вообще говоря, больше времени корреляции для $E_0(t)$ и совпадает с ним для гауссова процесса). Тогда потребуем от всех τ_i расплывчатости относительно $T_{\text{изв}}$; такую расплывчатость будем в дальнейшем называть «сильной». Легко показать, что сильная расплывчатость обеспечивает статистическую независимость величин E_i и E'_j (стационарность же рассеянного поля в этом случае обеспечена стационарностью $E_0(t)$). Действительно, для соответствующей двумерной вероятности имеем

$$W_2(E_i,\ E'_j) = \int W(E_i,\ E'_j / \tau_i,\ \tau'_j)\, W(\tau_i)\, W(\tau'_j)\, d\tau_i\, d\tau'_j,$$

причем благодаря расплывчатости облака, для подавляющего большинства пар частиц справедливо соотношение $\tau_i - \tau'_j \geqslant T_{\text{изв}}$, при котором условная вероятность под интегралом может быть разбита на множители. Таким образом, $W_2(E_i, E'_j) \simeq W(E_i)\, W(E'_j)$.

б) Пусть облучающий сигнал $E_0(t)$ содержит регулярную нестационарность (например является почти-периодическим процессом). Очевидно, благодаря независимости τ_i и τ'_j ($i \neq j$), независимыми будут и любые регулярные функции от τ_i и τ'_j. Однако регулярные члены в $E_0(t)$ могут внести в $E(t)$ нестационарность. Легко видеть, что стационарность всех $E_i(t)$, как и статистическая независимость величин E_i и E'_j, достигается требованием дополнительной расплывчатости τ_i (мы ее назовем также сильной) относительно всех временны́х неоднородностей в $E_0(t)$. Например, для $E_0(t)$ почти-периодического потребуем расплывчатости τ_i относительно всех разностных периодов $T_{mn} = 1/(\omega_m - \omega_n)$; для $E_0(t)$, равного произведению почти-периодического процесса на стационарный случайный, потребуем, очевидно, сильной расплывчатости для каждого из множителей и т. д.

Рассчитаем теперь функцию корреляции для интенсивности $Z(t)$ рассеянного поля:

$$Z(t) = E^2(t) - \overline{E^2} = \sum_i \sum_j E_0(t - \tau_i)\, E_0(t - \tau_j) - N\overline{E_0^2},$$

* Это условие сильнее условия некоррелированности E_i и E'_j, которое, как мы видели выше, достигается расплывчатостью τ_i относительно всех $1/\omega$ в спектре облучающего сигнала. Эту расплывчатость мы будем в дальнейшем называть «слабой».

$$\overline{ZZ'} = \sum_{i\neq j}\sum\sum_{k\neq l}\sum \overline{E_0(t-\tau_i)\,E_0(t-\tau_j)\,E_0(t'-\tau'_k)\,E_0(t'-\tau'_l)} + \\ + \sum_i \overline{E_0^2(t-\tau_i)\,E_0^2(t'-\tau'_i)} - N\left(\overline{E_0^2}\right)^2.$$

Учитывая гарантированную сильной расплывчатостью статистическую независимость величин E_i и E'_j*, нетрудно убедиться (выкладки аналогичны выкладкам, приведенным в [2,4]), что в четырехкратной сумме исчезнут члены, относящиеся к трем и более частицам. Получаем

$$\overline{ZZ'} \simeq 2\sum_{i\neq j}\sum \overline{\Phi_0(s-\Delta_s\tau_i)\,\Phi_0(s-\Delta_s\tau_j)} + \sum_i \overline{F_0(s-\Delta_s\tau_i)}, \qquad (6)$$

где $F_0(s) = \overline{Z_0 Z'_0}$ — функция корреляции интенсивности облучающего сигнала.

Пусть теперь $N \gg 1$. Тогда, пренебрегая второй суммой в (6), можем выделить, как и при монохроматическом облучении, два случая:

а) приращения $\Delta_s\tau_i$ регулярны и линейны (скорости рассеивателей — заданные постоянные числа):

$$\overline{ZZ'} \simeq 2\sum_{i\neq j}\sum \Phi_0(s-\Delta_s\tau_i)\,\Phi_0(s-\Delta_s\tau_j);$$

б) приращения $\Delta_s\tau_i$ — случайные стационарные процессы, независимые при $i\neq j$ (скорости рассеивателей статистически независимы):

$$\overline{ZZ'} \simeq 2N^2\left[\overline{\Phi_0(s-\Delta_s\tau)}\right]^2.$$

В обоих этих случаях $\overline{ZZ'} \simeq 2\left(\overline{EE'}\right)^2$. Такой зависимости, характерной для гауссова стационарного процесса, по-видимому, и следовало ожидать. В пользу этого можно привести простые, хоть и не строгие рассуждения. Действительно, рассеянное поле $E(t)$ в этих случаях представляет собой сумму большого ($N \gg 1$) числа стационарных случайных процессов $E_i(t)$, для которых характерны, во-первых, «одномерная» статистическая независимость (т. е. независимость величин $E_i(t)$ и $E_j(t')$ для любых t и t', $i\neq j$) и, во-вторых, статистическая независимость приращений $\Delta_s E_i$, соответствующих приращениям аргументов $\Delta_s\tau_i$ (поскольку последние сами либо статистически независимы, либо регулярны). Из этого, как нам представляется, естественно сделать заключение о статистической независимости $E_i(t)$ как процессов, и вследствие центральной предельной теоремы считать суммарное рассеянное поле гауссовым стационарным процессом. При этом из функции корреляции (спектра) интенсивности можно извлечь столько же информации об облучающем сигнале и поведении рассеивателей, сколько из функции корреляции (спектра) самого поля.

В общем случае, когда $\Delta_s\tau_i$ случайны и статистически зависимы при $i\neq j$, для $N \gg 1$ из (6) следует

$$\overline{ZZ'} \simeq 2N^2\,\overline{\Phi_0(s-\Delta_s\tau_i)\,\Phi_0(s-\Delta_s\tau_j)}. \qquad (7)$$

Преобразуем (7), выразив $\Phi_0(s)$ через спектр $G_0(\omega)$,

$$\overline{ZZ'} \simeq 2N^2\iint G_0(\omega)\,G_0(\omega')\,\overline{\cos\omega(s-\Delta_s\tau_i)\cos\omega'(s-\Delta_s\tau_j)}\,d\omega\,d\omega',$$

Если, как обычно [2, 4], нас интересует функция корреляции $\overline{Z_н Z'_н}$ лишь для низкочастотной части E^2, то, отбрасывая члены, соответствующие

* Это позволяет считать $\overline{E_i E'^2_j} = 0$, $\overline{E_i^2 E'^2_j} = \left(\overline{E^2}\right)^2$ и т. д.

суммарной частоте, и, используя симметрию функции распределения $\Delta_s\tau$, получаем

$$\overline{Z_{\text{н}} Z'_{\text{н}}} \simeq N^2 \iint G_0(\omega) G_0(\omega') \cos(\omega - \omega') s \cdot \overline{\cos(\omega \Delta_s\tau_i - \omega' \Delta_s\tau_j)}\, d\omega\, d\omega'. \quad (8)$$

В частных случаях монохроматического и бигармонического облучений из (8) получаются знакомые по работам [2, 4] формулы. Например, если $G_0(\omega) = a_1^2 \delta(\omega - \omega_1) + a_2^2 \delta(\omega - \omega_2)$ (бигармоническое облучение), то из (8) имеем

$$\overline{Z_{\text{н}} Z'_{\text{н}}} \simeq N^2 \{a_1^4 \overline{\cos \omega_1 (\Delta_s\tau_i - \Delta_s\tau_j)} + a_2^4 \cos \omega_2 \overline{(\Delta_s\tau_i - \Delta_s\tau_j)} + 2a_1^2 a_2^2 \cos \Omega s \cdot \overline{\cos(\omega_1 \Delta_s\tau_i - \omega_2 \Delta_s\tau_j)}\},$$

где

$$\Omega = \omega_1 - \omega_2.$$

Как и при монохроматическом облучении, ширина и форма функции корреляции (спектра) интенсивности существенно зависят от степени взаимосвязи движений разных рассеивателей: наибольшее уширение спектра интенсивности (порядка ширины спектра поля) имеет место при независимости движения рассеивателей, наименьшее — при полной коррелированности этих движений. Но, в отличие от случая монохроматического $E_0(t)$, движение облака как целого теперь тоже играет роль. Действительно, можно представить

$$\omega \Delta_s\tau_i - \omega' \Delta_s\tau_j = \frac{\omega + \omega'}{2} (\Delta_s\tau_i - \Delta_s\tau_j) + (\omega - \omega') \frac{\Delta_s\tau_i + \Delta_s\tau_j}{2},$$

и влияние общего движения тем больше, чем больше возможная разность частот $\omega - \omega'$, т. е. чем шире спектр $G_0(\omega)$ облучающего сигнала. Например, рассмотрим облако без внутренних движений, блуждающее как целое,

$$\Delta_s\tau_i = \Delta_s\tau_j = \Delta_s\tau \text{ для всех } i, j,$$

и из (7) вытекает

$$\overline{ZZ'} \simeq 2N^2 \overline{\Phi_0^2(s - \Delta_s\tau)}, \quad (9)$$

а из (8):

$$\overline{Z_{\text{н}} Z'_{\text{н}}} \simeq N^2 \int G_{z0}(\Omega) \cos \Omega s \cdot \overline{\cos \Omega\, \Delta_s\tau}\, d\Omega, \quad (10)$$

где $G_{z0}(\Omega) = \int G_0(\omega) G_0(\omega - \Omega)\, d\omega$ — свертка спектра $G_0(\omega)$ самого с собой.

Формула (9) напоминает формулу (4) для функции корреляции рассеянного поля. Как и там, здесь каждая линия спектра $G_{z0}(\Omega)$ (в (4) $G_0(\omega)$) уширяется в соответствии с характером блуждания отдельно взятого рассеивателя, а полный спектр образуется наложением (с соответствующим весом) таких «уширенных линий»; но уширение каждой линии теперь значительно меньше (по порядку величины в $\omega_0 / \delta\omega_0$ раз, где ω_0 — средняя частота спектра $G_0(\omega)$, $\delta\omega_0$ — его ширина).

2. Откажемся теперь от требования сильной расплывчатости рассеивающего облака. Расчет проведем для частного, но важного случая, когда облучающий сигнал представляет собой колебание с флуктуирующей фазой:

$$E_0(t) = \cos[\omega_0 t - \varphi(t)]. \quad (11)$$

Считаем при этом, что случайная фаза φ равномерно распределена в интервале $(0\ 2\pi)$, а $\dot{\varphi}(t) = \Delta\omega(t) = \omega(t) - \omega_0$ — стационарный случайный процесс. Таким образом, $E_0(t)$ — стационарный случайный процесс,

который будем предполагать достаточно узкополосным (в частности, будем пренебрегать сдвигом фазы за время $\Delta_s\tau$: $\Delta_{\Delta_s\tau}\varphi = \int_0^{\Delta_s\tau} \Delta\omega(\xi)d\xi \simeq 0$). От τ_{ij} требуем лишь слабой расплывчатости относительно $1/\omega_0$; пусть также $N \gg 1$; тогда для низкочастотной части интенсивности $\overline{E^2}(t)$ имеем

$$\overline{E^2}(t) \quad \frac{1}{2}\sum_i\sum_j \cos[\omega_0\tau_{ij} \quad - \Delta_{\tau_{ij}}\varphi],$$

$$Z(t) = \frac{1}{2}\sum_{i\neq j}\sum \cos[\omega_0\tau_{ij} - \Delta_{\tau_{ij}}\varphi],$$

$$\overline{ZZ'} \simeq \frac{N^2}{4}\overline{\cos[\omega_0\Delta_s\tau_{ij} - \Delta_s(\Delta_{\tau_{ij}}\varphi)]} - \frac{N^2}{4}\overline{\cos\omega_0\Delta_s\tau_{ij}}\;\overline{\cos\Delta_s(\Delta_{\tau_{ij}}\varphi)}. \quad (12)$$

Первый множитель в (12) учитывает только блуждание рассеивателей и представляет собой функцию корреляции интенсивности рассеянного поля при монохроматическом облучении с частотой ω_0. Во втором множителе, не зависимом от первого, мы пренебрегаем изменением τ_{ij} во времени (узкополосность $E_0(t)$!), учитывая лишь флуктуации фазы φ: очевидно, помимо усреднения по φ, здесь необходимо еще усреднение по распределению τ_{ij}.

Исследуем второй множитель, связанный с размером облака. Здесь выделяются два характерных времени: T_0 — время корреляции облучающего поля $E_0(t)$ и T_ω — время корреляции мгновенной частоты $\omega(t)$; соответственно выделяются три участка в поведении второго множителя.

а) Облако мало: $\sqrt{\overline{\tau_{ij}^2}} \ll T_0$.

Не приводя подробного расчета, укажем почти очевидный * результат: для всех s можно считать $\overline{\cos\Delta_s(\Delta_{\tau_{ij}}\varphi)} \simeq 1$, т. е. второй множитель практически не убывает. Таким образом, в этом случае облучение можно считать монохроматическим.

б) $T_0 \ll \sqrt{\overline{\tau_{ij}^2}} \ll T_\omega$.

Расчет [6] показывает, что время s^* убывания второго множителя (время корреляции интенсивности рассеянного поля при неподвижных рассеивателях) по порядку величины составляет:

$$s^* \sim \frac{T_\omega T_0}{\sqrt{\overline{\tau_{ij}^2}}} = \frac{T_\omega}{\sqrt{\overline{\tau_{ij}^2}}\sqrt{\overline{(\Delta\omega)^2}}}.$$

Соответствующее уширение спектра имеет порядок $1/s^*$.

в) $\sqrt{\overline{\tau_{ij}^2}} \gg \begin{cases} T_0 \\ T_\omega \end{cases}$.

Тогда

$$\overline{\cos\Delta_s(\Delta_{\tau_{ij}}\varphi)} = \overline{\cos\Delta_{\tau_{ij}}(\Delta_s\varphi)} \simeq (\overline{\cos\Delta_s\varphi})^2.$$

В этом последнем случае мы, очевидно, возвращаемся к рассмотренному выше сильно расплывчатому облаку; при этом временем независимости $T_{\text{изв}}$ для $E_0(t)$ является наибольшее из времен T_0 и T_ω.

Итак, степень влияния немонохроматичности $E_0(t)$ на функцию корреляции (спектр) интенсивности рассеянного поля зависит от размера

* При $\sqrt{\overline{\tau_{ij}^2}} \ll T_0$ имеем (в среднем) $\Delta_{\tau_{ij}}\varphi \ll 1$ и, следовательно, $\Delta_s(\Delta_{\tau_{ij}}\varphi) \ll 1$.

облака. Это влияние начинает проявляться лишь для достаточно больших размеров облака ($\tau_{ij} \sim T_0$) и достигает максимума для облака с $\tau_{ij} \gg T_{\text{изм}}$. В последнем случае соответствующее уширение спектра имеет порядок $1/T_0 \sim \delta\omega_0$ — порядок ширины спектра облучающего сигнала.

Сделаем грубую оценку. Пусть угол рассеяния Θ равен π и ширина $\delta\nu_0$ спектра облучающего сигнала равна 300 *гц*; тогда для верхней границы размера облака, при котором можно еще считать облучение монохроматическим, имеем

$$R \sim c\tau_{ij} \ll cT_0 \sim \frac{c}{\delta\nu_0} \sim 1000 \text{ км}.$$

Если при этом $\nu_0 = 10^{10}$ *гц* и средняя скорость рассеивателей $\sqrt{\overline{v^2}} \sim 1$ *м/сек*, то уширение $\delta\nu$ спектра рассеянного поля (при монохроматическом облучении) имеет порядок

$$\delta\nu \sim \nu_0 \frac{\sqrt{\overline{v^2}}}{c} \sim 30 \text{ гц}.$$

Таким образом, в спектре рассеянного поля фактор блуждания рассеивателей (разброс их скоростей) «подавлен» большой немонохроматичностью облучающего сигнала; в то же время в спектре интенсивности рассеянного поля при облаке размером до десятков километров немонохроматичность еще не проявляется, и если движения рассеивателей можно считать независимыми спектр интенсивности уширен в соответствии с их блужданием порядка 30 *гц*.

В заключение сделаем два замечания.

1. Определение всех функций корреляции (спектров), о которых шла речь, требует статистического усреднения (усреднения по ансамблю). Практически это означает необходимость производить измерение в течение достаточно большого времени, чтобы статистические свойства всех случайных величин успели проявиться. Если же этого не дожидаться, можно при определенных условиях получить «текущие» функции корреляции (спектры), допускающие обнаружение как раз тех физических факторов, которые оказались «подавленными» в статистических функциях корреляции (спектрах). Например, пусть облучающий сигнал имеет вид (11) — колебание с флуктуирующей фазой, спектр которого $G_0(\omega)$ много шире спектра $G_{\omega_0}(\omega)$ поля, рассеянного при монохроматическом облучении с частотой ω_0, так что блуждание рассеивателей (и разброс их скоростей) практически «подавлено». Но если при этом мгновенная частота облучающего сигнала флуктуирует столь медленно, что за время формирования «текущего» спектра рассеянного поля (соответствующего монохроматическому облучению) $\omega(t)$ сдвигается на величину, много меньшую ширины этого текущего спектра, мы обнаружим текущий спектр и соответствующий ему разброс скоростей рассеивателей [6]. Другими словами, иногда имеет смысл использовать достаточно большую относительную стабильность облучающего сигнала (при произвольной его абсолютной стабильности).

2. Факторы, не сказывающиеся на функции корреляции $\Phi(s)$ рассеянного поля в интервале, ее заметного изменения, могут быть иногда обнаружены при наблюдении значений $\Phi(s)$ для достаточно малых аргументов или при наблюдении спектра $G(\omega)$ на его крыльях. Например, если $E_0(t)$ — колебание с флуктуирующей фазой и снова $G_0(\omega)$ много шире $G_{\omega_0}(\omega)$ (блуждание рассеивателей подавлено), возможно тем не менее восстановление всей кривой $\Phi_{\omega_0}(s)$ по значениям ее при малых s, если время τ_v корреляции скоростей рассеивателей много меньше времени τ_ω корреляции мгновенной частоты облучающего сигнала [6]. Математически это весьма близко к выявлению «естественного» спектра генератора [8, 9].

ЛИТЕРАТУРА

1. Г. С. Горелик, К теории рассеяния радиоволн на блуждающих неоднородностях, Радиотехника и электроника, 1956, **1**, 6, 695.
2. Г. С. Горелик, О влиянии корреляции скоростей рассеивателей на статистические свойства рассеянного излучения, Радиотехника и электроника, 1957, **2**, 10, 1227.
3. М. И. Родак, А. В. Францессон, О применении теории турбулентности к рассеянию радиоволн на блуждающих неоднородностях, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 3, 398.
4. Г. С. Горелик, М. Ю. Гаджиев, М. И. Родак, Отчет ИРЭ АН СССР № 101-01-56-VII.
5. Г. А. Елкин, Отчет ИРЭ АН СССР № 101-01-56-VIII.
6. М. И. Родак, Отчет ИРЭ АН СССР № 101-05-57-II.
7. В. И. Бунимович, Флуктуационные процессы в радиоприемных устройствах, Изд. Советское радио, 1951, стр. 155—162.
8. Г. С. Горелик, Нелинейные колебания, интерференция и флуктуации, Изв. АН СССР, Сер. физ., 1950, **14**, 174.
9. Г. А. Елкин, Отчет ИРЭ АН СССР № 101-02-56.

Институт радиотехники и электроники
АН СССР

Поступила в редакцию
3 I 1960

1960 № 9

ДЕЙСТВИЕ ПОМЕХ НА СИСТЕМУ ЧАСТОТНОЙ АВТОПОДСТРОЙКИ ЧАСТОТЫ. Ч. I

В. И. Каганов, Н. С. Немировский

Рассмотрена работа системы частотной автоподстройки частоты при одновременном действии на нее полезного сигнала и помехи для любого соотношения сигнал/помеха.

Анализ проведен для идеального дискриминатора со средней частотой, отличной от нуля, с учетом и без учета фильтра промежуточной частоты.

ВВЕДЕНИЕ

При рассмотрении помех, действующих на систему частотной автоподстройки частоты (ЧАП), следует различать два типа помех: внешние, действующие на систему со стороны эталонного генератора, или паразитные колебания частоты самого эталонного генератора и внутренние, изменяющие собственную частоту стабилизируемого генератора, т. е. ту частоту, которую он имел бы при разомкнутом кольце ЧАП.

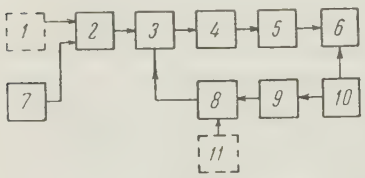


Рис. 1. Блок-схема системы ЧАП:
1 — источник внешней помехи; *2* — фильтр ВЧ; *3* — смеситель; *4* — фильтр ПЧ; *5* — ограничитель; *6* — дискриминатор; *7* — эталонный генератор; *8* — стабилизированный генератор; *9* — управляемый элемент; *10* — фильтр НЧ; *11* — источник внутренней помехи

На рис. 1 изображена блок-схема системы ЧАП. Предполагается, что центральная частота дискриминатора $f_д$ велика по сравнению с шириной спектра сигнала на выходе смесителя. Рассмотрим две схемы системы ЧАП. Первая имеет место в том случае, когда полоса пропускания фильтра ПЧ существенно шире спектра сигнала на выходе смесителя. Наоборот, в случае, когда эта полоса существенно уже ширины спектра сигнала на выходе смесителя, имеет место вторая схема.

1. ПЕРВАЯ СХЕМА СИСТЕМЫ ЧАП

Наличие фильтра ПЧ можно вообще не учитывать.

Запишем сумму сигналов эталонного генератора и внешней помехи в виде колебания с изменяющимися амплитудой и фазой:

$$e_{эп} = u_{эп}(t)\cos\varphi_{эп}(t). \tag{1}$$

Сигнал стабилизируемого генератора, имеющий постоянную амплитуду, запишем в виде

$$e_{сг} = u_{сг}\cos\varphi_{сг}(t). \tag{2}$$

Предполагаем, что дискриминатор идеальный, т. е. содержит идеальный ограничитель и дает на выходе напряжение, пропорциональное мгновенной частоте колебания на его входе, а управляющий элемент является линейным безынерционным устройством. Тогда основное уравнение ЧАП

в операторной форме примет вид

$$\frac{\varphi'_{\text{сг}}(t)}{2\pi} = f_{\text{сгс}} + \frac{1}{2\pi} s_{\text{у}} s_{\text{д}} \mathbf{R} [\varphi'_{\text{эп}}(t) - \varphi'_{\text{сг}}(t) - 2\pi f_{\text{д}}], \tag{3}$$

где $f_{\text{сгс}}$ — собственная частота подстраиваемого генератора; $s_{\text{у}}$ — крутизна управляющего элемента; $s_{\text{д}}$ — крутизна дискриминатора; $\mathbf{R}$ — линейный оператор *, описывающий действие фильтра нижних частот.

Введем следующие обозначения:

$$\frac{\varphi'_{\text{эп}}(t)}{2\pi} = f_{\text{эп0}} + F_{\text{эп}}(t), \tag{4}$$

где $f_{\text{эп0}}$ — средняя частота $e_{\text{эп}}$, так что $\overline{F_{\text{эп}}(t)} = 0$;

$$\frac{\varphi'_{\text{сг}}(t)}{2\pi} = f_{\text{эп0}} - f_{\text{д}} + F_{\text{сг}}(t), \tag{5}$$

$$\Delta F_{\text{сгс}} = f_{\text{сгс}} - f_{\text{эп0}} + f_{\text{д}}. \tag{6}$$

Подставив выражения (4), (5), (6) в (3), получим

$$F_{\text{сг}}(t) = \Delta F_{\text{сгс}}(t) + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \mathbf{R} [F_{\text{эп}}(t) - F_{\text{сг}}(t)] \tag{7}$$

или

$$F_{\text{сг}}(t) = (\mathbf{E} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \mathbf{R})_{\text{обр}} \Delta F_{\text{сгс}} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} (\mathbf{E} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \mathbf{R})_{\text{обр}} \mathbf{R} F_{\text{эп}}(t), \tag{8}$$

где $(\mathbf{E} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \mathbf{R})_{\text{обр}}$ — линейный оператор, обратный оператору $\mathbf{E} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \mathbf{R}$; $\mathbf{E}$ — единичный оператор.

Коэффициент передачи, соответствующий оператору $\mathbf{R}$, обозначим через $k(jf)$, причем $k(0)$ примем равным единице. Тогда коэффициент передачи, соответствующий оператору $(\mathbf{E} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \mathbf{R})_{\text{обр}}$, составит

$$k_1(jf) = \frac{1}{1 + s_{\text{у}} s_{\text{д}} k(jf)}, \tag{9}$$

а оператору $s_{\text{у}} s_{\text{д}} (\mathbf{E} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \mathbf{R})_{\text{обр}} \mathbf{R}$

$$k_2(jf) = \frac{s_{\text{у}} s_{\text{д}} k(jf)}{1 + s_{\text{у}} s_{\text{д}} k(jf)}. \tag{10}$$

Отметим, что $(\mathbf{E} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \mathbf{R})_{\text{обр}}$ существует тогда и только тогда, когда знаменатель в $k_1(jf)$ ни на какой частоте не обращается в нуль, т. е. когда $s_{\text{у}} s_{\text{д}} k(jf) \neq e^{-j(\pi + 2\pi n)}$, что совпадает с условием устойчивости ЧАП.

В соответствии с выражением (8) спектр $F_{\text{сг}}(t)$ выразится через спектры $\Delta F_{\text{сгс}}(t)$ и $F_{\text{эп}}(t)$ в виде

$$g_{\text{сг}}(jf) = k_1(jf)\, g_{\text{сгс}}(jf) + k_2(jf)\, g_{\text{эп}}(jf). \tag{11}$$

Выражение (11) позволяет определить закон изменения частоты стабилизируемого генератора в зависимости от законов изменений его собственной частоты и частоты колебания $e_{\text{эп}}$.

Для закона установления средней частоты из (8), учитывая, что $\overline{F_{\text{эп}}(t)} = 0$, найдем

$$F_{\text{сг}}(t) = (\mathbf{E} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \mathbf{R})_{\text{обр}}\, \overline{\Delta F_{\text{сгс}}(t)}. \tag{12}$$

Из (12) видно, что в данном случае средняя частота стабилизируемого генератора подстраивается под среднюю частоту суммарного колебания $f_{\text{эп0}}$,

---

* Под оператором понимается закон, при помощи которого каждому входному сигналу ставится в соответствие выходной.

причем остаточная расстройка относительно частоты $f_{эп0} - f_д$ составляет

$$\Delta f_{ост} = \frac{\overline{\Delta F}_{сгс}}{1 + s_у s_д}. \tag{13}$$

Из (12) следует также, что процесс установления средней частоты протекает совершенно аналогично тому случаю, когда на систему действует только гармоническое колебание частоты $f_{эп0}$ [5].

Определим теперь средний квадрат колебаний частоты стабилизируемого генератора относительно ее среднего значения $\Delta f_{ост}$ в стационарном режиме. Из (11) найдем энергетический спектр этих колебаний

$$r_{сг}(f) = |k_1(jf)|^2 r_{сгс}(f) + |k_2(jf)|^2 r_{эп}(f), \tag{14}$$

где $r_{сгс}(f)$ — энергетический спектр колебаний собственной частоты стабилизируемого генератора; $r_{эп}(f)$ — энергетический спектр колебаний частоты суммарного колебания $e_{эп}$. В (14) учтено, что $F_{сгс}(t)$ и $F_{эп}(t)$ статистически независимы.

Средний квадрат колебаний частоты стабилизируемого генератора

$$\Delta f^2 = \int_0^\infty r_{сг}(f)\, df. \tag{15}$$

Приведем несколько примеров.

а) внешняя гармоническая помеха и гармонический эталонный сигнал. В этом случае, как показано в [1], в зависимости от величины соотношения амплитуд сигнала эталонного генератора и помехи $q = u_п / u_э$ для $f_{эп0}$ и $F_{эп}(t)$ имеют место следующие соотношения:

$$\text{при } q < 1 \quad f_{эп0} = f_э, \tag{16}$$

$$\text{при } q > 1 \quad f_{эп0} = f_п. \tag{17}$$

При $q < 1$

$$F_{эп}(t) = f_р [q \cos 2\pi f_р t - q^2 \cos 4\pi f_р t], \tag{18}$$

при $q > 1$ в (18) вместо q следует подставить $1/q$. В (18) $f_р = |f_э - f_п|$ — модуль разности частот эталонного генератора $f_э$ и помехи $f_п$. Таким образом, при $q > 1$ средняя частота стабилизируемого генератора подстраивается под частоту эталонного генератора, и система ЧАП работает эффективно. В противном случае подстройка производится под частоту помехи.

В соответствии с (10), (14) и (15) при однозвенном RC-фильтре нижних частот найдем

$$\Delta f^2 = \frac{1}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{s_у^2 s_д^2 q^{2n} f_р^2}{(1 + s_у s_д)^2 + 4\pi^2 R^2 C^2 n^2 f_р^2}. \tag{19}$$

б) Внешняя флуктуационная помеха и гармонический эталонный сигнал. В этом случае $f_{эп0}$ можно найти из следующих соображений. Используя выражения (16), (17), можно установить, что в те промежутки времени, когда величина огибающей шумов больше амплитуды сигнала эталонного генератора $u_э$, средняя частота суммарного сигнала $e_{эп}$ равна средней частоте шума $f_{ш0}$. Остальное время средняя частота суммарного сигнала равна средней частоте эталонного генератора $f_{э0}$. Учитывая, что огибающая нормального шума распределена по

закону Релея, найдем

$$f_{\text{эп0}} = f_{\text{э0}} \int_0^{u_\text{э}} \frac{x}{\sigma^2} e^{-x^2/2\sigma^2} dx + f_{\text{ш0}} \int_{u_\text{э}}^{\infty} \frac{x}{\sigma^2} e^{-x^2/2\sigma^2} = f_{\text{э0}} + e^{-p^2} \Delta f_{\text{эш}}, \qquad (20)$$

где

$$\Delta f_{\text{эш}} = f_{\text{ш0}} - f_{\text{э0}}; \quad p = \frac{u_\text{э}}{\sqrt{2}\sigma};$$

σ^2 — дисперсия шумов на входе смесителя. Остаточная расстройка относительно $f_{\text{э0}}$ в соответствии с (13) и (20) составит

$$\Delta f_{\text{ост}} = \frac{\Delta f_\text{н}}{1 + s_\text{у} s_\text{д}} + \Delta f_{\text{эш}} e^{-p^2}, \qquad (21)$$

где $\Delta f_\text{н} = (f_{\text{э0}} - f_{\text{сгс}} - f_\text{д})$ — начальная расстройка.

Из (21) видно, что даже при сравнительно больших значениях p система ЧАП может оказаться неэффективной ввиду большого значения второго слагаемого.

Для определения величины Δf^2 необходимо знание энергетического спектра колебаний частоты суммарного колебания $r_{\text{эп}}(f)$. На рис. 2 представлены графики этой функции для различных значений p, построенные по данным [2]. При этом предполагается, что шум имеет функцию корреляции, соответствующую гауссовому фильтру с интегральной полосой пропускания ΔF *. Дальнейшие вычисления проводятся в соответствии с выражениями (14), (15).

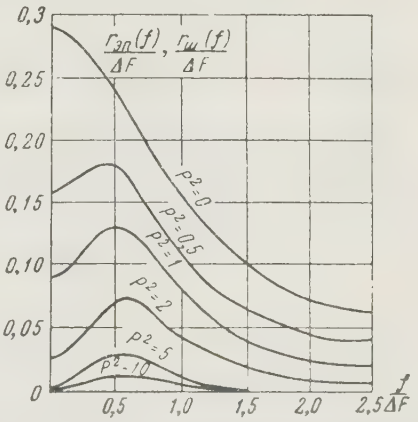


Рис. 2. Энергетический спектр колебаний частоты суммарного сигнала $e_{\text{эп}}$

в) Внутренняя флуктуационная помеха. Рассмотрим помеху, возникающую вследствие влияния дробового эффекта на работу дестабилизируемого генератора. Как показано в [6],

$$r_{\text{сгс}}(f) = \frac{m^2}{n^2 + f^2}, \qquad (22)$$

где m и n зависят от параметров генератора. В соответствии с (9), (14) и (15) при однозвенном RC-фильтре нижних частот найдем

$$\Delta f^2 = \frac{2\pi^2 m^2 n RC\,(1 + s_\text{у} s_\text{д}) + 1}{2n\,(1 + s_\text{у} s_\text{д})\,(1 + s_\text{у} s_\text{д} + 2\pi n RC)}. \qquad (23)$$

2. ВТОРАЯ СХЕМА СИСТЕМЫ ЧАП

Перейдем теперь к рассмотрению случая, когда полоса пропускания фильтра ПЧ существенно уже ширины спектра шума на входе смесителя.

Будем считать процесс установления частоты в системе ЧАП достаточно медленным (полоса пропускания фильтра нижних частот сравнительно мала), так что можно считать динамическую характеристику фильтра ПЧ совпадающей с его статической характеристикой. Так как при этом

* Графики рис. 2 построены для случая, когда $\Delta f_{\text{эш}} = 0$. Однако, как показывают материалы работы [2], эти графики практически не изменяются и в тех случаях, когда $\Delta f_{\text{эш}}$ составляет заметную часть от ΔF, особенно при малых p.

коэффициент корреляции шумов на входе дискриминатора целиком определяется этой характеристикой, то эти шумы можно представить в виде

$$u_{\text{шд}} = k_{\text{см}} u_{\text{сг}} u_{\text{ш}}(t) \cos[2\pi f_{\text{ш}0} t + \varphi_{\text{ш}}(t)],$$

где $k_{\text{см}}$ — коэффициент преобразования смесителя; $u_{\text{ш}}(t)$ и $\varphi_{\text{ш}}(t)$ — соответственно огибающая и фаза шумов ($\overline{\varphi_{\text{ш}}(t)} = 0$); $f_{\text{ш}0}$ — средняя частота шума, совпадающая со средней частотой фильтра ПЧ.

Основное уравнение системы ЧАП в случае гармонического эталонного сигнала имеет вид

$$\frac{\varphi'_{\text{сг}}(t)}{2\pi} = f_{\text{сгс}} + \frac{1}{2\pi} s_{\text{у}} \mathbf{RD}[\mathbf{F} k_{\text{см}} u_{\text{э}} u_{\text{сг}} \cos(2\pi f_{\text{э}} t - \varphi_{\text{сг}}(t)) + k_{\text{см}} u_{\text{сг}} u_{\text{ш}}(t) \cos(2\pi f_{\text{ш}0} t + \varphi_{\text{ш}}(t))], \quad (24)$$

где $\mathbf{F}$ – линейный оператор, описывающий действие фильтра ПЧ; $\mathbf{D}$ – оператор, описывающий действие дискриминатора.

В отличие от (3) уравнение (24) нелинейно, даже если считать дискриминатор идеальным, так как частота колебания, стоящего под знаком $\mathbf{D}$, является в общем случае нелинейной функцией частот входящих в него колебаний, а следовательно, и нелинейной функцией от $\varphi'_{\text{сг}}(t)$.

Однако, как показано ниже, при принятых нами предположениях относительно полосы пропускания фильтра нижних частот уравнение (24) оказывается близким к линейному. Примем в рассматриваемом случае следующие обозначения:

$$\frac{\varphi'_{\text{сг}}(t)}{2\pi} = f_{\text{э}0} - f_{\text{д}} + F_{\text{сг}}(t), \quad (25)$$

$$\Delta F_{\text{сгс}} = f_{\text{сгс}} - f_{\text{э}0} + f_{\text{д}}. \quad (26)$$

Определим теперь процесс установления средней частоты, считая фильтр ПЧ прямоугольным и полагая, что сигнал, стоящий под знаком $\mathbf{F}$ в (24), не выходит из полосы пропускания этого фильтра.

Из (24) получим

$$\overline{\mathbf{F}_{\text{сг}}(t)} = \overline{\Delta F_{\text{сгс}}(t)} + \frac{1}{2\pi} \overline{s_{\text{у}} \mathbf{RD}[k_{\text{см}} u_{\text{э}} u_{\text{сг}} \cos(2\pi f_{\text{э}} t - \varphi_{\text{сг}}(t)) + k_{\text{см}} u_{\text{ш}} u_{\text{сг}} \cos(2\pi f_{\text{ш}0} t + \varphi_{\text{ш}}(t))]}. \quad (27)$$

Используя (20) и учитывая, что в наших предположениях $F_{\text{сг}}(t)$ меняется медленно по сравнению с $u_{\text{ш}}(t)$, найдем

$$\frac{1}{2\pi} \overline{\mathbf{D}[k_{\text{см}} u_{\text{э}} u_{\text{сг}} \cos(2\pi f_0 t - \varphi_{\text{сг}}(t)) + k_{\text{см}} u_{\text{сг}} u_{\text{ш}}(t) \cos(2\pi f_{\text{ш}0} t + \varphi_{\text{ш}}(t))]} = s_{\text{д}}[\Delta f_{\text{ш}} e^{-p^2} - (1 - e^{-p^2}) \overline{F_{\text{сг}}(t)}], \quad (28)$$

где

$$\Delta f_{\text{ш}} = f_{\text{ш}0} - f_{\text{д}}.$$

Подставляя (28) в (27), найдем после преобразований

$$\overline{F_{\text{сг}}(t)} = [\mathbf{E} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \gamma_1(p) \mathbf{R}]^{-1}_{\text{обр}} \overline{\Delta F_{\text{сгс}}} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} [\mathbf{E} + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \gamma_1(p) \mathbf{R}]^{-1}_{\text{обр}} \mathbf{R} e^{-p^2} \Delta f_{\text{ш}}, \quad (29)$$

где

$$\gamma_1(p) = 1 - e^{-p^2}. \quad (30)$$

Таким образом, для средней частоты $\overline{F_{\text{сг}}(t)}$ получается линейное уравнение.

Частотная характеристика, соответствующая оператору $[\mathbf{E} - s_у s_д \gamma_1 \times (p)\,\mathbf{R}]_{обр}$,

$$k_1(jf) = \frac{1}{1 + s\ s_д \gamma_1(p)\, k(jf)}, \tag{31}$$

а оператору $[\mathbf{E} + s_у s_д \gamma_1(p)\,\mathbf{R}]_{обр}\, s_у s_д \mathbf{R}$

$$k_2(jf) = \frac{s_у s_д k(jf)}{1 + s_у s_д \gamma_1(p)\, k(jf)}. \tag{32}$$

Используя выражения (29), (30), можно известными методами определить процесс установления средней частоты при включении системы ЧАП. При этом для принятой нами модели системы следует взять следующие начальные условия:

$$\overline{\Delta F_{сгс}(t)} = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ \Delta f_н & \text{при } t > 0 \end{cases}; \quad \Delta f_ш(t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < 0 \\ \Delta f_ш & \text{при } t > 0 \end{cases}. \tag{33}$$

Из (29) с учетом (31) и (32) для остаточной расстройки найдем

$$\Delta f_{ост} = \frac{\Delta f_н}{1 + s_у s_д \gamma_1(p)} + \frac{s_у s_д e^{-p^2}\, \Delta f_ш}{1 + s_у s_д \gamma_1(p)}. \tag{34}$$

Итак, для повышения эффективности работы системы ЧАП в данном случае необходимо стремиться выполнить фильтр ПЧ таким образом, чтобы его средняя частота совпадала с частотой дискриминатора, т. е. чтобы $\Delta f_ш = 0$. Однако и при этом условии наличие шумов, как это видно из (34), увеличивает остаточную расстройку, уменьшая коэффициент регулирования приблизительно в $\gamma_1(p)$ раз.

Этот вывод качественно совпадает с результатом, полученным в [3] для случая использования дискриминатора на расстроенных контурах. Тем не менее при $\Delta f_ш = 0$ в отличие от случая, рассмотренного в § 1, здесь осуществляется подстройка по частоте эталонного сигнала, так что система ЧАП может работать эффективно и при сравнительно малых значениях p.

Остановимся на определении закона колебаний частоты стабилизируемого генератора в стационарном режиме. Учтем при этом, что в соответствии с принятыми нами предположениями относительно сравнительно узкой полосы пропускания фильтра нижних частот можно считать, что $F_{сг}(t)$ изменяется достаточно медленно и в небольших пределах, так что ширина спектральной линии стабилизируемого генератора мала по сравнению с полосой пропускания фильтра ПЧ. Учитывая кроме того, что и остаточная расстройка обычно мала по сравнению с этой полосой и используя результаты работы [2], найдем для спектра функции корреляции величины $F_{сг}(t) - \overline{F_{сг}(t)}$, представляющей собой колебания частоты стабилизируемого генератора,

$$r_{сг}(f) = |k(jf)|^2 r_{сгс}(f) + |k_2(jf)|^2 r_ш(f), \tag{35}$$

где $r_{сгс}(f)$ — энергетический спектр колебаний собственной частоты стабилизируемого генератора; $r_ш(f)$ — энергетический спектр, зависящий от p и определяемый из графиков рис. 2; $k_1(jf)$ и $k_2(jf)$ определяются из уравнений (31), (32).

Выражение (35) позволяет согласно (15) определить средний квадрат колебаний частоты стабилизируемого генератора. При необходимости более полного представления об изменении частоты $f_{сг}$ выражение (35), так же как и (14), позволяет определить ширину спектральной линии сигнала стабилизируемого генератора. Это можно сделать, если считать, что полоса пропускания фильтра ПЧ значительно уже, чем ширина

спектра сигнала на выходе дискриминатора (наиболее часто встречающийся случай). Тогда можно утверждать, что закон распределения вероятностей для колебаний частоты стабилизируемого генератора приближается к нормальному. В этом случае, как показано в [4], энергетический спектр сигнала стабилизируемого генератора можно представить в виде

$$p(f) = u_{\text{сг}}^2 \int_0^\infty e^{-\frac{1}{4\pi^2}\int_0^\infty (1-\cos 2\pi f\tau) r_{\text{сг}}(f)\frac{df}{f^2}} \cos 2\pi (f - f_0)\tau d\tau, \qquad (36)$$

где $f_0 = f_{\text{эпо}} - f_{\text{д}} + \Delta f_{\text{ост}}$ — средняя частота стабилизируемого генератора в стационарном режиме; $r_{\text{сг}}(f)$ определяется согласно (35) или (14).

Анализируя схему ЧАП с учетом фильтра ПЧ (2-й случай), мы считали, что ширина спектральной линии стабилизируемого генератора мала по сравнению с полосой пропускания фильтра ПЧ. При помощи (36) можно в каждом конкретном случае проверить, выполняется ли это условие.

Пример. Пусть на систему, содержащую фильтр ПЧ, действуют внешняя флуктуационная помеха и внутренняя флуктуационная помеха, возникающая вследствие влияния дробового эффекта. Фильтр НЧ — однозвенный RC-фильтр, полоса пропускания которого достаточно узка, так что в (35) можно принять

$$r_{\text{ш}}(f) = r_{\text{ш}}(0) = \text{const}.$$

Тогда с учетом выражений (29) и (22) получим

$$r_{\text{сг}}(f) = \frac{1 + 4\pi^2 R^2 C^2 f^2}{[1 + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \gamma_1(p)]^2 + 4\pi^2 R^2 C^2 f^2} \frac{m^2}{n^2 + f^2} + \frac{s_{\text{у}}^2 s_{\text{д}}^2 r_{\text{ш}}(0)}{[1 + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \gamma_1(p)]^2 + 4\pi^2 R^2 C^2 f^2}. \qquad (37)$$

Согласно (15) средний квадрат колебаний частоты стабилизируемого генератора равен

$$\Delta f^2 = \frac{2\pi^2 m^2 n RC\,[1 + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \gamma_1(p)] + 1}{2n\,[1 + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \gamma_1(p)]\,[1 + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \gamma_1(p) + 2\pi RCn]} + \frac{s_{\text{у}}^2 s_{\text{д}}^2 r_{\text{ш}}(0)}{4RC\,[1 + s_{\text{у}} s_{\text{д}} \gamma_1(p)]}. \qquad (38)$$

Продифференцировав (38), можно определить значения постоянной времени $RC = T$ фильтра нижних частот, обеспечивающие минимум Δf^2 при совместном действии внешней и внутренней флуктуационных помех. При выборе постоянной времени T следует учитывать и требуемое время установления средней частоты стабилизируемого генератора, которое может быть определено в соответствии с (29).

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Н. Попов, Математический анализ биений, ГЭИ, 1956.
2. P. Middleton, Quart. Appl. Math., 1949, июль, № 2.
3. А. П. Белкин, Радиотехника, 1958, **13**, 9, 18.
4. Б. Р. Левин, Теория случайных процессов и ее применение в радиотехнике, Изд. Советское радио, 1957.
5. М. Р. Капланов, В. А. Левин, Автоматическая подстройка частоты, ГЭИ, 1956.
6. И. С. Гоноровский, Докл. АН СССР, 1955, **101**, 4, 657.

Поступила в редакцию
12 X 1959

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 9

ЗАХВАТЫВАНИЕ ДВУХКОНТУРНОГО АВТОГЕНЕРАТОРА

Г. Д. Шеманаев, Е. Н. Иванова

Рассмотрен стационарный режим захваченного двухконтурного автогенератора, обладающего расширенной полосой синхронизма [1]. При помощи общего характеристического уравнения исследована устойчивость синхронных колебаний. Показано, что введение второго контура улучшает амплитудно- и фазо-частотные характеристики захваченного автогенератора.

ВВЕДЕНИЕ

В работе [1] показано, что можно расширить полосу синхронизма захваченного автогенератора, связывая с его контуром дополнительный контур, не входящий в цепь обратной связи.

Полоса увеличивается оттого, что фазовая характеристика анодной нагрузки автогенератора при слабой связи между контурами мало уклоняется от нуля вблизи частоты свободных автоколебаний. По этой же причине фаза синхронных колебаний должна меньше отличаться от фазы внешней силы, чем в одноконтурном автогенераторе. Кроме того, можно ожидать, что амплитуда синхронных колебаний двухконтурного автогенератора меньше изменяется в полосе синхронизма, так как резонансные кривые системы двух контуров имеют два максимума. Поэтому представляет интерес исследование стационарного режима такого автогенератора при слабой связи между контурами.

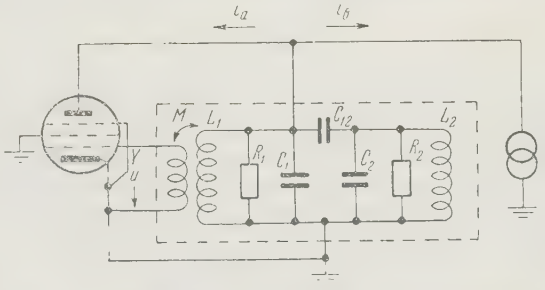


Рис. 1. Схема захваченного двухконтурного автогенератора

Стационарный режим и бигармонические колебания синхронизируемого автогенератора с двумя степенями свободы исследованы в работах [2, 3] лишь при сильной связи между контурами, когда нормальные частоты различаются в нулевом приближении, и вблизи каждой из них автогенератор может рассматриваться как одноконтурный [4]. В случае слабой связи расстройка между нормальными частотами — порядка затухания. Из-за близости нормальных частот необходимо учитывать взаимное влияние контуров, изменяющееся в полосе синхронизма, и такая система требует специального исследования.

Схема исследуемого автогенератора представлена на рис. 1. Его основной контур $L_1C_1R_1$ связан с дополнительным $L_2C_2R_2$ посредством емкости C_{12}, величина которой при слабой связи — порядка затухания контуров относительно C_1 и C_2. Синхронизирующее воздействие осуществляется от генератора тока $i_в$. Исследование проводится при аппроксимации ламповой характеристики кубической параболой. Коэффициент обратной связи считается вещественным.

1. ИСХОДНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Синхронизированный двухконтурный автогенератор при слабой связи описывается укороченными уравнениями четвертого порядка. Исследование его стационарного режима и составление характеристического уравнения требуют достаточно громоздких преобразований. С целью упрощения этой процедуры ниже излагается методика нахождения уравнений стационарного режима и характеристического уравнения синхронизированного автогенератора, основанная на применении символических укороченных уравнений, предложенных С. И. Евтяновым [4]. Выражения получены в общем виде и пригодны для автогенератора с любой колебательной системой, близкой к консервативной.

Обратная связь в синхронизированном автогенераторе осуществляется через линейный четырехполюсник, выделенный на рис. 1 пунктиром. Он характеризуется символической управляющей проводимостью $y(i\omega)$, которая связывает управляющее напряжение u с анодным током i_a и током внешней силы

$$i_в = I_в \cos \omega_в t \tag{1}$$

символическим уравнением

$$y(i\omega)\, u = i_a + i_в. \tag{2}$$

В случае, когда четырехполюсник близок к консервативному (затухание δ мало) и частота внешней силы не слишком отличается от его собственных частот, управляющее напряжение u почти синусоидально и может быть представлено в виде колебания с медленно меняющимися амплитудой U и фазой φ:

$$u = U \cos(\omega_в t + \varphi). \tag{3}$$

Первая гармоника анодного тока имеет тогда вид

$$i = I \cos(\omega_в t + \varphi). \tag{4}$$

Подставляя (1), (3) и (4) в (2), осуществим процесс укорочения символической проводимости, как указано в [4], вокруг некоторой опорной частоты ω_0, близкой к собственным частотам четырехполюсника. В качестве опорной может быть выбрана, например, частота одного из парциальных контуров. В результате получим из (2) символическое укороченное уравнение, связывающее комплексные амплитуды токов и напряжения через укороченную проводимость $Y(p)$:

$$Y(p)\, \bar{U} = \bar{I} + I_в, \tag{5}$$

где $p = d/dt$ — дифференциальный оператор для комплексных амплитуд, соответствующий мнимой расстройке $i(\omega - \omega_0)$ текущей частоты ω относительно опорной ω_0.

Комплексные амплитуды $\bar{U}$, $\bar{I}$ и $\bar{I}_в$ записанные относительно опорной частоты, имеют вид

$$\bar{I}_в = I_в e^{i\lambda t}, \tag{6}$$

$$\bar{I} = I e^{i(\lambda t + \varphi)}, \tag{7}$$

$$\bar{U} = U e^{i(\lambda t + \varphi)}, \tag{8}$$

где $\lambda = \omega_в - \omega_0$ — расстройка частоты внешней силы относительно опорной. Подставив (6) — (8) в (5) и применяя теорему смещения операционного исчисления, имеем

$$Y(p + i\lambda)\, U e^{i\varphi} = I e^{i\varphi} + I_в. \tag{9}$$

Это уравнение описывает стационарные и переходные процессы в автогенераторе, находящемся под действием внешней силы.

В стационарном режиме $p = 0$, и управляющая проводимость

$$Y(i\lambda) = A(\lambda) + iB(\lambda). \tag{10}$$

Разделяя вещественную и мнимую части (9) при $p = 0$ с учетом (10), получим систему уравнений стационарного режима:

$$A(\lambda) U^0 = I^0 + I \cos\varphi^0, \tag{11}$$

$$B(\lambda) U^0 = -I_в \sin\varphi^0. \tag{12}$$

Для исследования локальной устойчивости стационарного режима необходимо составить характеристическое уравнение автогенератора. Придадим координатам U и φ малые вариации η и θ вокруг состояния равновесия (U^0, φ^0):

$$U = U^0 + \eta; \quad \varphi = \varphi^0 + \theta$$

и разложим $Ue^{i\varphi}$ и $Ie^{i\varphi}$ в ряды Тейлора с точностью до малых второго порядка. Вычитая затем уравнение стационарного режима, получим символическое уравнение для вариаций в комплексной форме:

$$Y(p + i\lambda)(\eta + iU^0\theta) = \eta \frac{\partial I}{\partial U} + iI^0\theta. \tag{13}$$

Выделим вещественную и мнимую части укороченной проводимости

$$Y(p + i\lambda) = Y_в(p, \lambda) + iY_м(p, \lambda). \tag{14}$$

Подставив (14) в (13) и приравняв вещественную и мнимую части (13), имеем систему уравнений в вариациях:

$$\left.\begin{aligned} \left[Y_в(p, \lambda) - \frac{\partial I}{\partial U}\right]\eta - Y_м(p, \lambda) U^0\theta = 0, \\ Y_м(p, \lambda)\eta + [Y_в(p, \lambda) U^0 - I^0]\theta = 0. \end{aligned}\right\} \tag{15}$$

Оператор p здесь можно рассматривать как характеристический показатель решений η и θ.

Условие нетривиальности решений системы (15) приводит к характеристическому уравнению

$$\begin{vmatrix} Y_в(p, \lambda) - \dfrac{\partial I}{\partial U} & -Y_м(p, \lambda) U^0 \\ Y_м(p, \lambda) & Y_в(p, \lambda) U^0 - I^0 \end{vmatrix} = 0. \tag{16}$$

Сокращая детерминант на U^0 и обозначая локальную крутизну колебательной характеристики $dI/\partial U = \sigma$, среднюю крутизну первой гармоники в стационарном режиме $I^0/U^0 = S$, получим окончательное характеристическое уравнение захваченного автогенератора:

$$(Y_в - \sigma)(Y_в - S) + Y_м^2 = 0. \tag{17}$$

Заметим, что это же уравнение справедливо и для автогенератора, синхронизированного при помощи эдс, включенной в цепь сетки последовательно с управляющим напряжением.

Система уравнений (11)—(12) и (17) позволяет исследовать синхронный режим автогенератора и его устойчивость при любом виде четырехполюсника обратной связи, близкого к консервативному. Для этого необходимо предварительно составить выражение для укороченной управляющей проводимости $Y(p)$ и найти алгебраические функции $A(\lambda)$, $B(\lambda)$, $Y_в(p, \lambda)$ и $Y_м(p, \lambda)$.

Укороченную проводимость $Y(p)$ двухконтурного автогенератора рис. 1 при слабой связи проще всего получить, как указано в [4], из приближенного выражения для проводимости анодной нагрузки, приведенного в [1]. Заменяя обобщенную мнимую расстройку текущей частоты относительно первой парциальной частоты, принятой за опорную, оператором $p = i(\omega - \omega_1)T_1$, имеем (см. рис. 1)

$$Y(p) = \frac{1}{kR_1}\left[1 + p + \frac{n^2}{1 + mp - im\beta}\right], \tag{18}$$

где $k = M / L_1$ — коэффициент обратной связи; $n^2 = R_1 R_2 (\omega_1 C_{12})^2$ — фактор связи между контурами; $m = T_2 / T_1 \simeq \delta_1 / \delta_2$ — отношение затуханий парциальных контуров; $\beta = T_1(\omega_2 - \omega_1)$ — обобщенная расстройка между парциальными частотами ω_2 и ω_1; $T_{1,2} = 2 / \omega_{1,2}\delta_{1,2}$ — постоянные времени парциальных контуров; $\delta_{1,2}$ — их затухания. Парциальные системы образуются, как и в [1], закорачиванием основного или дополнительного контура.

Вследствие иного масштаба времени ($\tau = t / T_1$), принятого в (18), в выражениях (16), (17) следует брать вместо абсолютной расстройки $\lambda = \omega_в - \omega_1$ обобщенную $\xi = T_1(\omega_в - \omega_1)$. Подставляя в (18) $i\xi$ и $p + i\xi$ вместо p и разделяя вещественные и мнимые части, получим:

$$A(\xi) = \frac{1}{kR_1}\left[1 + \frac{n^2}{1 + m^2(\xi - \beta)^2}\right], \tag{19}$$

$$B(\xi) = \frac{1}{kR_1}\left[\xi - \frac{n^2 m(\xi - \beta)}{1 + m^2(\xi - \beta)^2}\right], \tag{20}$$

$$Y_в(p, \xi) = \frac{1}{kR_1}\left[1 + p + \frac{n^2(1 + mp)}{(1 + mp)^2 + m^2(\xi - \beta)^2}\right], \tag{21}$$

$$Y_м(p, \xi) = \frac{1}{kR_1}\left[\xi - \frac{n^2 m(\xi - \beta)}{(1 + mp)^2 + m^2(\xi - \beta)^2}\right]. \tag{22}$$

В заключение определим зависимость первой гармоники анодного тока I от управляющего напряжения U. При аппроксимации характеристики анодного тока полиномом $i_а = S_1 u - S_3 u^3$ колебательная характеристика

$$I = S_1 U - \frac{3}{4} S_3 U^3,$$

а ее крутизны σ и S равны:

$$\sigma = S_1 - \frac{9}{4} S_3 U^2; \quad S = S_1 - \frac{3}{4} S_3 U^2.$$

Используя выражения для I, S и σ, а также (19) — (22) в общих уравнениях (11) — (12) и (17), получим уравнения для расчета резонансных кривых и фазовых характеристик захваченного автогенератора и границ устойчивости. Обсуждение этих кривых проводится далее.

2. СТАЦИОНАРНЫЙ РЕЖИМ И ГРАНИЦЫ УСТОЙЧИВОСТИ

Рассмотрим зависимость амплитуды колебаний U и сдвига фаз φ от расстройки частоты внешней силы ξ, т. е. резонансные кривые и фазовые характеристики захваченного автогенератора (рис. 1). Введем предварительно обобщенные координаты

$$x = \frac{U}{U_н}, \quad h = \frac{I}{S_1 U_н}, \quad h_в = \frac{I_в}{S_1 U_н}$$

при помощи нормирующего множителя $U_н$, определяемого точкой пересечения колебательной характеристики $I(U)$ с осью напряжений ($I(U_н) = 0$; $U_н^2 = 4S_1/3S_3$). В этих координатах уравнение колебательной характеристики имеет вид

$$h = x(1 - x^2), \tag{23}$$

а ее крутизны равны

$$\sigma = S_1(1 - 3x^2); \quad S = S_1(1 - x^2).$$

Уравнение резонансных кривых найдем, складывая квадраты уравнений (11) и (12). В обобщенных координатах получим после подстановки (23)

$$x^2[A_1(\xi) + x^2 - 1]^2 + B_1^2(\xi)x^2 = h_в^2, \tag{24}$$

где $A_1 = A/S_1$; $B_1 = B/S_1$. Уравнение фазовых характеристик находится делением (12) на (11) с учетом (23):

$$-\frac{B(\xi)}{A(\xi)} = \frac{h_в \sin\varphi}{x(1 - x^2) + h_в \cos\varphi}. \tag{25}$$

В работе [1] показано, что для расширения полосы целесообразно использовать дополнительный контур, настроенный на ту же частоту, что и основной. В связи с этим далее рассматриваются резонансные кривые и фазовые характеристики при одинаково настроенных контурах, т. е. для $\beta = 0$.

Для определения границ полосы синхронизма необходимо выделить области устойчивого синхронного режима на плоскости резонансных кривых. Уравнения границ устойчивости найдем, рассматривая характеристическое уравнение захваченного автогенератора (17). Подставляя (21) и (22) в (17) при $\beta = 0$, раскроем скобки и, учитывая, что $Y_в^2 + Y_м^2 = |Y|^2$, сократим $|Y|^2$ на множитель $(1 + mp)^2 + m^2\xi^2$; после преобразований получим характеристическое уравнение четвертого порядка:

$$a_0p^4 + a_1p^3 + a_2p^2 + a_3p + a_4 = 0, \tag{26}$$

где

$$a_0 = m^2;$$

$$a_1 = m[2(1 + m) - kR_1m(S + \sigma)];$$

$$a_2 = m[(\alpha - kR_1S) + (\alpha - kR_1\sigma)] + [1 + m(1 - kR_1S)][1 + m(1 - kR_1\sigma)] + 1m^2\xi^2;$$

$$a_3 = (1 + m - mkR_1\sigma)(\alpha - kR_1S) + (1 + m - mkR_1S)(\alpha - kR_1\sigma) + 4m\xi^2(1 + m) - 2m^2\xi^2kR_1(S + \sigma);$$

$$a_4 = (\alpha - kR_1S)(\alpha - kR_1\sigma) + \xi^2(1 + m - mkR_1S)(1 + m - mkR_1\sigma);$$

$$\alpha = 1 + n^2 - m\xi^2.$$

Подробное рассмотрение границ устойчивости, получающихся применением критерия Гурвица к уравнению (26), показывает, что в случае двухконтурного автогенератора (рис. 1) достаточно выполнения условий

$$L = a_1 > 0; \quad N = a_3\begin{vmatrix} a_1 & a_0 \\ a_1 & a_2 \end{vmatrix} - a_4a_1^2 > 0; \quad Q = a^4 > 0.$$

Конфигурация общей области устойчивости определяется взаимным расположением границ $L = 0$; $N = 0$; $Q = 0$; при изменении параметров автогенератора оно изменяется.

При построении резонансных кривых и границ устойчивости удобно относить амплитуду синхронных колебаний x к амплитуде колебаний

свободного автогенератора

$$x_0 = \sqrt{\frac{S_1R - 1}{S_1R}}. \qquad (27)$$

Амплитуда x_0 зависит только от управляющего сопротивления свободного автогенератора $R = 1 : A(\xi_0)$, где ξ_0 — поправка на частоту свободных автоколебаний, определяемая из условия $B(\xi_0) = 0$. При $\beta = 0$ и $mn^2 \leqslant 1$ свободный автогенератор имеет одну собственную частоту, совпадающую с парциальными частотами ($\xi_0 = 0$). При $mn^2 > 1$ таких частот три; поправки для них равны

$$\xi_{01} = 0; \quad \xi^2_{02,\,3} = \frac{mn^2 - 1}{m^2}.$$

Назовем фактор связи $n^2_{кр} = 1/m$ критическим. На средней частоте автоколебаний $\xi_{01} = 0$ управляющее сопротивление

$$R' = \frac{kR_1}{1 + n^2}, \qquad (28)$$

на крайних частотах (ξ_{02} и ξ_{03})

$$R'' = \frac{kR_1}{1 + \dfrac{1}{m}}. \qquad (29)$$

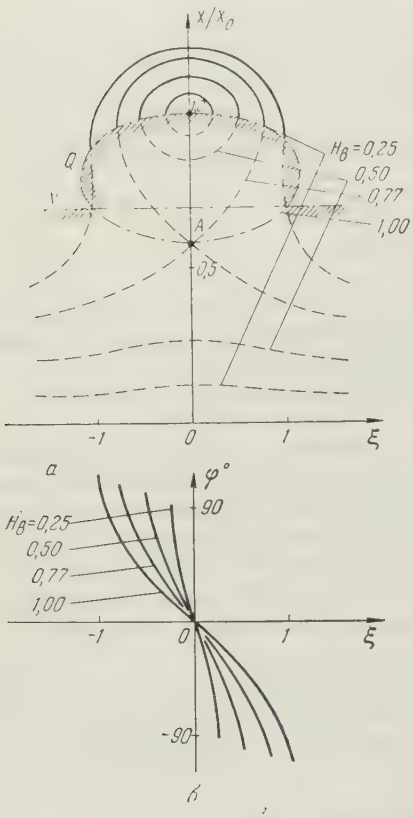


Рис. 2. Резонансные кривые (*а*) и фазовые характеристики (*б*) одноконтурного автогенератора ($n^2 = 0$) при различных амплитудах внешней силы для $S_1R = 3$

Амплитуду внешней силы также будем относить к амплитуде первой гармоники тока свободного автогенератора $h_0 = x_0/S_1R$:

$$H_в = \frac{h_в}{h_0}.$$

Выясним, как влияет на характеристики захваченного автогенератора величина фактора связи со вторым контуром n^2. На рис. 2—5 построены по (24) и (27) резонансные кривые захваченного двухконтурного автогенератора при различных амплитудах внешней силы $H_в$ и различных факторах связи n^2 для случая одинаковых затуханий контуров ($m = 1$). Здесь же приведены границы устойчивости $L = 0$; $N = 0$; $Q = 0$. Устойчивые части кривых даны сплошными линиями, неустойчивые — пунктиром, границы устойчивости — штрих-пунктиром. Общая область неустойчивости заштрихована. На рис. 2 и 3 построены также устойчивые части фазовых характеристик, вычисленных по (25) с использованием резонансных кривых.

Резонансные кривые и фазовые характеристики одноконтурного автогенератора ($n^2 = 0$) при $S_1R = 3$ приведены на рис. 2. Такие резонансные кривые известны из работы [5]. При малых $H_в$ они состоят из двух изолированных ветвей — замкнутой и разомкнутой. Устойчивость

инхронного режима определяется в этом случае границей Q, являю-
цейся геометрическим местом точек с вертикальными касательными
резонансным кривым. С увеличением внешней силы ветви резонансной
ривой сливаются (при $H_в = 0{,}77$ в точке A). Устойчивость при боль-
ших $H_в$ определяется другой границей — прямой N.

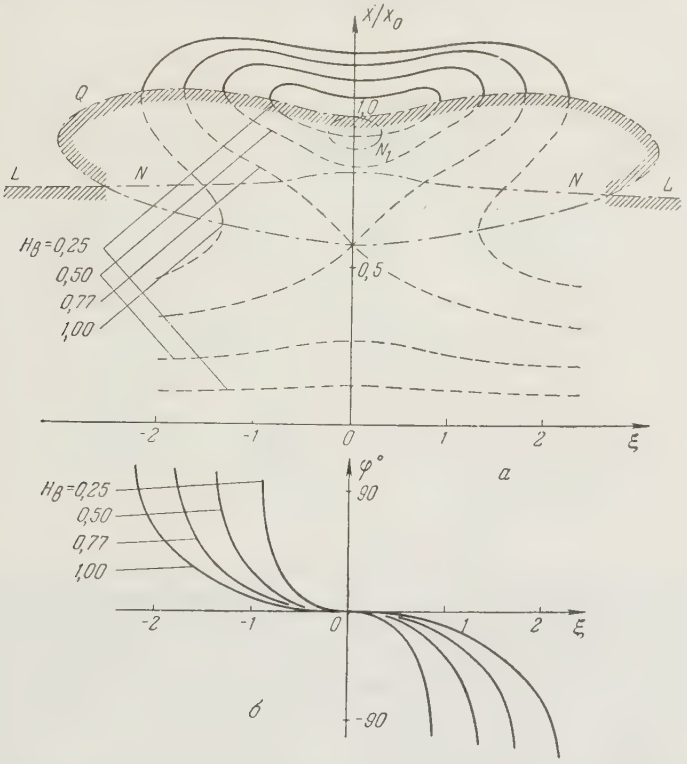


Рис. 3. Резонансные кривые (*а*) и фазовые характеристики (*б*) двухконтурного автогенератора при критической связи ($m = 1$; $n^2 = 1$) для $S_1R' = 3$

Фазовые характеристики одноконтурного автогенератора построены
а рис. 2, *б*. Нетрудно видеть, что их крутизна $|d\varphi/d\xi|$ в начале коорди-
ат падает с увеличением внешней силы, однако она не может быть об-
ащена в нуль.

На рис. 3 приводятся характеристики двухконтурного автогенера-
ора при критической связи ($n^2_{кр} = 1/m = 1$). При этой связи свобод-
ый автогенератор имеет все еще одну частоту собственных автоколеба-
ий. Поэтому топология семейства резонансных кривых рис. 3, *а* та же,
то и для одноконтурного автогенератора (рис. 2, *а*). Их отличие состоит
том, что верхние ветви резонансных кривых имеют два максимума вбли-
и границ полосы синхронизма. Это способствует меньшему изменению
мплитуды колебаний внутри полосы по сравнению с одноконтурным
втогенератором.

Область неустойчивого синхронного режима заключена на рис. 3, *а*
нутри кривой Q, между границами N и L и под прямой L. Поэтому
стойчивость при малых амплитудах внешней силы $H_в$ по-прежнему опре-
еляется границей Q, а при больших $H_в$ — границей N. Особенность
раницы $Q = 0$ в двухконтурном автогенераторе при $n^2 \leqslant n^2_{кр}$ состоит
том, что она имеет провал в центральной части, как на рис. 3, *а*; гра-
ица же N является не прямой, как при $n^2 = 0$, а кривой с максимумом
ри $\xi = 0$.

Из сравнения кривых рис. 2, *а* и 3, *а* видно, как расширяется полоса синхронизма при увеличении связи со вторым контуром. Это происходит благодаря деформации фазовой характеристики системы контуров [1].

На рис. 3, *б* построены фазовые характеристики захваченного двухконтурного автогенератора при критической связи ($n^2 = n^2_{кр} = 1$).

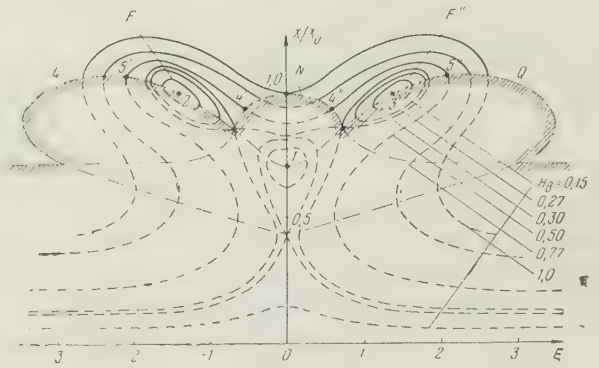


Рис. 4. Резонансные кривые при связи, большей критической ($m = 1$; $n^2 = 3$), для $S_1R'' = 3$; $S_1R' = 1{,}5$

Они мало уклоняются от нуля вблизи начала координат, а их начальная крутизна равна нулю при любых амплитудах внешней силы. В этом состоит их преимущество по сравнению с фазовыми характеристиками одноконтурного автогенератора (рис. 2, *б*). Такая форма фазовых характеристик при $n^2 = n^2_{кр}$ также объясняется тем, что фазовый угол анодной нагрузки близок к нулю благодаря компенсации реактанса основного контура вносимым реактансом [1].

При увеличении связи между контурами сверх критической ($n^2 > n^2_{кр} = 1/m$) свободный автогенератор имеет три частоты собственных автоколебаний. Соответственно, резонансные кривые при малых $H_в$ имеют несколько замкнутых ветвей вокруг этих частот. На рис. 4 построены резонансные кривые при связи, большей критической ($m = 1$; $n^2 = 3$), когда условия самовозбуждения ($S_1R > 1$) выполнены на всех трех собственных частотах автогенератора ($S_1R'' = 3$; $S_1R' = 1{,}5$). В этом случае и замкнутые ветви также существуют вокруг всех трех частот. Не останавливаясь детально на трансформации резонансных кривых при увеличении внешней силы, укажем лишь, что при $H_в = 0{,}3$ путем слияния ветвей образуется общая двугорбая резонансная кривая.

Особенности стационарного режима при $n^2 > n^2_{кр}$ связаны с иным взаимным расположением границ N и Q на рис. 4, нежели на рис. 2, *а* и 3, *а*. Вблизи средней частоты свободных автоколебаний ($\xi_0 = 0$) граница N проходит выше границы Q. Поэтому синхронный режим в окрестности средней частоты (точка *1* на рис. 4) неустойчив при малых амплитудах внешней силы $H_в$. Устойчивым является лишь синхронный режим в окрестности крайних частот (точки *2* и *3*). Поэтому при $n^2 > n^2_{кр}$ и малых $H_в$ существуют две изолированные полосы синхронизма; их границы определяются кривой Q (например, для ветвей резонансной кривой F' и F'').

По мере увеличения $H_в$, после того как все ветви резонансной кривой соединятся в одну, внутренние границы изолированных полос определяются кривой N (в точках $4' - 4''$ на рис. 4), а внешние — по-прежнему кривой Q (точки $5' - 5''$). Наконец, при достаточно больших амп-

литудах внешней силы ($H_в \geqslant 1$ на рис. 4) резонансные кривые проходят выше границы N, и синхронный режим на средней частоте становится устойчивым.

Проследим, как меняются резонансные кривые при значительном увеличении фактора связи ($n^2 \gg n^2_{кр}$). На рис. 5 построено семейство кривых для $n^2 = 9$ ($S_1R'' = 3$; $S_1R' = 0{,}6$). В соответствии с (28) управляющее

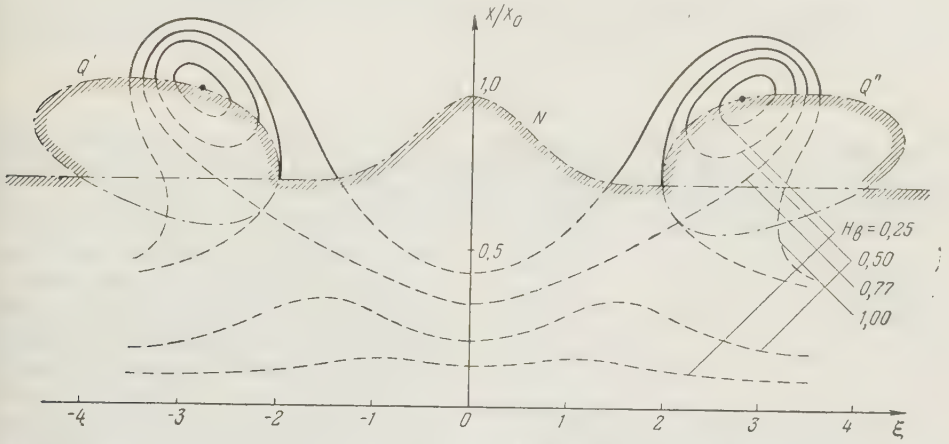


Рис. 5. Резонансные кривые при большом факторе связи ($m = 1$; $n^2 = 9$) для $S_1R'' = 3$; $S_1R' = 0{,}6$

сопротивление R' уменьшается с ростом n^2, и автогенератор становится недовозбужденным на средней частоте ($S_1R' < 1$). В связи с этим замкнутая ветвь резонансной кривой вокруг средней частоты не существует, как на рис. 5, и остаются лишь асимметричные замкнутые ветви вокруг крайних частот. Граница устойчивости Q распадается при $n^2 \gg n^2_{кр}$ на две замкнутых кривых (Q' и Q'' на рис. 5).

При последующем увеличении связи между контурами частоты свободных автоколебаний удаляются друг от друга, ветви резонансных кривых становятся симметричными относительно этих частот, а границы Q' и Q'' по своей форме совпадают с границей Q на рис. 2, *а*. Таким образом, каждая половина семейства резонансных кривых уподобляется кривым одноконтурного автогенератора. Это еще раз подтверждает тот вывод, что синхронизированный двухконтурный автогенератор при сильной связи можно рассматривать как одноконтурный в окрестности нормальных частот.

Выше показано, что при связи, большей критической, колебания автогенератора, неустойчивые на средней частоте ($\xi = 0$) в отсутствие внешней силы, стабилизируются внешним воздействием. Весьма наглядное условие этой стабилизации находится непосредственно из характеристического уравнения (17). Из (22) следует, что при $\xi = 0$ и $\xi = 0$ $Y_м(p, \xi) = 0$. Тогда (17) распадается на два сомножителя:

$$mp^2 + p(m + 1 - mkR_1S) + 1 + n^2 - kR_1S = 0,$$

$$mp^2 + p(m + 1 - mkR_1\sigma) + 1 + n^2 - kR_1\sigma = 0. \qquad (30)$$

Для устойчивости стационарного режима необходимо и достаточно, чтобы коэффициенты обоих уравнений были положительными. Поскольку

$$\sigma = S + \frac{dS}{dU}U,$$

а при колебательной характеристике мягкого типа $dS/dU < 0$, то $\sigma < S$,

и достаточно рассмотреть коэффициенты уравнения (30). Если $n^2 > n^2_{кр} = 1/m$, то достаточным является условие устойчивости

$$m + 1 - mkR_1S > 0.$$

Для его обсуждения удобно ввести среднюю крутизну свободных автоколебаний на крайних частотах $S''_0 = 1/R''$. Учитывая (29), получим тогда условие

$$S < S''_0.$$

Это означает, что для устойчивости стационарного режима амплитуда синхронных колебаний на средней частоте должна превышать амплитуду свободных автоколебаний на крайних частотах.

Обсудим зависимость полосы синхронизма от амплитуды внешней силы $H_в$. На рис. 6 приведены графики для полосы, определенной в точках пересечения границ устойчивости с резонансными кривыми. Нетрудно видеть, что закон изменения полосы при $n^2 > 0$ иной, чем в одноконтурном автогенераторе: полоса особенно быстро растет при

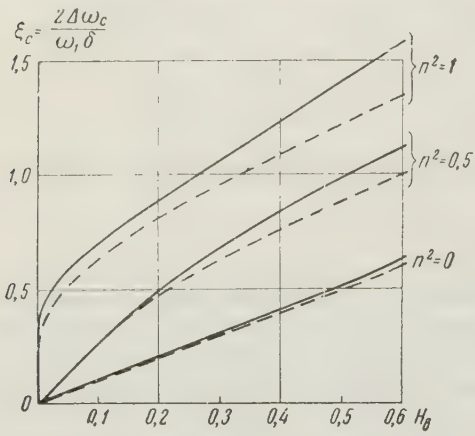


Рис. 6. Зависимость полосы синхронизма двухконтурного автогенератора от амплитуды внешней силы для различных факторов связи n^2 при $m = 1$; $S_1 R' = 3$

малых амплитудах внешней силы, а затем ее рост замедляется. Для сравнения здесь же даны пунктиром кривые, рассчитанные в работе [1] при горизонтальной колебательной характеристике. Незначительность расхождений между этими графиками показывает, что вид колебательной характеристики мало влияет на величину полосы синхронизма.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследование показало, что в захваченном двухконтурном автогенераторе можно получить кроме расширения полосы синхронизма [1] более благоприятные амплитудные и фазовые характеристики, чем в одноконтурном. При критической связи между контурами крутизна фазовой характеристики на частоте свободных автоколебаний равна нулю и фаза синхронных колебаний мало отличается при расстройке от фазы внешней силы. Амплитуда синхронных колебаний при этом увеличивается от середины полосы к ее границам.

Введение второго контура в автогенератор сопряжено с опасностью возникновения зоны несинхронных колебаний (биений) вблизи средней частоты свободных автоколебаний (рис. 4 и 5). Это явление может затруднить использование синхронизированного двухконтурного автогенератора. Поэтому связь со вторым контуром должна выбираться меньше или равной критической. Если же фактор связи несколько больше критического, то среднюю зону биений можно ликвидировать увеличением амплитуды внешней силы до такой степени, чтобы амплитуда синхронных колебаний на средней частоте превышала амплитуду свободных автоколебаний на крайних частотах как при $H_в \geqslant 1$ на рис. 4.

Исследование синхронизированных автогенераторов с бо́льшим числом степеней свободы может быть выполнено подобным образом при помощи общих уравнений стационарного режима и характеристического уравнения, приведенных в работе.

Результаты экспериментального исследования, касавшегося резонансных кривых, фазовых характеристик и полосы синхронизма, согласуются с расчетными данными.

Авторы выражают благодарность С. И. Евтянову за неизменное внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. И. Евтянов, Г. Д. Шеманаев, Синхронизация двухконтурного автогенератора, НДВШ (Радиотехника и электроника), 1959, 2.
2. И. Берштейн, Е. Иконников, К математической теории вынужденных колебаний в автоколебательных системах с двумя степенями свободы, ЖТФ, 1934, 1.
3. А. Г. Майер, К теории вынужденных колебаний в сложном генераторе, Уч. зап. Горьковского ун-та, 1939, 2.
4. С. И. Евтянов, О связи между символическими и укороченными уравнениями, Радиотехника, 1946, 1.
5. Б. Ван-дер-Поль, Нелинейная теория электрических колебаний, Связьтехиздат, 1935.

Московский энергетический институт
Кафедра радиопередающих устройств

Поступила в редакцию НДВШ
(Радиотехника и электроника)
27 VII 1959

Поступила в редакцию
Радиотехника и электроника
3 I 1960

1960 № 9

ИЗЛУЧЕНИЕ ЗЕРКАЛЬНОЙ АНТЕННЫ В ОБЛАСТИ ТЕНИ

В. Л. Тандит, Л. Б. Тартаковский

Исследовано влияние дифракционных поправок в распределении тока на отражателе (ближнее поле облучателя, поправка на кривизну отражателя и краевой эффект) на величину и характер излучения в области тени бесконечно-тонкого сплошного и идеально-проводящего отражателя произвольной формы, облучаемого малонаправленной антенной.

ВВЕДЕНИЕ

В работах [1, 2] были выяснены принципиальные преимущества токового метода расчета излучения зеркальных антенн. Настоящая работа посвящена общему исследованию поля произвольной зеркальной антенны в области тени (рис. 1).

Размеры облучателя считаем сравнимыми с длиной волны и одновременно малыми по сравнению с размерами отражателя. При анализе учитываются дифракционные поправки на ближнее поле облучателя, кривизну отражателя и краевой эффект, которые были рассмотрены в нашей работе [3].

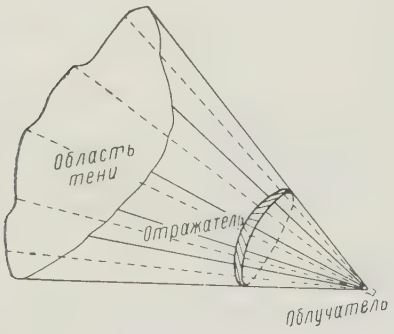


Рис. 1

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ И ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Согласно токовому методу поле излучения антенны, состоящей из идеально-проводящего бесконечно-тонкого отражателя и малонаправленного облучателя, определяется формулой

$$E_\varphi = k^2(-\Pi_x \sin\varphi + \Pi_y \cos\varphi) + E_\varphi^{(\text{обл})},$$
$$E_\theta = k^2(\Pi_x \cos\theta\cos\varphi + \Pi_y \cos\theta \sin\varphi - \Pi_z \sin\theta) + E_\theta^{(\text{обл})}, \quad (1)$$

где $k = 2\pi/\lambda$; λ — длина волны; $\vec{E}^{(\text{обл})}$ — поле излучения токов на облучателе, которые считаются сторонними.

Вектор Герца $\vec{\Pi}$ равен интегралу по поверхности отражателя [4]:

$$k^2\vec{\Pi} = \frac{i}{2\lambda}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{e^{i(kR-\omega t)}}{R}\iint\limits_{S_{\text{отр}}}\vec{j}\exp[-ik(z\cos\theta + x\sin\theta\cos\varphi + \cdots + y\sin\theta\sin\varphi)]\,ds, \quad (2)$$

где $\vec{j}$ — сумма поверхностных токов на светлой и теневой сторонах отражателя; $R \gg \sqrt{S_{\text{отр}}}$, θ, φ — сферические координаты точки наблюдения, $z = z(x, y)$ — уравнение поверхности отражателя.

В [2] путем точного вычисления вектор-потенциала от основных токов

$$\vec{j}_0 = 2\,[\vec{n}\vec{H}_0], \tag{3}$$

где $\vec{n}$ — внутренняя нормаль к поверхности отражателя,

$$\vec{n} = \frac{-\frac{\partial z}{\partial x}\vec{x}_0 - \frac{\partial z}{\partial y}\vec{y}_0 + \vec{z}_0}{\sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2}}; \tag{4}$$

$\vec{H}_0$ — поле излучения облучателя, было установлено следующее. При интенсивном облучении контура параболоида его задний лепесток сравним с полем $\vec{E}^{(\text{обл})}$ в отсутствие отражателя. При переходе к «нулевому» облучению контура поле антенны уменьшается на целый порядок, т. е. примерно в $\sqrt{s_{\text{отр}}}/\lambda$ раз.

С другой стороны, в [3] было показано, что ток $\vec{j}_1$, наведенный на отражателе ближним полем облучателя, также на один порядок меньше тока (3) в его максимуме и, следовательно, может существенно повлиять на результат расчета.

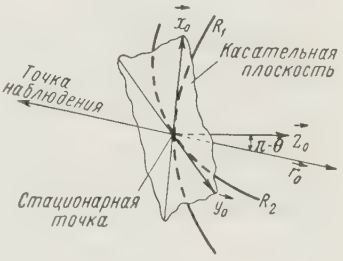


Рис. 2

Согласно [3] ток $\vec{j}$ представим в виде

$$\vec{j} = \vec{j}_\infty + \vec{j}_{\text{кр}} = \vec{j}_0 + \vec{j}_1 + \vec{j}_2 + \vec{j}_{\text{кр}}, \tag{5}$$

где $\vec{j}_2$ — дифракционный ток, обусловленный взаимодействием токов (3); $\vec{j}_{\text{кр}}$ — дифракционный ток, описывающий локальные искажения тока $\vec{j}_\infty$ на острой кромке отражателя.

Асимптотический характер разложения тока (5) позволяет заменить точное вычисление его вектор-потенциала асимптотическим разложением, в котором удержаны члены нужного порядка малости. При этом мы будем следовать работе [5].

Фаза тока $\vec{j}_\infty$ и его составляющих определяется множителем e^{ikr_1}, где r_1 — расстояние между облучателем и точкой отражателя. Поэтому для каждой точки наблюдения в области тени при интегрировании токов $\vec{j}_0$, $\vec{j}_1$, $\vec{j}_2$ интеграл (2) имеет единственную точку стационарной фазы [6]. Эта точка получается пересечением поверхности отражателя лучом с координатами θ, φ.

Поместим начало координат в точку стационарной фазы, орт $\vec{z}_0$ совместим с $\vec{n}$ в этой точке, а орты $\vec{x}_0$, $\vec{y}_0$ ориентируем по главным направлениям касательной плоскости (рис. 2). Выражая далее элемент поверхности ds через $dx\,dy$, запишем (2) в виде интеграла по плоскости раскрыва, ограниченного контуром Γ:

$$k^2\vec{\Pi} = \frac{i}{2\lambda}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{e^{i\,(kR-\omega t)}}{R}\iint\limits_{s_{\text{раскр}}} \vec{F}(x, y)\, e^{ik\Phi(x, y)}\,dx\,dy, \tag{6}$$

где

$$\vec{F}(x, y) = \frac{\vec{j}(x, y)}{|(\vec{n}\vec{z}_0)|}\,e^{-ikr_1}, \tag{7}$$

$$\Phi(x, y) = r_1(x, y) - z(x, y)\cos\theta - \sin\theta\,(x\cos\varphi + y\sin\varphi). \tag{8}$$

К интегралу в формуле (6) применима формула (28) работы [5]:

$$\vec{J} = -(\operatorname{sgn}\Phi_2)\frac{2\pi\vec{F}(0,0)\,e^{ikr_1(0,0)}}{ik\sqrt{\Phi_{21}\Phi_{23}-\Phi_{22}^2}} + \frac{1}{ik}\oint_0^{2\pi}\frac{\vec{F}_\Gamma}{\Phi_\Gamma^{(1)}}\,e^{ik\Phi_\Gamma}\rho_\Gamma\,d\psi -$$

$$-\frac{1}{k^2}\vec{J}_2 e^{ikr_0} + \frac{1}{k^2}\oint_0^{2\pi}\frac{\vec{F}_\Gamma[\Phi_\Gamma^{(1)}-\rho_\Gamma\Phi_\Gamma^{(2)}] + \rho_\Gamma\vec{F}_\Gamma^{(1)}\Phi_\Gamma^{(1)}}{[\Phi_\Gamma^{(1)}]^3}\,e^{ik\Phi_\Gamma}\,d\psi, \qquad (9)$$

в которой отброшены члены, на два порядка меньшие прямого поля облучателя.

В формуле (9) величины

$$\Phi_{21}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial x^2};\quad \Phi_{22}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial x\,\partial y};\quad \Phi_{23}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial y^2};\quad \Phi_2=\frac{\partial^2\Phi}{[\partial\sqrt{x^2+y^2}]^2} \qquad (10)$$

обозначают значения соответствующих производных в стационарной точке, а

$$\Phi_\Gamma^{(1)}=\frac{\partial\Phi}{\partial\rho};\quad \Phi_\Gamma^{(2)}=\frac{\partial^2\Phi}{\partial\rho^2};\quad \vec{F}_\Gamma^{(1)}=\frac{\partial\vec{F}}{\partial\rho}\,(\rho=\sqrt{x^2+y^2}) \qquad (11)$$

— значения радиальных производных на контуре Г, который описывается уравнением $\rho=\rho_\Gamma(\psi)\left(\psi=\operatorname{arc\,tg}\frac{y}{x}\right)$.

Третий член разложения (9) описывается формулой (26) работы [5], которая не воспроизводится. Она содержит комбинации частных производных Ф до четвертого порядка включительно и частные производные $\vec{F}$ первых двух порядков в стационарной точке.

В формуле (9) необходимо вычислять все члены только для вектор-потенциала основного тока $\vec{j}_0$. При этом первый член в (9) при переходе к $\vec{E}$ по формуле (1) компенсируется полем $\vec{E}^{(\text{обл})}$ [6]. Поэтому функции, описывающие оба эти поля, в дальнейшем рассмотрении можно опустить. Для токов $\vec{j}_1$ и $\vec{j}_2$ в формуле (9) достаточно сохранить первые два члена.

В отличие от тока $\vec{j}_\infty$ ток $\vec{j}_{\text{кр}}$ локализован в узкой полоске, окаймляющей пространственную кривую контура отражателя. Поэтому его вектор-потенциал можно представить контурным интегралом [3]:

$$k^2\vec{\Pi}_{\text{кр}} = \frac{i}{2\lambda}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{e^{i(kR-\omega t)}}{R}\left[\frac{1}{2ik}\oint_0^{2\pi}|\vec{F}_\infty|_\Gamma\vec{Q}(\psi)\,e^{ik\Phi_\Gamma}\rho_\Gamma\,d\psi\right], \qquad (12)$$

где два медленно меняющихся положительных косинуса, появляющихся при замене элемента длины пространственного контура отражателя дифференциалом $\rho_\Gamma\,d\psi$, включены в амплитуду вектора $\vec{Q}(\psi)$. Безразмерный вектор $\vec{Q}(\psi)$ описывает противоположную фазировку продольной и поперечных составляющих тока $\vec{j}_{\text{кр}}$ относительно тех же составляющих тока $\vec{j}_\infty$; $|\vec{Q}|\simeq 1-2$ и зависит от производных тока $\vec{j}_\infty$.

2. ИЗЛУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ ТОКОВ

В принятой системе координат координаты точки начала отсчета r_1 на облучателе связаны с угловыми координатами точки наблюдения по формулам

$$\begin{aligned} &x_0 = r_0\alpha = -r_0\sin\theta\cos\varphi;\quad y_0 = r_0\beta = -r_0\sin\theta\sin\varphi;\\ &z_0 = r_0\gamma = -r_0\cos\theta,\ (r_0 = r_1(0,0)), \end{aligned} \qquad (13)$$

где α, β, γ — направляющие косинусы падающего луча в стационарной

точке. В этой точке кроме того

$$z = \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial x\,\partial y} = 0; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{1}{R}; \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{1}{R^2}, \tag{14}$$

где R_1 и R_2 — главные радиусы кривизны отражателя.

Учитывая (13) и (14), находим

$$\Phi_{21} = \frac{1-\alpha^2}{r_0}; \quad \Phi_{22} = -\frac{\alpha\beta}{r_0}; \quad \Phi_{23} = \frac{1-\beta^2}{r_0}. \tag{15}$$

Старшие производные фазы (8) имеют вид

$$\frac{\partial^4 \Phi}{\partial x^4} = -\frac{3}{r_0^3}(1 - 6\alpha^2 + 5\alpha^4) + \frac{6\gamma}{r_0^2 R_1}(1 - 3\alpha^2) + \\ + \frac{3}{r_0 R_1^2}(\alpha^2 + \beta^2) - \frac{4\alpha\gamma}{r_0}\frac{\partial^3 z}{\partial x^3}. \tag{16}$$

Введем вектор $\vec{\widetilde{H}}_0$, который получается при отбрасывании у вектора $\vec{H}_0$ множителя $\frac{1}{r_1} e^{ikr_1}$. В силу отсутствия продольной компоненты у поля излучения облучателя в стационарной точке $\widetilde{H}_{0z}$ и ее первые производные можно выразить через $\widetilde{H}_{0x}$ и $\widetilde{H}_{0y}$ и их производные.

В результате производные $\vec{F}_0(x, y)$ в точке $x = y = 0$ удается записать в виде

$$\frac{\partial \vec{F}_0}{\partial x} = \frac{2}{r_0}\left\{\left[-\frac{\alpha}{r_0}\widetilde{H}_{0y} - \frac{\partial \widetilde{H}_{0y}}{\partial x}\right]\vec{x}_0 + \left[\alpha\left(\frac{1}{r_0} - \frac{1}{\gamma R_1}\right)\widetilde{H}_{0x} - \right.\right. \\ \left.\left. - \frac{\beta}{\gamma R_1}\widetilde{H}_{0y} + \frac{\partial \widetilde{H}_{0x}}{\partial x}\right]\vec{y}_0 - \frac{\widetilde{H}_{0y}}{R_1}\vec{z}_0\right\}, \ldots, \tag{17}$$

$$\left(\vec{z}_0 \frac{\partial^2 \vec{F}_0}{\partial x^2}\right) = \frac{2}{r_0}\left[\frac{\partial^3 z}{\partial x^2\,\partial y}\widetilde{H}_{0x} - \left(\frac{2\alpha}{r_0 R_1} + \frac{\partial^3 z}{\partial x^3}\right)\widetilde{H}_{0y} - \frac{2}{R_1}\frac{\partial \widetilde{H}_{0y}}{\partial x}\right], \ldots. \tag{18}$$

В отличие от самой функции

$$\vec{F}_0(0, 0) = \frac{2}{r_0}[-\widetilde{H}_{0y}(0, 0)\vec{x}_0 + \widetilde{H}_{0x}(0, 0)\vec{y}_0] \tag{19}$$

ее производные содержат компоненты, нормальные к поверхности в стационарной точке.

Вторые производные $\vec{F}_0$, так же как и четвертые производные Ф, содержат третьи производные поверхности, которые после соответствующей группировки и упрощения записи входят в третий член разложения вектор-потенциала основных токов.

Эти производные взаимно уничтожаются только после перехода от вектор-потенциала к полю излучения по формулам (1). В результате находим поле излучения основных токов, соответствующее третьему члену разложения вектор-потенциала:

$$E_{0\varphi}^{(3)} = \frac{1}{2ik}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{e^{i(kR-\omega t)}}{R}\left\{\left(\frac{1-\beta^2}{R_1} - \frac{\gamma^2-\beta^2}{R_2}\right)\frac{\cos\varphi}{\gamma^4}\widetilde{H}_{0x} + \right.$$

$$+ \left(\frac{1-\alpha^2}{R_2} - \frac{\gamma^2-\alpha^2}{R_1}\right)\frac{\sin\varphi}{\gamma^4}\widetilde{H}_{0y} - \frac{2}{\gamma^3}\left(\alpha\frac{\partial}{\partial x} + 3\frac{\partial}{\partial y}\right)(\cos\varphi\widetilde{H}_{0x} + \sin\varphi\widetilde{H}_{0y}) +$$

$$\left. + \frac{r_0}{\gamma^3}\left[(1 - 3\beta^2)\frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2\alpha\beta\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y} + (1 - \alpha^2)\frac{\partial^2}{\partial y^2}\right](\cos\varphi\widetilde{H}_{0x} + \sin\varphi\widetilde{H}_{0y})\right\}. \tag{20}$$

Аналогичное выражение получается для $E_{0\theta}^{(3)}$. Сравнительная простота полученных формул отличает особенности поля зеркальной антенны

в области тени. В области света радиусы кривизны поверхности входят уже в выражение для первого стационарного члена [6].

Контурный интеграл в (9), получающийся при интегрировании $\vec{j}_0$, целесообразно объединить с соответствующими членами в разложении вектор-потенциалов токов $\vec{j}_1$ и $\vec{j}_2$. Здесь переход к $\vec{E}$ по формулам (1) усложняет запись и не дает ничего нового по сравнению с зависимостью $|k^2\vec{\Pi}|$, рассмотрением которой мы ограничимся.

3. ИЗЛУЧЕНИЕ ТОКОВ БЛИЖНЕГО ПОЛЯ И ТОКОВ КРИВИЗНЫ

Сместим начало координат из стационарной точки в точку $r_1 = 0$ на облучателе, сохранив при этом неизменными направления $\vec{x}_0$, $\vec{y}_0$, $\vec{z}_0$. В новой системе координат ближнее поле облучателя можно записать в следующей форме:

$$\widetilde{H}_{1r_1} = -\frac{1}{ikr_1\sin\theta_1}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_1}(\sin\theta_1\,\widetilde{H}_{0\theta_1}) - \frac{\partial\widetilde{H}_{0\varphi_1}}{\partial\varphi_1}\right],$$

$$\widetilde{H}_{1\varphi_1} = \frac{1}{2ikr_1\sin\theta_1}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_1}\left(\sin\theta_1\frac{\partial\widetilde{H}_{0\varphi_1}}{\partial\theta_1}\right) + \frac{1}{\sin\theta_1}\frac{\partial^2\widetilde{H}_{0\varphi_1}}{\partial\varphi_1^2} + \right.$$

$$\left. + 2\operatorname{ctg}\theta_1\frac{\partial\widetilde{H}_{0\theta_1}}{\partial\varphi_1} - \frac{\widetilde{H}_{0\varphi_1}}{\sin\theta_1}\right], \qquad (21)$$

$$\widetilde{H}_{1\theta_1} = \frac{1}{2ikr_1\sin\theta_1}\left[\frac{\partial}{\partial\theta_1}\left(\sin\theta_1\frac{\partial\widetilde{H}_{0\theta_1}}{\partial\theta_1}\right) + \frac{1}{\sin\theta_1}\frac{\partial^2 H_{0\theta_1}}{\partial\varphi_1^2} - \right.$$

$$\left. - 2\operatorname{ctg}\theta_1\frac{\partial\widetilde{H}_{0\varphi_1}}{\partial\varphi_1} - \frac{\widetilde{H}_{0\theta_1}}{\sin\theta_1}\right].$$

Формула (21) является обобщением формулы (14) из работы [3] на случай произвольной поляризационной диаграммы облучателя. Она совпадает также со вторым членом аналогичного разложения, выведенного в [7]. Представляя ближнее поле облучателя в декартовой системе координат и учитывая тождество $\widetilde{H}_{0r_1} \equiv 0$, преобразуем соотношение (21) к виду

$$\vec{\widetilde{H}}_1 = \frac{r_1^2}{2ikr_1}\left[\frac{\partial^2\vec{\widetilde{H}}_0}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\vec{\widetilde{H}}_0}{\partial y^2} + \frac{\partial^2\vec{\widetilde{H}}_0}{\partial z^2}\right]. \qquad (22)$$

В силу $\partial\vec{\widetilde{H}}_0/\partial r_1 = 0$, имеем

$$z_1^2\frac{\partial^2\vec{\widetilde{H}}_0}{\partial z_1^2} = x_1^2\frac{\partial^2\vec{\widetilde{H}}_0}{\partial x_1^2} + 2x_1y_1\frac{\partial^2\vec{\widetilde{H}}_0}{\partial x_1\partial y_1} + y_1^2\frac{\partial^2\vec{\widetilde{H}}_0}{\partial y_1^2} + 2x_1\frac{\partial\vec{\widetilde{H}}_0}{\partial x_1} + 2y_1\frac{\partial\vec{\widetilde{H}}_0}{\partial y_1}. \qquad (23)$$

В стационарной точке $r_1 = r_0$; $x_1 = -r_0\alpha$; $y_1 = -r_0\beta$; $z_1 = -r_0\gamma$. Поэтому $(\partial/\partial x_1 \equiv \partial/\partial x)$

$$\vec{H}_{1t} = \frac{e^{ikr_0}}{r_0}\frac{r_0}{2ik\gamma^2}\left\{r_0\left[(1-\beta^2)\frac{\partial^2}{\partial x^2} + 2\alpha\beta\frac{\partial^2}{\partial x\,\partial y} + (1-\alpha^2)\frac{\partial}{\partial y^2}\right] - \right.$$

$$\left. - 2\left(\alpha\frac{\partial}{\partial x} + \beta\frac{\partial}{\partial y}\right)\right\}\vec{\widetilde{H}}_{0t} = \frac{r_0}{2ik\gamma^2}L\,[\vec{\widetilde{H}}_{0t}]\frac{e^{ikr_0}}{r_0}, \qquad (24)$$

где индекс t обозначает тангенциальную компоненту.

В результате находим поле излучения, порождаемое первым членом разложения вектор-потенциала токов ближнего поля облучателя:

$$E_{1\varphi}^{(1)} = -\frac{1}{2ik}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{e^{i(kR-\omega t)}}{R\gamma^3}L(\cos\varphi\widetilde{H}_{0x} + \sin\varphi\widetilde{H}_{0y})|_{x=y=0}, \qquad (25)$$

$$E_{1\theta}^{(1)} = -\frac{1}{2ik}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{e^{i(kR-\omega t)}}{R\gamma^3}\,L\,(\cos\varphi\widetilde{H}_{0y} - \sin\varphi\widetilde{H}_{0x})\,|_{x=y=0}. \qquad (26)$$

Производные H_{0x} и H_{0y} в формуле (20) описываются тем же дифференциальным оператором L. При суммировании полей $\vec{E}_{0\varphi}^{(3)}$ и $\vec{E}_{1\varphi}^{(1)}$ слагаемые, содержащие производные диаграммы направленности облучателя, взаимно уничтожаются. Оставшиеся слагаемые связаны с кривизной поверхности в стационарной точке.

Естественно ожидать, что компенсация этих членов требует учета тока кривизны $\vec{j}_2$ в стационарной точке Согласно [3] этот ток равен

$$\vec{j}_2(0,0) = \left\{\left[-\frac{2\alpha\beta}{R_2}\widetilde{H}_{0x} + \left(\frac{1-\beta^2}{R_1} - \frac{1-\alpha^2}{R_2}\right)\widetilde{H}_{0y}\right]\vec{x}_0 + \right.$$
$$\left. + \left[\frac{2\alpha\beta}{R_1}\widetilde{H}_{0y} + \left(\frac{1-\beta^2}{R_1} - \frac{1-\alpha^2}{R_2}\right)\widetilde{H}_{0x}\right]\vec{y}_0\right\}\frac{e^{ikr_0}}{ikr_0\gamma^3}. \qquad (27)$$

Поле излучения первого члена разложения вектор-потенциала токов (27), у которого мы выпишем только

$$E_{2\theta}^{(1)} = \frac{1}{2ik}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\,\frac{e^{i(kR-\omega t)}}{R\gamma^3}\left[\left(\frac{1-\beta^2}{R_1} - \frac{1+\alpha^2}{R_2}\right)\sin\varphi\widetilde{H}_{0x} + \right.$$
$$\left. + \left(\frac{1+\beta^2}{R_1} - \frac{1-\alpha^2}{R_2}\right)\cos\varphi\widetilde{H}_{0y}\right], \qquad (28)$$

полностью компенсирует слагаемые поля $\vec{E}_0^{(3)}$, связанные с кривизной поверхности в стационарной точке.

Таким образом, поле первых членов разложений вектор-потенциалов дифракционных токов $\vec{j}_1$ и $\vec{j}_2$ полностью компенсирует поле третьего члена разложения вектор-потенциала тока $\vec{j}_0$.

Остающиеся контурные интегралы в (9) отличаются тем, что первый из них следует брать от тока $\vec{j}_\infty$, а второй — только от тока $\vec{j}_0$.

4. РЕЗУЛЬТИРУЮЩЕЕ ПОЛЕ В ОБЛАСТИ ТЕНИ

Складывая вторые члены разложений (9) для токов $\vec{j}_0$, $\vec{j}_1$, $\vec{j}_2$ с вектор-потенциалом токов $\vec{j}_{кр}$ и сравнивая сумму с прямым полем облучателя в отсутствие зеркала — экрана, найдем формулу

$$|\vec{\Pi}_{рез}| \simeq \left|\frac{\vec{\Pi}_{обл}}{\vec{F}_\infty(0,0)}\right| \frac{\gamma}{2\pi r_0}\left|\oint_0^{2\pi}\left[\frac{1}{\Phi_\Gamma^{(1)}}\vec{F}_{\infty\Gamma} + \frac{1}{2}|\vec{F}_\infty|_\Gamma\vec{Q}\right]e^{ik\Phi_\Gamma\rho_\Gamma}\,d\psi\right|, \qquad (29)$$

которая полностью решает задачу для случая с интенсивным облучением контура зеркала. В этом, наиболее частом, случае величина $|\vec{F}_\infty|_\Gamma$ определяется формой диаграммы направленности облучателя и мало меняется при учете $\vec{j}_1$ и $\vec{j}_2$. Для таких случаев уточнение расчетов [2] требует только учета токов $\vec{j}_{кр}$.

При нулевом облучении контура зеркала, когда $|\vec{F}_0|_\Gamma = 0$, величина $\vec{F}_\infty$ определяется исключительно величиной ближнего поля, так как ток $\vec{j}_\infty$, пропорциональный $\vec{j}_0$ (27), также обращается в нуль на контуре зер-

кала. В этом случае находим вместо (29) формулу

$$|\dot{\Pi}_{\text{рез}}| \simeq \left| \frac{\vec{\Pi}_{\text{обл}}}{\vec{F}_{\infty}(0,0)} \right| \left| \frac{\gamma}{2\pi r_0} \right| \oint_0^{2\pi} \left\{ \frac{\vec{F}_{1\Gamma}}{\Phi_{\Gamma}^{(1)}} + i \left(\frac{1}{\Phi_{\Gamma}^{(1)}} \right)^2 \frac{\partial \vec{F}_0}{\partial (k\rho)} \Big|_{\Gamma} + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} \left| \vec{F}_{1\Gamma} \right| \vec{Q} + \frac{i}{2} \left| \frac{\partial \vec{F}_0}{\partial (k\rho)} \right|_{\Gamma} \vec{Q}_1 \right\} e^{ik\Phi_{\Gamma}} \rho_{\Gamma} d\psi \Bigg|, \qquad (30)$$

где Q_1 — вектор порядка единицы, описывающий согласно работы [3] ослабленный краевой ток, порождаемый полем излучения облучателя. Продольные и поперечные (относительно контура) компоненты $\vec{Q}_1$ синфазны либо противофазны соответствующим компонентам $\partial \vec{F}_0 / \partial (k\rho)$. Когда диаграмма направленности облучателя имеет на контуре нуль второго порядка, $\left.\frac{\partial \vec{F}_0}{\partial (k\rho)}\right|_{\Gamma} = 0$, и в формуле (30) остается только $|\vec{F}_1|_{\Gamma}$. При этом увеличение глубины нуля $\vec{F}_0$, очевидно, связано с увеличением

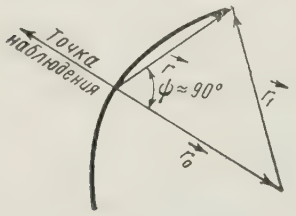


Рис. 3

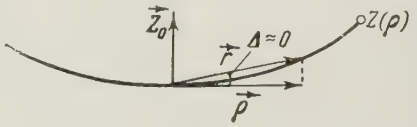


Рис. 4

размеров облучателя и величины его ближнего поля. Следовательно, поле в области тени возрастет по сравнению со случаем, когда $\vec{F}_0|_{\Gamma}$ имеет нуль первого порядка.

Любопытно отметить, что этот вывод, так же как вывод об уменьшении ровно на один порядок, но не более, заднего излучения при нулевом облучении контура зеркала, согласуется с результатами расчета идеального параболоида с круглым раскрывом [2].

Амплитуда слагаемых формул (29) и (30), связанных с $\vec{j}_{\infty}$, зависит от величины $\Phi_{\Gamma}^{(1)}$, учитывающей расположение точки стационарной фазы относительно контура зеркала. Это принципиально отличает поле тока $\vec{j}_{\infty}$ от поля тока $\vec{j}_{\text{кр}}$.

Для выяснения этой зависимости запишем (8) в виде

$$\Phi(\rho, \psi) = r_1 + r\cos\psi = \sqrt{r^2 - 2rr_0\cos\psi + r_0^2} + r\cos\psi, \qquad (31)$$

где

$$\cos\psi = -\cos\theta\sin\Delta - \sin\theta\cos(\psi - \varphi)\cos\Delta.$$

Угол ψ показан на рис. 3, угол Δ — на рис. 4. Три вектора $\vec{r}_1, \vec{r}_0$ и $\vec{r}$ вообще говоря не копланарны.

Дифференцируя (31) по ρ, находим

$$\Phi^{(1)} = \frac{r}{r_1}\frac{\partial r}{\partial \rho} + \left(1 - \frac{r_0}{r_1}\right)\frac{\partial}{\partial \rho}(r\cos\psi). \qquad (32)$$

В большинстве случаев угол Δ мал, а (в принятой системе коорди-

нат) $\cos\theta \simeq -1$. Поэтому для оценки величины (32) примем, что

$$\frac{\partial r}{\partial \rho} \simeq 1; \quad |\cos\psi| \ll 1; \quad r\frac{\partial(\cos\psi)}{\partial\rho} \simeq r\frac{\partial\Delta}{\partial\rho} \simeq \frac{\partial z}{\partial\rho} - \frac{z}{\rho} \ll 1. \qquad (33)$$

В результате заключаем, что величина $1/\Phi_{\Gamma}^{(1)} \simeq r_1/r$ и тем самым существенно зависит от расстояния стационарной точки до контура.

В центре тени r сравнимо с r_1 и поэтому вклад краевого тока становится особенно заметным. При гладком контуре сдвиг фаз соответствующих компонент векторов $\vec{F}_{\infty\Gamma}$ и $\vec{Q}$ (соответственно векторов $(\partial\vec{F}_0/\partial\rho)_\Gamma$ и $\vec{Q}_1$ при $\vec{F}_{0\Gamma}=0$) описывается медленно меняющейся функцией ψ.

Сравнивая величины r_1 и r, заключаем, что излучение токов $\vec{j}_\infty$ при прочих равных условиях уменьшается при увеличении глубины зеркала с неизменной апертурой [2]. Учет дифракционных токов может нивелировать эту зависимость. Это, в частности, следует из того, что вектор $\vec{Q}$ возрастает у глубоких зеркал, когда угол падения дифрагирующей волны на острую кромку заметно отличается от прямого [3].

При $r \ll r_1$, т. е. в области полутени, исходное разложение (9) теряет силу. На границе свет — тень поле антенны остается конечным и примерно в два раза меньшим прямого поля облучателя в этом направлении [2].

Фазовая функция $\Phi_\Gamma(\psi)$, общая для всех слагаемых в формулах (29) и (30), определяется только формой пространственной кривой контура и не зависит от формы отражателя, «натянутого» на этот контур. Максимальный уровень поля в области тени получается в случае «синфазного» контура. Это имеет место, в частности, для отражателя с круглым раскрывом при точке наблюдения с вектором $\vec{r}_0$, перпендикулярным плоскости раскрыва и проходящим через его центр [2]. При $\Phi_\Gamma = \text{const}$ поле (29) будет одного порядка с $|\vec{\Pi}_{\text{обл}}|$. Здесь уменьшение $|\vec{\Pi}_{\text{рез}}|$ по сравнению с $|\vec{\Pi}_{\text{обл}}|$ определяется только относительным уровнем облучения контура зеркала.

В общем случае функция $\Phi_\Gamma(\psi)$ непостоянна и имеет две простые «светящиеся» точки на контуре зеркала. В результате поле облучения уменьшается по сравнению со случаем синфазного контура примерно в $\sqrt{r_0/\lambda}$ раз (т. е. на полпорядка). Можно, однако, представить себе случаи (например, при эллиптическом контуре апертуры), когда для отдельных направлений на контуре зеркала будут светящиеся точки высшего порядка. В результате ослабление поля по сравнению со случаем синфазного контура будет определяться множителем $(\lambda/r_0)^\varepsilon$, где $0<\varepsilon<1/2$. В случае нулевого облучения контура поле в области тени будет меньше прямого поля облучателя примерно в $|r_0/\lambda|^{1+\varepsilon}$ раз, где $0 \leqslant \varepsilon \leqslant 1/2$ зависит от формы контура и расположения точки наблюдения.

В заключение подчеркнем, что все изложенное выше предполагает выполнение двух условий: малой направленности облучателя и больших размеров отражателя. Для зеркал небольших размеров (несколько длин волн), а также для случаев, когда направленность облучателя сравнима с направленностью отражателя, основное значение имеет правильная оценка полного поля облучателя на отражателе и корректный учет краевого эффекта.

ВЫВОДЫ

1. Излучение зеркальной антенны в области тени определяется экранирующим действием металлического отражателя конечных размеров и поэтому мало зависит от направленных свойств антенны. Оно определяется уровнем поля облучателя и характером светящихся точек на контуре зеркала, расстоянием от стационарной точки отражателя до светящихся точек на его контуре и наличием краевого эффекта на острой кромке отражателя.

2. При интенсивном облучении контура зеркала поле в области тени, подсчитанное без учета дифракционных токов, требует для своего уточнения только учета краевого эффекта. Этот учет независимо от закона облучения зеркала может изменить величину заднего излучения на несколько децибел в ту или другую сторону, сохраняя неизменным порядок поля по отношению к большему параметру задачи.

3. Влияние конфигурации пространственного контура отражателя также не зависит от закона облучения зеркала. Оно проявляется в законе изменения фазы контурных интегралов, описывающих поле в области тени. В зависимости от характера этой фазы и расположения точки наблюдения поле в области тени может уменьшиться не более чем на полпорядка по сравнению со случаем синфазного контура.

В последнем случае ослабление поля антенны по сравнению с прямым полем облучателя в отсутствие зеркала — экрана определяется только относительным уровнем облучения контура зеркала.

4. При нулевом облучении контура зеркала поле в области тени уменьшается по крайней мере на целый порядок, причем учет ближнего поля облучателя приобретает принципиальный характер. В силу наличия последнего дальнейшее уменьшение заднего излучения путем создания глубокого нуля диаграммы направленности облучателя на контуре зеркала оказывается невозможным. Более того, за счет возрастания ближнего поля облучателя в последнем случае можно ожидать прямо противоположного эффекта.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Ю. Петрунькин, Исследование антенн с отражателями, Тр. ЛПИ им. М. И. Калинина (Радиофизика), 1955, 181.
2. Л. Б. Тартаковский, Боковое излучение идеального параболоида с круглым раскрывом, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 6, 920.
3. Л. Б. Тартаковский, В. Л. Тандит, Распределение токов на отражателе зеркальной антенны, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 6, 918.
4. Я. Н. Фельд, Л. С. Бененсон, Антенны сантиметровых и дециметровых волн, ч. I, ВВИА им. Жуковского, 1955.
5. М. М. Тененбаум, О методе стационарной фазы, Радиотехника и элетроника (в печати).
6. М. И. Конторович, Ю. К. Муравьев, Вывод законов отражения геометрической оптики на основе асимптотической трактовки задачи дифракции, ЖТФ, 1952, 22, 3, 394.
7. C. H. Wilox, An expansion theorem for electromagnetic field, Communs Pure and Appl. Math., 1956, 9, 2.

Поступила в редакцию
7 I 1960

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
1960 № 9

УСЛОВИЕ ЗАТЕНЕНИЯ И ДИФРАКЦИОННАЯ ПОПРАВКА К РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ТОКА

Б. Е. Кинбер

Найдена поправка к току $\vec{j}=2\,[\vec{n}\,\vec{H}^0]$ на поверхности тел малой кривизны (зеркал), не связанная с конечными размерами зеркала. Дифракционная (зависящая от длины волны) поправка ищется из условия затенения, т. е. отсутствия поля за зеркалом бесконечных размеров. Найденная поправка зависит от близости облучателя (остатки зоны Френеля) и имеет примерно один и тот же вид для двух рассмотренных законов освещения зеркала.

ВВЕДЕНИЕ

Дифракционные задачи для идеально проводящих тел могут считаться решенными, если известна система наведенных индуцированных токов на поверхности дифрагирующего тела.

В этом случае расчет полей сводится к интегрированию системы токов по известным квадратурным формулам [1].

Как показано в работе М. И. Конторовича и Ю. К. Муравьева [2], для тел с малой кривизной распределение тока мало отличается от асимптотического закона

$$\vec{j}_0 = 2[\vec{n}\vec{H}_0], \qquad (1)$$

где $\vec{H}_0$ — первичное падающее поле; $\vec{n}$ — нормаль к поверхности тела. Этот простой закон был применен для расчета дифракционного поля зеркальных антенн [3 — 5].

Поскольку следующий член разложения $\vec{j}$ по степеням λ для тела бесконечных размеров зависит от локальной кривизны тела и близости источника [7, 8] и поправка к току является монотонной функцией координат, то влияние ее на диаграмму считалось незначительным. Однако, как показывает более тщательный анализ, эта поправка существенно определяет характер поля в области тени и кросс-поляризационное излучение зеркала.

В настоящей работе дифракционная, т. е. зависящая от длины волны, поправка к току для тела бесконечных размеров определяется из естественного физического условия, налагаемого на искомое приближенное решение для поля.

Введение этого условия, называемого «условием затенения», значительно упрощает задачу определения тока на поверхности тела и сводит ее к простым квадратурам. Это позволяет исследовать зависимость дифракционной поправки к току от характера освещения, кривизны поверхности и близости источника.

На основе полученных решений для тока кратко анализируется характер дифракционного поля.

1. УСЛОВИЕ ЗАТЕНЕНИЯ

В основу предлагаемого метода определения дифракционной поправки к току положено применение квадратурных формул для полей для точек наблюдения, экранированных, затененных поверхностью тела. Естест-

венно, что результирующее поле в этой области должно быть равно нулю. В самом деле, при возбуждении полей в замкнутых объемах (внутренняя задача) поле вне резонатора или высокочастотного тракта равно нулю. Точно так же при дифракции волн на замкнутых телах (внешняя задача) поле внутри этих тел также равно нулю.

Это условие выполняется точно лишь при строгом решении для системы индуцированных токов и является очень чувствительным критерием для проверки точности решения. Используем это условие, называемое далее условием затенения, для определения дифракционной поправки к току для зеркала бесконечных размеров.

Пусть $\vec{E}_0$, $\vec{H}_0$ — дальнее поле облучателя зеркала. Обозначим через $\vec{E}_1$, $\vec{H}_1$ поле токов, определенных по закону (1); $\vec{j}_1$ — дифракционная поправка к току, а $\vec{\Pi}_1$ — его вектор-потенциал. Из условия затенения следует, что для точек наблюдения P, расположенных далеко за зеркалом (рис. 1),

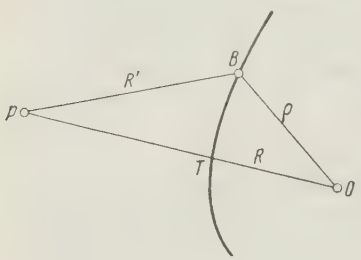


Рис. 1

$$\vec{E}_0 + \vec{E}_1 + \frac{i}{2\lambda}\,[\vec{R}_0\,[\vec{\Pi}_1\vec{R}_0]] = 0, \tag{2}$$

где

$$\vec{\Pi}_1 = \int \vec{j}_1 \frac{e^{ikR'}}{R'}\,ds; \tag{3}$$

R_0 — орт точки наблюдения; R' — расстояние от точки интегрирования B до точки наблюдения P.

Уравнение (3) является интегральным уравнением для $\vec{j}_1$ и может быть применено для определения поправки $\vec{j}_1$ для зеркала произвольной формы. В отличие от интегрального уравнения Фока, в уравнении (3) содержится только дальнее поле облучателя.

Предположим, что искомая поправка имеет локальный характер, а фаза $\vec{j}_1$ определяется фазой первичного возбуждения:

$$\vec{j}_1 = \vec{j}_1' \frac{e^{ik\rho}}{\rho}, \tag{4}$$

где ρ — расстояние от излучателя до зеркала, причем $\vec{j}_1'$ — функция с медленно меняющейся фазой,

$$\operatorname{grad}\arg|\vec{j}_1'| \ll k.$$

Это условие справедливо, если отсутствуют многократные отражения.

Если размеры дифрагирующего тела велики и его поверхность не имеет особенностей, то, применяя к (3) метод стационарной фазы и учитывая (4), получим, что

$$\vec{\Pi}_1 \simeq \frac{e^{ikR}}{R}\,\frac{\hat{\lambda}}{i}\,\frac{1}{(\vec{n}\vec{R}_0)}\,\vec{j}_1'. \tag{5}$$

Все величины в (5) берутся для стационарной точки T, расположенной в точке пересечения тела с прямой OP, соединяющей первичный излучатель O с точкой наблюдения P (см. рис. 1), а

$$R_{\text{ст}}' + \rho_{\text{ст}} = R.$$

Введя обозначение для «диаграммы» поля $\vec{E}_0 + \vec{E}_1$:

$$\vec{E}_0 + \vec{E}_1 = \frac{e^{ikR}}{R} \vec{f}_1, \tag{6}$$

запишем уравнение для $\vec{j}_1$:

$$2(\vec{n}\vec{R}_0)\vec{f}_1 + [\vec{R}_0 [\vec{j}_1 \vec{R}_0]] = 0. \tag{7}$$

Поскольку $(\vec{n}\vec{j}) = 0$, то, умножая (7) скалярно на $\vec{n}$, получим

$$(\vec{j}_1 \vec{R}_0) = 2(\vec{f}_1 \vec{n}),$$

с учетом чего будем иметь искомое решение для $\vec{j}_1$:

$$\vec{j}_1 = 2[\vec{n}[\vec{R}_0 \vec{f}_1]] \frac{e^{ik\rho}}{\rho}. \tag{8}$$

Уравнение (8) связывает локальное значение $\vec{j}_1$ с локальным значением $\vec{f}_1$, заданными одним и тем же направлением $\vec{R}_0$.

Так как $[\vec{R}_0 \vec{f}_1] \frac{e^{ikR}}{R}$ — напряженность суммы магнитных полей первичного облучателя и тока $\vec{j}_0$, то $\vec{j}_1$ определяется по обычному правилу $2[\vec{n}\vec{H}]$, но для поля

$$\vec{H}_{(1)} = \vec{H}_0 + \vec{H}_1.$$

Полученное выражение для $\vec{j}_1$ может интерпретироваться следующим образом. Ток $\vec{j}_0$ компенсирует в области тени поле $\vec{E}_0$ с точностью до $(k\rho)^{-1}$. Остаток $\vec{E}_0 + \vec{E}_1$ компенсируется током $\vec{j}_1$ с точностью до $(k\rho)^{-2}$.

Применяя многократно указанный способ, получим для m-го приближения

$$\vec{j}_m = 2[\vec{n}\vec{H}_{(m)}], \tag{9}$$

где

$$\vec{H}_{(m)} = \sum_0^m \vec{H}_p.$$

При дальнейших вычислениях фактически будет определяться не поле $\vec{E}_{(1)}$, а его вектор-потенциал.

Обозначая

$$\vec{f}_1 = \frac{i}{2\lambda} [\vec{R}_0 [\vec{\Pi}' \vec{R}_0]], \tag{10}$$

где

$$\vec{\Pi}' = \int \vec{j}_0 e^{-ik(\rho R_0)} - \vec{\pi}_0$$

($\vec{\pi}_0$ — вектор-потенциал первичного облучателя), получим

$$\vec{j}_1 = \frac{i}{\lambda\rho} [\vec{n}[\vec{R}_0 \vec{\Pi}']] e^{ik\rho} = \frac{1}{\lambda\rho} e^{ik\rho} \{\vec{R}_0 (\vec{n}\vec{\Pi}') - \vec{\Pi}' (\vec{n}\vec{R}_0)\}. \tag{11}$$

Характерной особенностью (8) или (9) является одинаковая частотная зависимость диаграммы $\vec{f}_p$ и тока $\vec{j}_p$. Аналогично в обычном приближении $2[\vec{n}\vec{H}_0]$ модуль тока не зависит от длины волны. Поправка $\vec{j}_1$ будет

того же порядка, что и диаграмма $\vec{f}_1$. Найденная поправка учитывает все причины (как кривизну тела, так и близость облучателя), т. е. является суммарной поправкой.

Выделение поправок на близость и кривизну может быть сделано, если одновременно применять условие затенения к рассматриваемому телу и к касательной плоскости. Так как в случае плоскости поправки на кривизну заведомо нет, то для плоскости поправка будет связана исключительно с близостью облучателя.

Различие поправок для тела и касательной плоскости связано, конечно, с кривизной тела. Отметим также, что из (11) следует, что $\vec{j}_1$ не коллинеарен $\vec{\Pi}'$.

2. ДИФРАКЦИОННЫЕ ПОПРАВКИ К РАСПРЕДЕЛЕНИЮ ТОКА НА ПАРАБОЛОИДЕ

Рассмотрим отклонения тока от закона $2[\vec{n}\vec{H}_0]$ для зеркала в виде параболоида вращения с фокусным расстоянием f (рис. 2).

Поляризационную характеристику облучателя выберем таким образом, чтобы отсутствовала y-компонента тока $\vec{j}_0$. Для этого облучатель

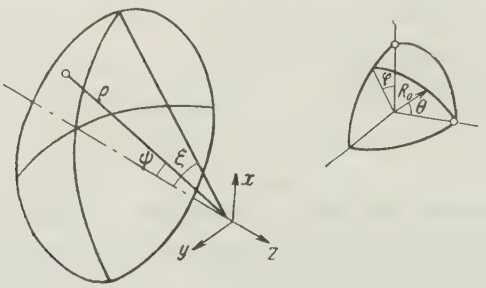


Рис. 2

должен быть составлен из комбинации равных электрических, направленных по оси x, и магнитных, направленных по оси y, диполей [6, 13]. При осесимметричной «скалярной» диаграмме $T_0(\psi)$ поле облучателя имеет вид

$$\vec{E}_0 = -\left\{\vec{\theta}\cos\varphi + \vec{\varphi}\sin\varphi\right\}\frac{T_0(\psi)(1+\cos\psi)}{R}e^{ikR},$$

$$\vec{H}_0 = \left\{\vec{\theta}\sin\varphi - \vec{\varphi}\cos\varphi\right\}\frac{T_0(\psi)(1+\cos\psi)}{R}e^{ikR}, \qquad (12)$$

а ток

$$\vec{j}_0 = 2\Phi(\psi)\left\{\vec{x}\cos\frac{\psi}{2} + \vec{z}\sin\frac{\psi}{2}\cos\xi\right\}e^{ik\rho}; \qquad (13)$$

$$\Phi(r) = \frac{T(\psi)}{\rho}; \quad T(\psi) = T_0(\psi)(1+\cos\psi); \qquad (14)$$

$\Phi(r)$ — распределение амплитуды плоской волны, отраженной от зеркала, в приближении геометрической оптики.

Подставляя (13) в выражение для вектор-потенциала и интегрируя по углу ξ, получим

$$\vec{\Pi}_0 = 4\pi\frac{e^{ikR}}{R}\exp\left[ik2f\cos^2\frac{\theta}{2}\right]\int_0^{r_{\text{макс}}}\left\{\vec{x}J_0(kr\sin\theta) - \right.$$

$$\left. - \vec{z}i\frac{r}{2f}\cos\varphi J_1(kr\sin\theta)\right\}\exp\left[i\frac{k}{2f}\sin^2\frac{\theta}{2}r^2\right]\Phi(r)\,rdr. \qquad (15)$$

Для дальнейшего анализа зададимся конкретным видом $\Phi(r)$. Будем также иметь в виду, что для стационарных точек $\psi = \pi - \Theta$ $\xi = \varphi$. Рассмотрим 2 случая.

а) «Гауссово» освещение, $\Phi = \exp\left[-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$. Размер зеркала выберем бесконечным.

б) «Биномиальное» освещение, $\Phi = \left[1-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]$. Размер зеркала конечен, $r_{\text{макс}} = r_0$.

а) Гауссово освещение. Поскольку для поля облучателя зеркало находится в зоне Фраунгофера,

$$r_0 \geqslant \sqrt{\frac{\rho\lambda}{\pi}}. \tag{16}$$

Обозначая

$$\alpha = k\sin\Theta, \quad \mu = \frac{k}{2f}\sin^2\frac{\Theta}{2} = \frac{k}{2\rho}, \quad \varkappa = \frac{1}{r_0^2} \tag{17}$$

причем в силу (15) $\varkappa \ll \mu$), интегрируя (15) (см. работу [11]), разлагая $(\varkappa - i\mu)$ в ряд Тейлора и сохраняя члены первого порядка малости, получим

$$\int_0^\infty J_0(\alpha r)\, e^{(-\varkappa+i\mu)r^2} r\,dr = \frac{\exp\left[-\frac{\alpha^2}{4(\varkappa-i\mu)}\right]}{2(\varkappa-i\mu)} \simeq \tag{18}$$

$$\simeq \frac{1}{2\mu}\left[i + \frac{\varkappa}{\mu} + i\frac{\alpha^2}{4\mu}\left(\frac{\varkappa}{\mu}\right)^2\right]\exp\left[-i\frac{\alpha^2}{4\mu}\right]\exp\left[-\varkappa\frac{\alpha^2}{4\mu^2}\right],$$

$$\int_0^\infty J_1(\alpha r)\, e^{(-\varkappa+i\mu)r^2} r^2\,dr = \alpha\frac{\exp\left[-\frac{\alpha^2}{4(\varkappa-i\mu)}\right]}{4(\varkappa-i\mu)^2} \simeq \tag{19}$$

$$\simeq \frac{\alpha}{4\mu^2}\left[-1 + i2\frac{\varkappa}{\mu} + i\frac{\alpha^2}{4\mu}\left(\frac{\varkappa}{\mu}\right)^2\right]\exp\left[-i\frac{\alpha^2}{4\mu}\right]\exp\left[-\varkappa\frac{\alpha^2}{4\mu^2}\right].$$

Поскольку

$$\frac{\alpha^2}{4\mu} = k\,2f\cos^2\frac{\Theta}{2},$$

$$\frac{1}{2\mu} = \frac{\rho}{k},$$

$$\frac{\alpha^2}{4\mu^2} = r^2, \tag{17а}$$

$$\frac{\varkappa}{\mu} = \frac{2\rho}{kr_0^2},$$

$$\frac{\alpha}{4\mu^2} = \frac{\rho}{k}\,2f\,\mathrm{tg}\,\frac{\psi}{2},$$

то, подставляя (18) и (19) в (15) и учитывая, что первые члены (18), (19) компенсируют первичное поле облучателя, найдем согласно (11)

$$\vec{j}_1 = i\frac{2\rho}{kr_0^2}\exp\left[-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]\left\{\vec{R}_0(\vec{n}\vec{Q}) + \vec{Q}\cos\frac{\psi}{2}\right\}, \tag{20}$$

где

$$Q = \vec{x}\left[1 + i\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] + \vec{z}\cos\xi\,\mathrm{tg}\,\frac{\psi}{2}\left[2 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] \tag{21}$$

или

$$\vec{j}_1 = i\frac{2\rho}{kr_0^2}\exp\left[-\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]\left\{\vec{x}\left|\sin\psi\sin\frac{\psi}{2}\cos^2\xi\left[1 + (1-i)\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] + \right.\right.$$
$$+ \cos\frac{\psi}{2}\left[1 + i\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]\Big| + \vec{y}\sin\psi\sin\frac{\psi}{2}\sin\xi\cos\xi\left[1 + (1-i)\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] +$$
$$\left. + \vec{z}\cos\xi\sin\frac{\psi}{2}\left|\left[2 + \left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right] - \cos\psi\left[1 + (1-i)\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]\right|\right\}. \tag{22}$$

Из (20)—(22) следует:

1) Дифракционная поправка $\vec{j}_1$ у параболоида первого порядка малости. Поскольку влияние кривизны сказывается у параболоида вращения во втором порядке малости [8], то дифракционная поправка связана с близостью облучателя. По порядку величины поправка совпадает с результатом строгой теории для бесконечного параболоида вращения [14] (см. также [9]).

2) Поправка к току быстро уменьшается с увеличением равномерности освещения и обращается в нуль при $r_0 \to \infty$, т. е. при равномерном освещении. Это согласуется с работой Шенстеда [12], из которой следует, что при падении плоской волны на параболоид точное решение совпадает с геометрооптическим.

3) Поправка к току $\vec{j}_1$ уменьшается с увеличением расстояния до зеркала (пропорционально f^{-2}) и обращается в нуль при $f \to \infty$, поскольку при фиксированной ширине диаграммы облучателя $r_0 \sim f$.

4) Ток $\vec{j}_1$ находится в квадратуре с током $\vec{j}_0$.

5) Ток $\vec{j}_1$ не пропорционален первичному освещению Ф, так как помимо множителя, пропорционального освещению, имеется сомножитель, пропорциональный $|Q(r)|$.

6) Ток $\vec{j}_1$ имеет все три компоненты, т. е. не коллинеарен $\vec{j}_0$ и имеет кросс-поляризационную компоненту.

7) В отличие от $\vec{j}_0$ основная x-я и кросс-поляризационная y-я компоненты тока зависят от азимутального угла. Слагаемые, зависящие от ξ для x-й и y-й компонент, имеют одинаковую зависимость — синусоиду с периодом π, но сдвинуты на 45° по ξ друг относительно друга. Зависимость $\vec{j}_1$ от ξ аналогична зависимости для тока $\vec{j}_0$ при освещении зеркала электрическим или магнитным диполем.

8) Относительное значение поправки увеличивается с ростом r, т. е. больше всего у краев зеркала.

Оценим относительную величину $|\vec{j}_1|$. Из сравнения (13), (20) и (22) видно, что

$$\frac{|j_1|}{|j_0|} \sim \frac{\rho}{kr_0^2}. \tag{23}$$

Рассмотрим зеркало, освещение которого к краю равно 0,3 от максимума, т. е. $r_{\text{макс}} = r_0$. Пусть зеркало обрезано по фокальной плоскости, и мы интересуемся отношением (23) для края, где $\rho = 2f$. Тогда

$$\frac{|j_1|}{|j_0|} = \frac{\lambda}{\pi D}, \tag{24}$$

т. е. поправка к току порядка 3% для зеркала $D = 10\lambda$ и 1,5% для зеркала $D = 20\lambda$.

б) Биномиальное освещение. Вводя обозначения

$$t = \frac{r}{r_0},$$

$$s = kr_0 \sin\Theta,$$

$$q = \frac{kr_0^2}{f} \sin^2 \frac{\Theta}{2}, \tag{25}$$

перепишем (15) в новых обозначениях:

$$\vec{\Pi}_0 = 2\pi \frac{e^{ikR}}{R} \exp\left[ik\,2f\cos^2\frac{\Theta}{2}\right] r_0^2 \int_0^1 \left\{\vec{x} J_0(st) - \right.$$
$$\left. - \vec{z} i \frac{r_0}{2f} \cos\xi J_1(st)\, t\right\} \exp\left[\frac{i}{2} qt^2\right] (1-t^2)^m\, t\,dt. \tag{26}$$

Для вычисления интегралов используем интегральное определение функций Ломмеля U_n, V_n (см., например, [11]):

$$\int_0^1 J_{n-1}(st) \exp\left[-\frac{i}{2} q(1-t^2)\right] t^n\, dt = \frac{s^{n-1}}{q^n}\left[U_n - iU_{n+1}\right] =$$
$$= \frac{s^{n-1}}{q^n}\left\{\exp\left[-\frac{i}{2}\left(q + \frac{s^2}{q} - n\pi\right)\right] - i\,[V_{-n+1} + iV_{-n+2}]\right\}, \tag{27}$$

где

$$U_n = \sum_0^\infty (-1)^p \left(\frac{q}{s}\right)^{n+2p} J_{n+2p}(s), \quad q \leqslant s, \tag{28}$$

$$V_n = \sum_0^\infty (-1)^p \left(\frac{s}{q}\right)^{n+2p} J_{n+2p}(s), \quad s \leqslant q. \tag{29}$$

Дифференцируя (27) m раз по q, получим для интересующего нас случая $s \leqslant q$

$$\int_0^1 J_{n-1}(st) \exp\left[\frac{i}{2} qt^2\right] (1-t^2)^m t^n\, dt =$$
$$= \exp\left(\frac{i}{2} q\right) (2i)^m s^{n-1} \frac{d^m}{dq^m}\left\{\frac{\exp\left[-\frac{i}{2}\left(q + \frac{s^2}{q} - n\pi\right)\right]}{q^n}\right\} + \tag{30}$$
$$+ i\frac{(-1)^{-n+m}}{q^{1+m}} (2i)^m \exp\left(\frac{i}{2} q\right) \sum_0^\infty (-i)^p \frac{(p+m)!}{p!} \left(\frac{s}{q}\right)^p J_{-n+p+1}(s).$$

Характерным различием между первым членом и суммой в (30) является наличие разных фазовых сомножителей. Фазовый сомножитель первого члена

$$\exp\left[-\frac{i}{2}\frac{s^2}{q}\right] = \exp\left[-ik2f\cos^2\frac{\Theta}{q}\right]$$

компенсируется противоположным по знаку показателя экспоненты сомножителя, стоящего перед интегралом (26). Следовательно, этот член

соответствует точке стационарной фазы на зеркале. Второй член (сумма) будет содержать фазовый сомножитель и является краевым. Поскольку выбранный закон освещения содержит в качестве параметра размер зеркала $r_{\text{макс}} = r_0$, он входит в выражение для первого члена. В противном случае диаметр вообще не входил бы в выражение для стационарного члена.

При определении $\vec{j}_1$ будем отбрасывать краевой член (сумму), содержащий размер зеркал, поскольку интересующий нас эффект не связан с размером зеркала.

Отбрасывая в (30) слагаемые второго порядка малости, получим

$$\vec{j}_1 = i\frac{\rho}{kr_0^2}[\vec{n}[\vec{R}_0\vec{Q}]],$$

где

$$\begin{aligned} &m=0, \quad Q=0,\\ &m=1, \quad \vec{Q}=2\left\{\vec{x}+\vec{z}\cos\xi\ \mathrm{tg}\ \frac{\psi}{2}\right\},\\ &m=2, \quad \vec{Q}=x4\left[1-2\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]+\vec{z}\cos\xi\ \mathrm{tg}\ \frac{\psi}{2}\left[2-3\left(\frac{r}{r_0}\right)^2\right]. \end{aligned} \tag{31}$$

Из (31) видно, что особенности дифракционной поправки тока при биномиальном освещении совпадают с особенностями тока при гауссовом освещении. Отметим лишь некоторые различия. В отличие от гауссова освещения $\overleftarrow{j}_1$ не имеет сомножителя, пропорционального первичному освещению. При биномиальном законе освещения при $m \geqslant 1$ на краю зеркала ток $\vec{j}_0$ обращается в нуль. С учетом дифракционной поправки ток на краю зеркала не равен нулю. Так же как и в случае гауссова освещения компоненты $\vec{Q}$ по x и z имеют различную радиальную зависимость. Для всех m имеется характерная особенность — дифракционная поправка меняет знак при переходе от малых r к большим $r(r > r_0)$. Таким образом, имеется нечто вроде зоны Дарбора для дифракционной поправки к току.

3. ВЛИЯНИЕ ДИФРАКЦИОННОЙ ПОПРАВКИ К ТОКУ НА ДИАГРАММУ

Рассмотрим вкратце влияние дифракционной поправки, не связанной с конечными размерами зеркала, на диаграмму и поле в раскрыве зеркала. Влияние поправки к току на поле в раскрыве сводится к следующему.

1. Поле в раскрыве хотя и будет почти плоской волной, но амплитуда волны не совпадает с расчетом по геометрической оптике, а несколько (в отношении $|\vec{j}_0 + \vec{j}_1|/|\vec{j}_0|$) больше ее. Это различие сказывается прежде всего у краев зеркала.

2. Ток на краях зеркала не обращается в нуль, даже если направление на край зеркала соответствует нулю диаграммы облучателя.

3. Имеется кросс-поляризационная составляющая поля. Таким образом, поправка к току сказывается даже при расчете главного и первых боковых лепестков диаграммы, поскольку изменяется поле в раскрыве.

Рассмотрим теперь влияние дифракционной поправки к току на структуру дальнего излучения. По смыслу условия затенения поле в области, затененной зеркалом, должно определяться только краевыми членами, так как в силу (1) первичное поле и токи $\vec{j}_0$ и $\vec{j}_1$ компенсируют друг друга. Поскольку эта компенсация полей $\vec{E}_0$, $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ связана с применимостью метода стационарной фазы, она справедлива лишь для области вдали от края зеркала.

Вблизи края зеркала, как было впервые показано Ю. К. Муравьевым и В. А. Варюхиным (см. также [6]), существует относительно большой «краевой» лепесток, связанный с неполной компенсацией первичного поля $\vec{E}_0$ током $\vec{j}_0$.

Так как огибающая первых боковых лепестков тока $\vec{j}_0$ пропорциональна $(kD\sin\Theta)^{-\left(m+\frac{3}{2}\right)}$, где m — порядок нуля тока $\vec{j}_0$ на краю зеркала, а огибающая первых боковых лепестков $\vec{j}_1$ пропорциональна $(kD)^{-5/2}(\sin\Theta)^{-5/2}$, то уменьшение уровня боковых лепестков ограничено током $\vec{j}_1$. Следует, однако, иметь в виду, что указанная выше оценка относится к зависимости уровня боковых лепестков от размера зеркала и длины волны, но не от закона освещения.

Чувствительность уровня дальнего бокового излучения и уровня в теневой области к дифракционным поправкам к току указывает на необходимость их учета при расчете тонкой структуры излучения зеркала. В самом деле, очевидно, что расчет бокового излучения уровня поля до членов второго и третьего порядков малости не может быть сделан при точности исходной аппроксимации тока до членов первого порядка малости. Поэтому не может быть произведено сопоставление результатов расчета бокового излучения и излучения в теневой области для так называемого идеального параболоида (т. е. параболоида с распределением тока (1) [6]) с диаграммами реальных антенн. Помимо того, что в этом расчете не учтено условие затенения диполя облучателя в членах порядка $(kD)^{-1}$, в нем не учтены также многократные отражения краевой волны на вогнутой стороне зеркала порядка $(kf)^{-1/2}$ и затенения краевой волны дальнего края зеркала поверхностью зеркала. Совокупность всех этих факторов значительно меняет характер бокового излучения.

Рассмотрим влияние дифракционной поправки к току на кросс-поляризационное излучение. Как показано выше, структура дифракционных токов при освещении зеркала комбинацией электрического и магнитного полей соответствует облучению каким-либо одним диполем. Следовательно, дифракционная поправка как бы снимает «поляризационное вырождение» для поля. Наличие кросс-поляризационного поля при освещении зеркала рупорным облучателем подтверждается экспериментом [10].

Из совпадения азимутальной зависимости $\vec{j}_1$ и тока $\vec{j}_0$ для диполя следует также, что подтверждается правило, согласно которому кросс-поляризационная диаграмма (в плоскостях $\varphi = \mp\pi/4$) равна полуразности диаграмм в E- и H-плоскостях [13].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Введенное в настоящей работе условие затенения точно удовлетворяется для зеркал бесконечных размеров, а также позволяет уточнить характер распределения токов на зеркалах конечных размеров. Для гладких тел в области, далекой от границы геометрической тени, поправки к току $\vec{j}_0 = 2[\vec{n}\vec{H}_0]$ могут быть связаны с более сложной структурой первичного поля вблизи зеркала, его кривизной и многократными отражениями краевой волны.

Характер дифракционной поправки для тока, определенной из условия затенения, совпадает с характером поправки, следующей из строгого решения [11, 14].

Учет этой поправки существенно меняет структуру дальнего бокового излучения зеркал.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Н. Фельд, Л. С. Бененсон, Антенны сантиметровых и дециметровых волн, ч. I, ВВИА им. Жуковского, 1955.
2. М. И. Конторович, Ю. К. Муравьев, Вывод законов отражения геометрической оптики на основе асимптотической трактовки задач дифракции, ЖТФ, 1952, **12**, 3, 394.
3. А. И. Узков, К теории больших радиозеркал малой кривизны, Научно-техн. бюлл. НИИ, 1945, 1.
4. Ю. К. Муравьев, Некоторые вопросы теории электрических рефлекторов, Диссертация, 1950.
5. Б. Е. Кинбер, Об одном методе последовательных приближений в теории зеркал специальной формы, Радиотехника, 1958, **13**, 5.
6. Л. Б. Тартаковский, Боковое излучение идеального параболоида с круглым раскрывом, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 6, 920.
7. В. Ю. Петрунькин, О распределении тока на проводящей поверхности под действием электромагнитного поля, Тр. Ленинградского политехнического ин-та им. М. И. Калинина, 1955, 181.
8. Л. Б. Тартаковский, В. Л. Тандит, Распределение токов на отражателе зеркальной антенны, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 6, 918.
9. J. B. Keller, R. M. Lewis, B. D. Seckler, Communs Pure and Appl. Math., 1956, **9**, 2, 207.
10. E. M. Jones, IRE Trans., 1954, **AP-2**, 3, 119.
11. Г. Н. Ватсон, Теория бесселевых функций, I, ИЛ, 1949.
12. C. E. Schensted, J. Appl. Phys., 1955, **26**, 3, 306.
13. Б. Е. Кинбер, Пространственная структура диаграммы и поляризация излучения осесимметричных зеркальных антенн, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 5, 720.
14. В. А. Фок, Теория дифракции от параболоида вращения, Сб. Дифракция электромагнитных волн на некоторых телах вращения, Изд. Советское радио, 1957.

Поступила в редакцию
22 IX 1959

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 9

ВЛИЯНИЕ ПАРАЗИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ВОЛНОВОДА НА ТОЧНОСТЬ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПОЛЯ

Н. И. Штейн

Исследовано влияние паразитных параметров пассивной электрической модели волновода на точность решения при помощи модели краевой задачи распределения электромагнитного поля в волноводе. Если добротность элемента модели $Q_э \leqslant 500$, а соотношение между паразитной емкостью катушки элемента и емкостью стока $\alpha \geqslant 10^{-5}$, то в решение следует внести коррекцию на амплитуду и фазу при помощи формул, приведенных в работе.

Выводы статьи можно использовать в схемах замещения длинных линий в телеграфии, телефонии, радиолокации и при моделировании энергетических систем с большой протяженностью линий электропередач.

ВВЕДЕНИЕ

В литературе широко исследованы вопросы распределения электромагнитного поля в замкнутых или частично замкнутых системах (объемных резонаторах, волноводах) при помощи искусственных пассивных электрических моделей, представляющих собой схемы замещения из сосредоточенных индуктивностей, емкостей и активных сопротивлений [1, 2, 3, 6].

Погрешности решений краевых задач электромагнитного поля на пассивных электрических моделях возникают по различным причинам. Они слагаются из погрешностей от замены дифференциалов конечными разностями, от неточного задания параметров электрической модели, неточности задания краевых условий, неточности измерений и от влияния паразитных параметров элементов связей и стоков моделей.

Большинство перечисленных погрешностей в той или иной степени проанализировано в литературе [1]. Вопрос же о влиянии паразитных параметров элементов связей и стоков модели на точность решения изучаемых на модели процессов в литературе не исследован.

Всякая пассивная электрическая модель содержит, в зависимости от характера решаемой краевой задачи, то или иное сочетание индуктивностей, емкостей и активных сопротивлений (или только некоторых из них). Однако в природе нет катушек индуктивности, не обладающих активным сопротивлением и распределенной емкостью; активные сопротивления обладают некоторой индуктивностью и распределенной емкостью, а конденсаторы — утечкой.

Поэтому на модели фактически изучается не рассматриваемое явление, а значительно более сложное, описываемое дифференциальным уравнением в частных производных более высокого порядка по времени, чем исследуемое. Необходимо выяснить, в какой мере паразитные параметры модели искажают решение задачи, какова допустимая величина тех или иных паразитных факторов, при которых погрешность решения, обусловленная ими, не превышает наперед заданную величину. Решение такой задачи в общем виде, применительно к пассивным электрическим моделям любого типа, весьма затруднительно. Поэтому мы исследуем задачу на конкретном типе модели, а именно, на модели, пригодной для изу-

чения явлений, описываемых телеграфными и волновыми уравнениями, в частности электромагнитных процессов применительно к волноводам.

Для решения краевой задачи электромагнитного поля, описываемой телеграфным уравнением, каждый элемент модели должен иметь вид, изображенный на рис. 1. В этом случае, как уже указывалось [1, 3], рас-

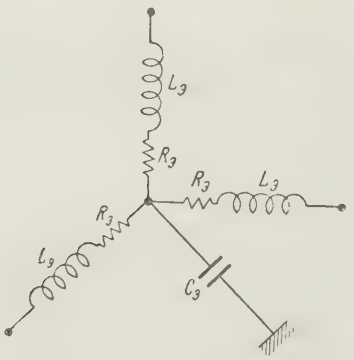


Рис. 1. Элемент пассивной электрической модели в декартовой системе координат

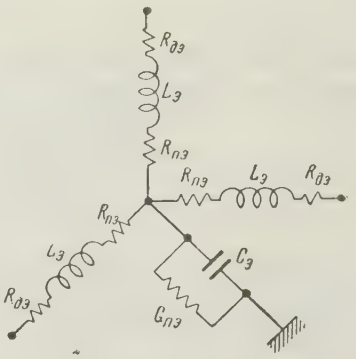


Рис. 2. Элемент пассивной электрической модели в декартовой системе координат с учетом паразитных параметров

пределение напряжений по узловым точкам модели описывается уравнением вида

$$\nabla^2 u = LC\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + RC\frac{\partial u}{\partial t}, \qquad (1)$$

где L, C и R — погонные индуктивность, емкость и активное сопротивление модели.

С учетом паразитных параметров схема элемента модели примет вид, представленный на рис. 2; $C_{пэ}$ и $R_{пэ}$ — соответственно паразитная междувитковая емкость и паразитное активное сопротивление катушки индуктивности элемента связи модели, $G_{пэ}$ — утечка элемента стока.

Распределение напряжений по узловым точкам модели, составленной из элементов рис. 2, описывается уравнением вида

$$\nabla^2 u^1 = \left(\frac{LCp^2}{1+LC_{п}p^2} + CR_{п}p + \frac{LG_{п}p}{1+LC_{п}p^2} + G_{п}R_{п}\right)u', \qquad (2)$$

где погонная паразитная емкость катушки $C_{п} = \varkappa C_{пэ}$; погонное паразитное сопротивление катушки $R_{п} = \varkappa R_{пэ}$ и погонная паразитная утечка $G_{п} = \varkappa G_{пэ}$; $\varkappa$ — число элементов модели, приходящихся на 1λ в свободном пространстве; $p = d/dt$ — дифференциальный оператор.

Анализировать одновременно влияние всех паразитных параметров на точность решения, согласно уравнению (2), затруднительно, и мы рассмотрим влияние каждого из паразитных параметров в отдельности. Это тем более допустимо, что пассивная электрическая модель представляет собой линейную систему

1. $C_{п} = 0$, а $R_{п}$ и $G_{п} \neq 0$

Когда $C_{п} = 0$, на точность решения влияют только $R_{п}$ и $G_{п}$. При $C_{п} = 0$ из уравнения (2) получаем

$$\nabla^2 u' = LC\frac{\partial^2 u'}{\partial t^2} + (CR + LG_{п})\frac{\partial u'}{\partial t} + RG_{п}u', \qquad (3)$$

где $R = R_п + R_д$. Здесь $R_д$ — погонное значение дополнительного активного сопротивления, включаемого в случае необходимости последовательно с катушкой каждого элемента модели для обеспечения значения R, вытекающего из тождественности критериев аналогии образца и модели.

Если в модели применять конденсаторы с очень малыми потерями и практически активную проводимость конденсаторов $G_п$ можно принять равной нулю, причем внешние уравнения (3) и (1) получаются одинаковыми, все же может оказаться, что в ряде случаев из-за активных потерь вполне определенной величины в катушках индуктивности коэффициент при первой производной в уравнении (3) получится больше, чем это требуется из тождественности критериев аналогии [3, 6] для решения уравнения (1), т. е. может оказаться, что $R_п > R$.

Обозначим

$$LC = g,\ RC + LG_п = q,\ RG_п = s \text{ и } RC = \rho. \tag{4}$$

Каковы бы ни были граничные и временные условия функции u', ее можно представить [4] в виде

$$u' = a\varepsilon', \tag{5}$$

где $a = a(x, y, z, t)$ и $\varepsilon' = \varepsilon'(t)$.

Подберем $\varepsilon'(t)$ так, чтобы в выражении (3) пропала первая производная по времени. Допустим

$$\varepsilon' = e^{-\beta' t}, \tag{6}$$

где

$$\beta' = \frac{q}{2g} = \frac{R}{2L} + \frac{G_п}{2C}. \tag{7}$$

Тогда получим для a выражение

$$\nabla^2 a = g\frac{\partial^2 a}{\partial t^2} - r'a, \tag{8}$$

где

$$r' = \frac{q^2}{4g} - s. \tag{9}$$

Пусть нам удалось создать «идеальную» модель волновода, описываемую уравнением (1), т. е. модель с такими же значениями L и C, какими обладает модель, характеризуемая уравнением (3), но конденсаторы идеальной модели совершенно не имеют утечки (т. е. $G_п = 0$), а катушки не имеют паразитных активных сопротивлений.

Перепишем уравнение (1) в форме

$$\nabla^2 u = g\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \rho\frac{\partial u}{\partial t}. \tag{10}$$

Представив функцию u в виде

$$u = v\varepsilon, \tag{11}$$

где

$$v = v(x, y, z, t);\quad \varepsilon = \varepsilon(t) = e^{-\beta t};\quad \beta = R/2L, \tag{12}$$

получаем для v уравнение

$$\nabla^2 v = g\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - rv, \tag{13}$$

где

$$r = \frac{\rho^2}{4g}. \tag{14}$$

Решение уравнений (8) и (13) производится по известному методу разделения переменных [5]. Рассмотрим для примера решение уравнения (8).

Частное решение этого уравнения, удовлетворяющее граничным условиям, которые указаны ниже, можно искать в виде

$$a = A(x, y, z)\,T(t). \tag{15}$$

Подставив уравнение (15) в (8), после некоторых преобразований получаем

$$\nabla^2 A + AK_A^2 = 0, \tag{16}$$

$$g\,\frac{T''(t)}{T(t)} - r' + K_A^2 = 0, \tag{17}$$

где K_A — волновое число.

Предполагая гармоническое возбуждение исследуемой системы и рассматривая установившийся режим, будем учитывать зависимость составляющих поля от времени в виде множителя $e^{i\omega t}$.

Для конкретизации задачи и получения решения в конечном виде через элементарные функции, что позволит произвести анализ в наглядном виде, рассмотрим реальную и идеальную модели полубесконечного полого волновода прямоугольного сечения (рис. 3), внутри которого распространяется электромагнитная волна. Модели геометрически подобны волноводу. Декартова система координат расположена так, как показано на рис. 3.

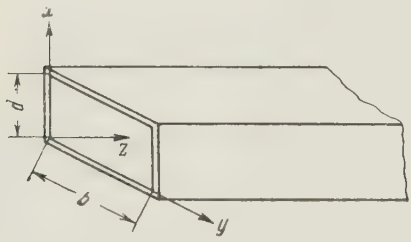


Рис. 3. Волновод прямоугольного сечения

В [6] показана возможность использования модели из L, C и R для исследования составляющих векторов поля $\bar{E}$ и $\bar{H}$ по методу разложения векторных телеграфных или волновых уравнений поля для $\bar{E}$ и $\bar{H}$ на соответствующие скалярные телеграфные или волновые уравнения. Уравнение для каждой составляющей поля соответствует уравнению распределения напряжений по узловым точкам идеальной модели (при выполнении условий моделирования). Поэтому достаточно исследовать влияние паразитных параметров в реальной модели на точность решения применительно только к одной из составляющих поля (например, к E_x).

Из уравнения (17) определим прежде всего квадрат волнового числа

$$K_A^2 = \omega^2 g + r'. \tag{18}$$

Для модели рассматриваемого полубесконечного волновода уравнение (16) можно написать в конечном виде через элементарные функции с использованием известных методов решения для подобного типа уравнений [5, 7].

Для E_x с учетом граничных условий для волновода с идеально проводящими стенками [3, 7] получаем следующие решения. На реальной модели

$$u' = A(x, y, z)\,e^{-\beta' t'}\,e^{i\omega t}, \tag{19}$$

где

$$A(x, y, z) = D\frac{b}{n\pi}\cos\left(\frac{m\pi}{a}x\right)\sin\left(\frac{n\pi}{b}y\right)e^{i\gamma' z}. \tag{20}$$

Аналогично для идеальной модели

$$u' = V(x, y, z)\, e^{-\beta t} e^{i\omega t}, \tag{21}$$

где

$$V(x, y, z) = M \frac{b}{n\pi} \cos\left(\frac{m\pi}{a} x\right) \sin\left(\frac{n\pi}{b} y\right) b^{i\gamma z}. \tag{22}$$

Здесь n и m — любые целые числа.

Выражения (20) и (22) представляют собой множество собственных функций для определяемой на реальной и идеальной моделях составляющей E_x электромагнитного поля, распространяющегося в рассматриваемом волноводе; γ и γ' — фазовые постоянные распространения волны, причем для реальной модели

$$\gamma' = \sqrt{\omega^2 g + r' - \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]}, \tag{23}$$

для идеальной

$$\gamma = \sqrt{\omega^2 g + r - \pi^2 \left[\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2\right]}. \tag{24}$$

На основании выражений (19) — (22) поправочный коэффициент $\dot{\nu}$, определяющий соотношения между значениями функций для E_x, найденными на идеальной и реальной моделях, при одинаковых значениях амплитуды и частоты питающего напряжения на входе моделей имеет вид

$$\dot{\nu} = \frac{u}{u'} = e^{\beta' t' - \beta t} e^{i(\gamma - \gamma')z}, \tag{25}$$

где $e^{\beta' t' - \beta t}$ представляет собой модуль, а $(\gamma - \gamma')z$ — фазу поправочного коэффициента.

Времена t и t' в выражении (25) можно представить как

$$t = \frac{z}{v_{\text{гр}}} \quad \text{и} \quad t' = \frac{z}{v'_{\text{гр}}}. \tag{26}$$

Здесь z — координата в направлении распространения электрической энергии; $v_{\text{гр}}$ и $v'_{\text{гр}}$ — групповые скорости распространения этой энергии соответственно вдоль реальной и идеальной моделей.

Как известно [8], групповая скорость равна $d\omega / d\gamma$, поэтому на основании выражений (23) и (24)

$$\frac{1}{v_{\text{гр}}} = \frac{\omega g}{\gamma} \quad \text{и} \quad \frac{1}{v'_{\text{гр}}} = \frac{\omega g}{\gamma'}. \tag{27}$$

С учетом формул (7), (12), (26) и (27)

$$\beta' t' - \beta t = \frac{\omega^2 LCz}{2} \left[\frac{1}{\gamma'}\left(\frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C}\right) - \frac{1}{\gamma}\frac{1}{Q}\right]. \tag{28}$$

Здесь $Q_L = \omega L / R'$ и $Q_C = \omega C / G_{\text{п}}$ представляют собой соответственно добротность элемента связи и емкости стока реальной модели, а $Q = \omega L / R$ — добротность элемента связи идеальной модели.

Из тождественности критериев аналогий для образца и модели [3, 6] при изучении стационарного режима следует, что

$$\frac{\varepsilon\mu}{\lambda^2} = L_{\text{э}} C_{\text{э}} f_{\text{м}}^2 \varkappa^2, \tag{29}$$

где λ — длина волны в свободном пространстве; $f_{\text{м}}$ — частота тока, питающего модель; ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды

в полости волновода. Текущей координате z соответствует то или иное количество элементов модели ξ, причем ξ может принимать только целые значения.

Очевидно, что

$$z = \frac{\xi\lambda}{\varkappa}. \tag{30}$$

Учитывая выражения (29) и (30) и имея в виду, что погонные параметры модели $L = \varkappa L_э$, $C = \varkappa C_э$, $R = \varkappa R_э$ и $G = \varkappa G_э$, после несложных преобразований находим, что величина

$$\beta' t' - \beta t = \frac{\pi\sqrt{\varepsilon\mu}}{\varkappa}\,\xi\left[\frac{1}{N'}\left(\frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C}\right) - \frac{1}{NQ}\right] \tag{31}$$

и фаза поправочного коэффициента

$$\Psi = (\gamma - \gamma')\,z = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}\,\xi}{\varkappa}(N - N'), \tag{32}$$

где

$$N = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}\sqrt{\varepsilon\mu}}\right)^2 + \frac{0{,}25}{Q^2}};$$

$$N' = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}\sqrt{\varepsilon\mu}}\right)^2 + \left(\frac{1}{Q_L} - \frac{1}{Q_C}\right)^2 0{,}25};$$

$$\lambda_{кр} = \frac{2}{\sqrt{\left(\frac{m}{a}\right)^2 + \left(\frac{n}{b}\right)^2}};$$

$\lambda_{кр}$ представляет собой критическую или предельную волну в волноводе в отсутствие в нем заполнителя.

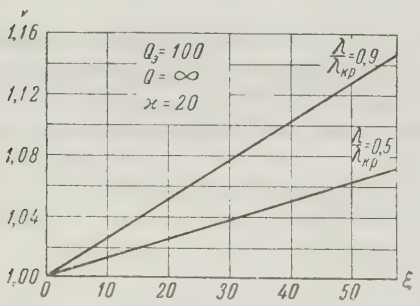


Рис. 4. Зависимость модуля поправочного коэффициента ν от числа элементов модели ξ

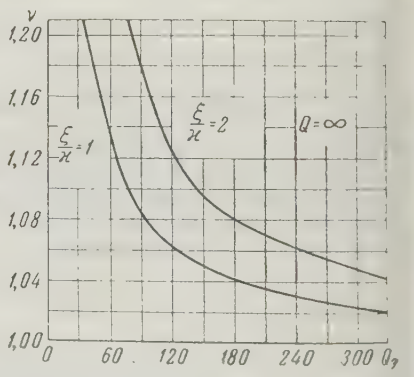


Рис. 5. Зависимость модуля поправочного коэффициента ν от добротности элемента реальной модели $Q_э$

При выполнении условия $\frac{1}{Q_L} - \frac{1}{Q_C} = \frac{1}{Q}$ фаза поправочного коэффициента $\Psi = 0$.

При $1/Q = 0$ условию $\Psi = 0$ соответствует выполнение равенства $\frac{1}{Q_L} - \frac{1}{Q_C} = 0$, причем $R/L = G/C$.

Мы получили таким образом так называемое условие Хевисайда [9], являющееся здесь частным случаем рассмотренной нами более общей задачи.

Представление о численных значениях модуля поправочного коэффициента для реальной модели согласованного или полубесконечного волновода дает рассмотрение рис. 4 и 5.

На рис. 4 приведены кривые зависимости модуля поправочного коэффициента ν от ξ, причем величина $\beta' t' - \beta t$ рассчитывалась по формуле (29), для случая $\varepsilon = \mu = 1$, $1/Q = 0$ и $\frac{1}{Q_э} = \frac{1}{Q_L} + \frac{1}{Q_C} = 0{,}01$, при двух значениях отношения $\lambda/\lambda_{кр}$, а именно при $\lambda/\lambda_{кр} = 0{,}9$ и $\lambda/\lambda_{кр} = 0{,}5$. Из рис. 4 следует, что для рассматриваемого случая модуль поправочного коэффициента отличается от единицы на 10% только для $\xi/\varkappa = 3$. Если же число элементов модели, приходящихся на одну длину волны в свободном пространстве, $\varkappa = 20$, то $\nu = 1{,}15$ для $\xi = 60$ при $\lambda/\lambda_{кр} = 0{,}9$. Для $\lambda/\lambda_{кр} = 0{,}5$ и $\xi = 60$ $\nu = 1{,}075$.

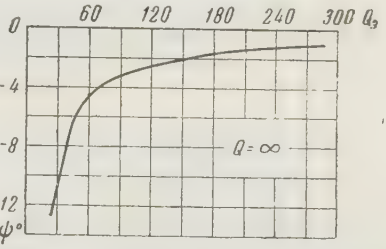


Рис. 6. Зависимость фазы поправочного коэффициента Ψ от добротности элемента реальной модели

На рис. 5 приведены кривые для $\nu(\theta_э)$ при $\xi/\varkappa = \text{const}$ для двух значений $\xi/\varkappa$, а именно для $\xi/\varkappa = 1$ и $\xi/\varkappa = 2$. Кривые позволяют сделать вывод, что катушки и конденсаторы, обеспечивающие эквивалентную добротность элемента модели $Q_э \geqslant 150$, вполне пригодны для их использования при проектировании таких электрических моделей.

Электрическая модель, содержащая в качестве пассивных элементов одни сопротивления или только сопротивления и конденсаторы, позволяет решать соответствующие технические задачи с погрешностью порядка 2—5% [1].

Электрическая модель, предназначенная для решения волновых и телеграфных уравнений, должна содержать еще и индуктивности. Желательно, чтобы дополнительная погрешность, получаемая в последнем случае за счет паразитных параметров, была меньше 2%.

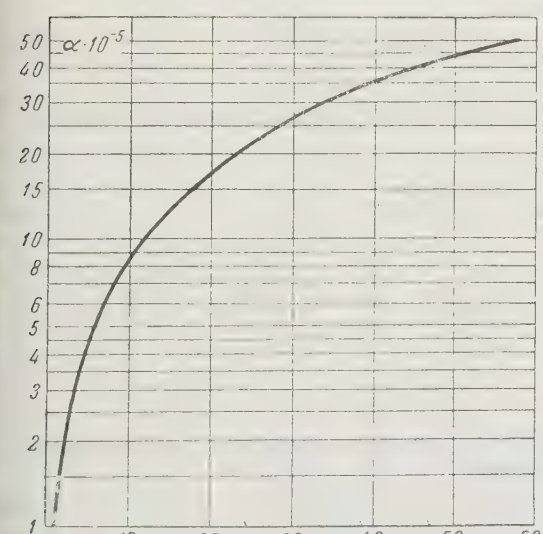


Рис. 7. Зависимость фазы поправочного коэффициента Θ от отношения $\alpha = C_{пэ}/C_э$

Из рис. 5 при добротности элемента модели $Q_э = 300$ модуль поправочного коэффициента для $\xi/\varkappa = 1$ получается порядка 2,5%, а для $\xi/\varkappa = 2$ порядка 5%. В реальных моделях даже при катушках с магнитоэлектрическими сердечниками и конденсаторами с малыми потерями добротность элементов модели обычно меньше или порядка 200. При однослойных или многослойных катушках добротность элементов модели не превышает 150. При $Q_э = 200$ и $\xi/\varkappa = 2$ $\nu = 7{,}5\%$; при $Q_э = 150$ и $\xi/\varkappa = 2$ $\nu = 10{,}5\%$. Для получения $\nu = 2\%$ при $\xi/\varkappa = 2$ добротность элементов модели должна превышать $Q_э = 500$. Таким образом, в реальных моделях, где, как уже указывалось, $Q_э$ значительно меньше 500, требуется вводить, используя найденные в настоящей работе формулы,

соответствующую поправку на значение модуля напряжений, измеряемых в узловых точках модели.

Рассмотрим фазу поправочного коэффициента. Величину этой фазы рассчитаем по выражению (32) для случая $\varepsilon = \mu = 1$. На рис. 6 приведена кривая зависимости $\psi(Q_э)$ при $\xi/\varkappa = 3$, на основании которой следует сделать вывод, что при $Q \geqslant 300$ можно совершенно не считаться с поправкой на фазу, так как она порядка 1°.

2. $R_п = G_п = 0$ но $C_п \neq 0$

Исследуем решение на модели волнового уравнения.

На основании выражения (2) уравнение распределения напряжения по узловым точкам реальной модели имеет вид

$$\nabla^2 u' = \frac{LCp^2}{1 + LC_п p^2}. \tag{33}$$

Для идеальной модели

$$\nabla^2 u = LCp^2. \tag{34}$$

Так же как и в предыдущем случае будем полагать реальную и идеальную модели геометрически подобными полубесконечному или согласованному волноводу прямоугольного сечения (рис. 3).

Пользуясь известной методикой решения и исследуя стационарный режим, при котором зависимость функции от времени имеет вид множителя $e^{i\omega t}$, получаем для поправочного коэффициента следующее уравнение:

$$\dot{\nu} = \frac{u}{u'} = e^{i(\gamma - \gamma')z}, \tag{35}$$

где фазовые постоянные распространения

$$\gamma = \sqrt{\omega^2 LC - \frac{4\pi^2}{\lambda_{кр}^2}}, \tag{36}$$

$$\gamma' = \sqrt{\omega^2 LC(1 + \omega^2 LC_п) - \frac{4\pi^2}{\lambda_{кр}^2}}. \tag{37}$$

Учитывая выражения (29), (30), (36) и (37), получаем после несложных преобразований для фазы Θ:

$$\Theta = (\gamma - \gamma')z = \frac{2\pi\sqrt{\varepsilon\mu}\,\xi}{\varkappa}(M - M'), \tag{38}$$

где

$$M = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}\sqrt{\varepsilon\mu}}\right)^2}; \quad M' = \sqrt{1 - \left(\frac{\lambda}{\lambda_{кр}\sqrt{\varepsilon\mu}}\right)^2 + \frac{4\pi^2\varepsilon\mu}{\lambda^2}\alpha}.$$

Здесь $\alpha = \frac{C_{пэ}}{C_э}$.

Модуль поправочного коэффициента равен единице, т. е. в данном случае нужна поправка только на фазу.

На рис. 7 представлена зависимость $\Theta(\alpha)$ при $\xi/\varkappa = 3$, рассчитанная по формуле (42) при $\lambda = 1$ *см*, $\varepsilon = \mu = 1$ и $\lambda/\lambda_{кр} = 0{,}9$, из которой следует, что со сдвигом фаз, обусловленным паразитной емкостью катушек модели, можно не считаться только в том случае, если $\alpha < 10^{-5}$.

В [6] приведен пример расчета электрической модели волновода для случая, когда исследуются электромагнитные процессы, описываемые волновым уравнением. В этом расчете использованы следующие данные: емкость модели $C_э = 0{,}1$ *мкф*, индуктивность элемента модели $L_э = 0{,}25$ *мгн*. При длине волны изучаемого электромагнитного процесса

$\lambda = 0{,}1$ *см* частота тока, питающего модель, равна 100 000 *гц*; при $\lambda = 10$ *см* частота тока равна 1 000 *гц*. Пусть применены катушки с броневыми сердечниками из феррита. Как известно [11], при полном заполнении полости такого сердечника несекционированной намоткой собственная емкость катушки $C_{пэ} = 50 - 100$ *пф*; при секционированной намотке $C_{пэ} = 10 - 20$ *пф*. В последнее случае $\alpha = C_{пэ} / C_{э} = 10 \div 20 / 0{,}1 \cdot 10^6 = (1 - 2) \cdot 10^{-4}$.

В соответствии с рис. 7 величина фазы поправочного коэффициента оказывается равной $\Theta = 12°$ при $\alpha = 10^{-4}$ и $\Theta = 23°$ при $\alpha = 2 \cdot 10^{-4}$. Таким образом, необходимость учета фазы поправочного коэффициента не вызывает сомнения.

Точный расчет паразитной (собственной) емкости катушек затруднителен. Приближенные методы расчета ее приведены в литературе [10, 11].

ЛИТЕРАТУРА

1. Л. И. Гутенмахер, Электрические модели, Изд. АН СССР, 1949.
2. G. Kron, Equivalement circuit of the field equations of Maxwell, Proc. I. R. E., May, 1944.
3. И. И. Штейн, Решение некоторых краевых задач электромагнитного поля на двухмерных электрических моделях, Электричество, 1951, 2.
4. А. Н. Крылов, О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики, имеющих приложение в технических вопросах, Изд. АН СССР, 1938.
5. С. Л. Соболев, Уравнения математической физики, ОГИЗ, 1947.
6. Н. И. Штейн, Об особенностях моделирования процессов, описываемых векторными телеграфными и волновыми уравнениями, Электричество, 1954, 11.
7. Б. А. Введенский, А. Г. Аренберг, Радиоволноводы, ОГИЗ, 1946.
8. А. Г. Гуревич, Полые резонаторы и волноводы, Изд. Советское радио, 1952.
9. К. А. Круг, Основы электротехники, II, ГЭИ, 1932.
10. В. Б. Пестряков, Д. Д. Сачков, Конструирование деталей и узлов радиоаппаратуры, ГЭИ, 1947.
11. В. А. Волгов, Детали контуров радиоаппаратуры, ГЭИ, 1955

Поступила в редакцию
6 VI 1959

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 9

РАСПРОСТРАНЕНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН В ВОЛНОВОДАХ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ, СОДЕРЖАЩИХ ПОПЕРЕЧНО НАМАГНИЧЕННУЮ ФЕРРИТОВУЮ ПЛАСТИНУ

Н. М. Ковтун

Рассмотрено распространение электромагнитных волн в волноводах *Н*-, *П*- и *Г*-образной форм поперечного сечения, содержащих поперечно намагниченную ферритовую пластину.

Получены уравнения для определения постоянной распространения в таких волноводах.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время в качестве широкополосных волноводных устройств все чаще применяют волноводы *Н*-, *П*- и *Г*-образной форм поперечного сечения, в которых отношение $f/f_{кр}$ значительно больше, чем в волноводах прямоугольной формы. В связи с этим возникает задача разработки различных широкополосных ферритовых устройств на таких волноводах.

Сравнение экспериментов [1, 2], проводившихся применительно к резонансным вентилям, показывает, что применение волноводов *Н*-, *П*- и *Г*-образной форм позволяет наиболее свободно выбирать размеры диэлектрика и тем самым создавать более широкополосные вентили и получать более высокое вентильное отношение, чем при прямоугольных волноводах.

По-видимому, аналогичные преимущества должны иметь место также в фазовых и других типах ферритовых устройств.

Как известно [1], участок прямоугольного волновода, содержащий поперечно намагниченную ферритовую пластину, обладает различными свойствами по отношению к волнам, проходящим через него в противоположных направлениях, т. е. он по-разному отражает и поглощает эти волны и по-разному сдвигает их фазу. Эти свойства широко используются для решения различных задач волноводной техники [2]. В некоторых случаях, однако, прямоугольные волноводы нежелательны и значительно более полезными оказываются волноводы с выступами, в частности *Н*- и *П*-волноводы [3, 4, 5]. Такие волноводы по сравнению с прямоугольными имеют следующие преимущества. Во-первых, при сопоставимых размерах поперечного сечения предельная частота колебаний основного типа может быть значительно меньше благодаря влиянию выступов как емкостной нагрузки. Во-вторых, применение волноводов меньших размеров при данном диапазоне частот обеспечивает выигрыш в весе и габаритах. В-третьих, полоса, в которой можно работать на колебаниях основного типа, значительно шире, чем у прямоугольного волновода.

1. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ТИПА H_{n0} В *Н*-ВОЛНОВОДЕ С НАМАГНИЧЕННОЙ ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНОЙ

Рассмотрим бесконечный *Н*-волновод, содержащий намагниченную ферритовую пластину (см. рис. 1). Известно [6], что интенсивность электрического поля E_z волн типа H_{n0} в простых прямоугольных областях,

на которые разбивается все сечение волновода (рис. 1), изменяется вдоль оси x по закону кругового и гиперболического синусов, что можно выразить следующим образом:

$$E_{z1} = \left[C_{10}\sin k_a x + \sum_1^\infty C_{1n}\cos s_n z \operatorname{sh} s'_n x\right] e^{-i\chi y},$$

$$E_{z2} = \left[C_{20}\sin k_m (x+\alpha) + \sum_1^\infty C_{2n}\cos l_n z \operatorname{sh} l'_n (x+\alpha)\right] e^{-i\chi y},$$

$$E_{z3} = \left[C_{30}\sin k_a (x+\beta) + \sum_1^\infty C_{3n}\cos s_n z \operatorname{sh} s'_n (x+\beta)\right] e^{-i\chi y};$$

$$E_{z4} = \left[C_{40}\sin k_a (x+\gamma) + \sum_1^\infty C_{4n}\cos r_n (z-g_1) \operatorname{sh} r'_n (x+\gamma)\right] e^{-i\chi y}, \qquad (1)$$

$$E_{z5} = \left[C_{50}\sin k_a (x-a) + \sum_1^\infty C_{5n}\cos s_n z \operatorname{sh} s'_n (x-a)\right] e^{-i\chi y},$$

где

$$k_a^2 = w^2\varepsilon_0\mu_0 - \chi^2; \quad k_m^2 = \omega^2\varepsilon\mu_\perp - \chi^2; \quad \mu_\perp = \mu - \frac{k^2}{\mu};$$

$$s_n'^2 = s_n^2 - k_a^2; \quad l_n'^2 = l_n^2 - k_m^2; \quad r_n'^2 = r_n^2 - k_a^2; \qquad (2)$$

$$s_n = l_n = \frac{n\pi}{b}; r_n = \frac{n\pi}{g_2 - g_1}; \quad n = 1, 2, 3, \ldots;$$

α, β и γ пока неизвестные постоянные.

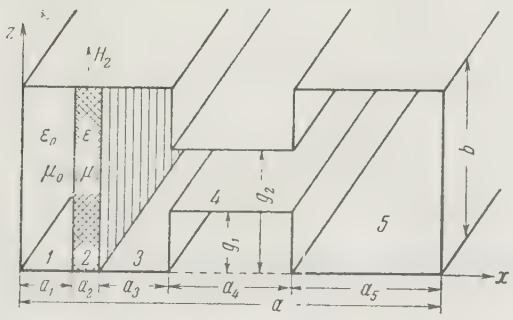


Рис. 1

Очевидно, в волноводе будут распространяться лишь такие волны, составляющие поля E_z и H_y которых удовлетворяют условиям непрерывности на границах областей.

Условия непрерывности при $x = a_1$ дают

$$C_{10}\sin k_a a_1 + \sum_1^\infty C_{1n}\cos s_n z \operatorname{sh} s'_n a_1 = \varphi(z) = C_{20}\sin k_m (a_1+\alpha) +$$

$$+ \sum_1^\infty C_{2n}\cos l_n z \operatorname{sh} l'_n (a_1+\alpha), \qquad (3)$$

$$\frac{1}{\mu_0}\left[C_{10}k_a\cos k_a a_1+\sum_1^\infty C_{1n}s_n'\cos s_n z\,\mathrm{ch}\,s_n' a_1\right]=$$

$$=\frac{1}{\mu_\perp}\left\{\left[\frac{k}{\mu}\chi\sin k_m(a_1+\alpha)+k_m\cos k_m(a_1+\alpha)\right]C_{20}+\right.$$

$$\left.+\sum_1^\infty\left[\frac{k}{\mu}\chi\cos l_n z\,\mathrm{sh}\,l_n'(a_1+\alpha)+l_n'\cos l_n z\,\mathrm{ch}\,l_n'(a_1+\alpha)\right]C_{2n}\right\}. \qquad (4)$$

Здесь $\varphi(z)$ — неизвестная пока функция от z.

Представим ее в виде тригонометрического ряда по $\cos s_n z$ в интервале от 0 до b в области *1* и по $\cos l_n z$ в области *2*:

$$\varphi(z)=\frac{P_0}{2}+\sum_1^\infty P_n\cos s_n z\quad\left(P_n=\frac{2}{b}\int_0^b\varphi(\xi)\cos s_n\xi\,d\xi,\quad P_0=\frac{2}{b}\int_0^b\varphi(\xi)\,d\xi\right), \qquad (5)$$

$$\varphi(z)=\frac{P_0'}{2}+\sum_1^\infty P_n'\cos l_n z\quad\left(P_n'=\frac{2}{b}\int_0^b\varphi(\xi)\cos l_n\xi\,d\xi,\quad P_0'=\frac{2}{b}\int_0^b\varphi(\xi)\,d\xi\right).$$

Используя условие (3), выразим коэффициенты C_{10}, C_{1n}, C_{20} и C_{2n} через неизвестную функцию $\varphi(z)$ и подставим найденные значения коэффициентов в уравнение (4). Согласно [7] придем к интегральному уравнению относительно неизвестной функции $\varphi(\xi)$ с симметричным ядром относительно переменных ξ, z:

$$\int_0^b\varphi(\xi)\,[P(\xi,\ z)-P_0]\,d\xi=0, \qquad (6)$$

в котором

$$P(\xi,\ z)=\frac{1}{\mu_\perp}\sum_1^\infty\frac{2}{b}\left[\frac{k}{\mu}\chi+l_n'\,\mathrm{cth}\,l_n'(a_1+\alpha)\right]\cos l_n z\cos l_n\xi-$$

$$-\frac{1}{\mu_0}\sum_1^\infty\frac{2s_n'}{b}\,\mathrm{cth}\,s_n' a_1\cos s_n z\cos s_n\xi; \qquad (7)$$

$$P_0=\frac{1}{b\mu_\perp}\left[\frac{k}{\mu}\chi+k_m\,\mathrm{ctg}\,k_m(a_1+\alpha)\right]-\frac{k_a}{b\mu_0}\,\mathrm{ctg}\,k_a a_1.$$

Решая уравнение (6) методом Галеркина и ограничиваясь первым приближением, получим следующее уравнение:

$$\frac{1}{\mu_\perp}\left[\frac{k}{\mu}\chi+k_m\,\mathrm{ctg}\,k_m(a_1+\alpha)\right]-\frac{k_a}{\mu_0}\,\mathrm{ctg}\,k_a a_1=0. \qquad (8)$$

Используя условия непрерывности при $x=a_1+a_2$, $x=a_1+a_2+a_3$, $x=a_1+a_2+a_3+a_4$ и имея в виду, что пределы интегрирования при $x=a_1+a_2+a_3$ и $x=a_1+a_2+a_3+a_4$ можно сократить от $(0,\ b)$ до $(g_1,\ g_2)$, так как функция $\varphi(z)$ для всех $y\geqslant g_2$ и $y\leqslant g_1$ равна нулю (условие на проводящей поверхности), можно получить аналогичные уравнения, которые совместно с (8) образуют систему уравнений относительно α, β, γ и χ. Разрешив эту систему относительно χ, получим

следующее уравнение:

$$\frac{g_2-g_1}{bk_a}\left[\sum_1^\infty A_n \operatorname{cth} s_n' a_5 + k_a \operatorname{ctg} k_a a_5\right] +$$

$$+\frac{k_a\left(\frac{k}{\mu}\chi p+q\right)+\operatorname{ctg} k_a a_4\left(\frac{k}{\mu}\chi t+f\right)\sum_1^\infty A_n \operatorname{cth} s_n'(a_3+\delta)}{k_a\left(\frac{k}{\mu}\chi p'+q'\right)+\left(\frac{k}{\mu}\chi t+f\right)\sum_1^\infty A_n \operatorname{cth} s_n'(a_3+\delta)}=0, \qquad (9)$$

где

$$A=\frac{\mu_0}{\mu_\perp k_a}\left[\frac{\mu_\perp}{\mu_0}k_a k_m \operatorname{ctg} k_a a_1 \operatorname{ctg} k_m a_2 - \left(\frac{k^2}{\mu^2}\chi^2+k_m^2\right)\right];$$

$$B=\frac{\mu_\perp}{\mu_0}k_a \operatorname{ctg} k_a a_1 + k_m \operatorname{ctg} k_m a_2;$$

$$p=\operatorname{ctg} k_a a_1\left(\operatorname{ctg} k_a a_3 \operatorname{ctg} k_a a_4 - \frac{b}{g_2-g_1}\right)+\left(\operatorname{ctg} k_a a_4+\frac{b}{g_2-g_1}\operatorname{ctg} k_a a_3\right);$$

$$q=A\left(\operatorname{ctg} k_a a_3 \operatorname{ctg} k_a a_4 - \frac{b}{g_2-g_1}\right)-B\left(\operatorname{ctg} k_a a_4+\frac{b}{g_2-g_1}\operatorname{ctg} k_a a_3\right);$$

$$p'=\operatorname{ctg} k_a a_1\left(\operatorname{ctg} k_a a_3+\frac{b}{g_2-g_1}\operatorname{ctg} k_a a_4\right)+\left(1-\frac{b}{g_2-g_1}\operatorname{ctg} k_a a_3 \operatorname{ctg} k_a a_4\right);$$

$$q'=A\left(\operatorname{ctg} k_a a_3+\frac{b}{g_2-g_1}\operatorname{ctg} k_a a_4\right)-B\left(1-\frac{b}{g_2-g_1}\operatorname{ctg} k_a a_3 \operatorname{ctg} k_a a_4\right);$$

$$t=\operatorname{ctg} k_a a_1 - \operatorname{ctg} k_a a_3;$$

$$f=A+B\operatorname{ctg} k_a a_3;$$

$$\delta=\frac{1}{k_a}\operatorname{arc\,ctg}\frac{A+\frac{k}{\mu}\chi \operatorname{ctg} k_a a_1}{B-\frac{k}{\mu}\chi};$$

$$A_n=2s_n'\left[\frac{\sin s_n g_2-\sin s_n g_1}{s_n(g_2-g_1)}\right]^2.$$

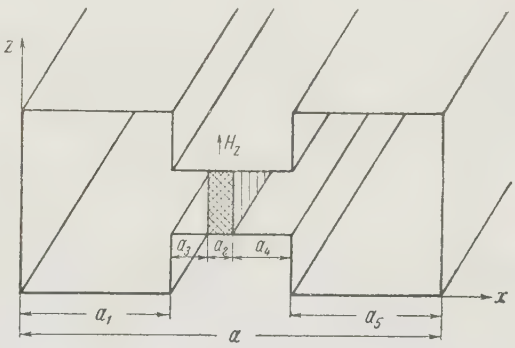


Рис. 2

Для случая, когда ферритовая пластина находится в суженной части волновода (рис. 2), подобным образом можно получить следующее уравнение для постоянной распространения χ:

$$\frac{k}{\mu}\chi\left[\operatorname{ctg} k_a(a_3+t)-\operatorname{ctg} k_a(a_4+t)\right]+k_m \operatorname{ctg} k_m a_2\left[\operatorname{ctg} k_a(a_3+t)+\right.$$

$$\left.+\operatorname{ctg} k_a(a_4+t)\right]+\left[\frac{\mu_\perp}{\mu_0}k_a \operatorname{ctg} k_a(a_3+t)\operatorname{ctg} k_a(a_4+t)-\right.$$

$$\left.-\frac{\mu_0}{\mu_\perp k_a}\left(\frac{k^2}{\mu^2}\chi^2+k_m^2\right)\right]=0, \qquad (10)$$

где t определяется из выражения

$$\operatorname{ctg} k_a t=\frac{g_2-g_1}{bk_a}\left[\sum_1^\infty A_n \operatorname{cth} s_n' a_1 + k_a \operatorname{ctg} k_a a_1\right]. \qquad (11)$$

Из уравнений (9) и (10) следует, что, как и в случае прямоугольного волновода, изменение направления постоянного поля (знака перед k) или направления распространения волны (знака перед χ) приводит к измене-

нию величины постоянной распространения χ. Из выражения (9) легко получить уравнение для постоянной распространения в прямоугольном волноводе, положив $g_1 = 0$, $g_2 = b$:

$$\frac{k}{\mu}\chi(\operatorname{tg} k_a a_6 - \operatorname{tg} k_a a_1)\operatorname{tg} k_m a_2 + k_m(\operatorname{tg} k_a a_1 + \operatorname{tg} k_a a_6) + \\ + k_a \operatorname{tg} k_m a_2\left[\frac{\mu_\perp}{\mu_0} - \frac{\mu_0}{\mu_\perp k_a^2}\left(\frac{k^2}{\mu^2}\chi^2 + k_m^2\right)\operatorname{tg} k_a a_1 \operatorname{tg} k_a a_6\right] = 0 \qquad (12)$$

(здесь $a_6 = a_3 + a_4 + a_5$).

Выражение (12) совпадает с приведенным в литературе [1].

2. РАСПРОСТРАНЕНИЕ ВОЛН ТИПА H_{n0} В H- И Γ-ВОЛНОВОДАХ С НАМАГНИЧЕННОЙ ФЕРРИТОВОЙ ПЛАСТИНОЙ

Полагая $g_1 = 0$ (рис. 1), придем к $П$-волноводу. Уравнение для определения постоянной распространения в таком волноводе будет иметь вид

$$\frac{g_2}{bk_a}\left[\sum_1^\infty B_n \operatorname{cth} s_n' a_5 + k_a \operatorname{ctg} k_a a_5\right] + \\ + \frac{k_a\left(\frac{k}{\mu}\chi p + q\right) + \operatorname{ctg} k_a a_4\left(\frac{k}{\mu}\chi t + f\right)\sum_1^\infty B_n \operatorname{cth} s_n'(a_3 + \delta)}{k_a\left(\frac{k}{\mu}\chi p' + q'\right) + \left(\frac{k}{\mu}\chi t + f\right)\sum_1^\infty B_n \operatorname{cth} s_n'(a_3 + \delta)} = 0, \qquad (13)$$

где $B_n = 2s_n'\left(\frac{\sin s_n g_2}{s_n g_2}\right)^2$.

Переход от H-волновода к Γ-волноводу можно произвести, полагая $g_1 = 0$, $a_5 = 0$. В результате такого перехода получим следующее выражение для определения постоянной распространения χ в волноводе Γ-образной формы:

$$k_a\left(\frac{k}{\mu}\chi p' + q'\right) + \left(\frac{k}{\mu}\chi t + f\right)\sum_1^\infty B_n \operatorname{cth} s_n'(a_3 + \delta) = 0. \qquad (14)$$

Полученные уравнения (9), (13) и (14) позволяют исследовать зависимость постоянной распространения χ от параметров волновода и феррита, а также от местоположения феррита в волноводах H-, $П$- и Γ-образной форм поперечного сечения. Результаты исследования этих уравнений будут приведены в следующей статье.

Считаю своим долгом выразить благодарность А. И. Терещенко и В. М. Седых за дискуссию.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Микаэлян, А. А. Пистолькорс, Электромагнитные волны в намагниченном феррите при наличии проводящих плоскостей, Радиотехника, 1955, **10**, 3, 14.
2. А. Фокс, С. Миллер, М. Вейсс, Свойства ферритов и их применение в диапазоне СВЧ (перев. с англ.), Изд. Советское радио, 1956.
3. T. Anderson, IRE Trans., 1955, MTT-3 2—9.
4. Техника сверхвысоких частот (перев. с англ.), Изд. Советское радио, 1952, **1**, 401—407, 452—456.
5. Лампа с бегущей волной (перев. с англ.), Изд. Советское радио, 1950.
6. А. Я. Яшкин, Расчет критической волны низшего типа для несимметричного H-волновода и волноводов Γ- и $Ш$-образной форм поперечного сечения, Уч. зап. МГПИ им. В. И. Ленина, 1957, **101**, 21.
7. Я. Н. Фельд, Граничная задача электродинамики и интегральные уравнения некоторых задач дифракции, ЖЭТФ, 1944, **14**, 9, 330.

Харьковский государственный университет
им А. М. Горького
Кафедра физики СВЧ

Поступила в редакцию
24 VI 1959

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА
1960 № 9

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ ПРОЛЕТЕ ПУЧКА ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ МИМО ВОЛНОВОДА С БЕСКОНЕЧНЫМ ФЛАНЦЕМ

Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров

Исследуется излучение, возникающее при пролете модулированного пучка электронов мимо плоского волновода с бесконечным фланцем. Задача сводится к системе алгебраических уравнений, которая численно решается на электронной машине «Стрела» для диапазона скоростей электронов от $\beta = 0{,}07$ до $\beta = 0{,}99$.

ВВЕДЕНИЕ

В связи с развитием техники миллиметровых и субмиллиметровых волн в последнее время усиленно изучаются вопросы, связанные с электромагнитным излучением, возникающим при пролете пучков заряженных частиц мимо неоднородностей (так называемое «переходное» и «подходное» излучения) [1—7]. В нашей заметке [8] исследовалась неоднородность простейшей геометрии — подсчитывалось излучение, появляющееся при пролете пучка через отверстие в проводящем экране. Представляет интерес исследование неоднородностей и других типов. Настоящая работа посвящена расчету излучения, возникающего при пролете модулированного пучка заряженных частиц мимо плоского волновода с бесконечным фланцем. Подобные задачи возникают, например, при изучении процессов излучения высших гармоник электромагнитного поля в магнетронах.

Рассматривается двумерная задача, т. е. предполагается, что поля и токи не зависят от координаты, изменяющейся вдоль ребра фланца (ось oy). Стенки волновода и фланец считаются идеально проводящими. Скорость частиц в пучке принимается направленной перпендикулярно к плоскости симметрии волновода (по оси ox). Мы пренебрегаем влиянием излучения и взаимодействия зарядов на их движение в пучке и считаем скорость зарядов постоянной (приближение заданных токов). Зависимость всех величин от времени берется в виде $e^{-i\omega t}$.

Наш подход к решению задачи состоял в следующем: электромагнитное поле в волноводе записывалось в виде суперпозиции нормальных волн с неопределенными коэффициентами. При помощи векторного аналога формулы Грина строилась бесконечная система алгебраических уравнений относительно этих коэффициентов. Полученная система численно решалась на электронной машине «Стрела». Для контроля точности результатов параллельно решались системы 40-го и 20-го порядков, т. е. с учетом 20 и 10 типов нормальных волн. Расчет проводился в диапазоне скоростей от $\beta = 0{,}07$ до $\beta = 0{,}99$ ($\beta = \frac{v}{c}$) для различных значений параметра ka (a — высота волновода): от $ka = \pi/40$ до $ka = 33\,\pi/40$. При $ka < \pi$ в волноводе присутствует только одна бегущая волна, поэтому энергия, излучаемая в волновод, полностью определяется первым коэффициентом в разложении решения по системе нормальных волн. Для нахождения излучения в открытое полупространство необходим учет всех

коэффициентов разложения. В настоящей работе рассмотрена как задача об излучении в волновод (т. е. задача о возбуждении волновода), так и задача об излучении в открытое полупространство и построены графики для сопротивления излучения в зависимости от различных параметров.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ. СВЕДЕНИЕ ЗАДАЧИ К СИСТЕМЕ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Введем декартову систему координат, направив ось x перпендикулярно плоскости симметрии волновода, ось z — параллельно оси волновода (рис. 1). Высоту волновода обозначим через a. Пусть пучок частиц занимает слой $b_1 \leqslant z \leqslant b_2$ $(0 \leqslant b_1 < b_2 < \infty)$ и пусть скорость частиц в пучке постоянна и направлена параллельно оси x, причем

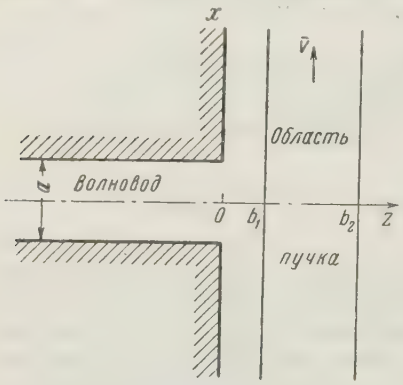


Рис. 1. Геометрия системы

$$j_x(x, z) = j(z)\, e^{ik_0 x} \quad \left(k_0 = \frac{\omega}{v}\right), \qquad (1)$$

где $j(z)$ — функция, характеризующая распределение плотности тока в области, занятой пучком. Вне слоя (b_1, b_2) ток отсутствует и $j(z) = 0$.

В силу отсутствия зависимости от y отличными от нуля будут две компоненты электрического поля: $E_x(x, z)$, $E_z(x, z)$ и одна компонента магнитного поля $H_y(x, z)$.

Запишем для полупространства $z \geqslant 0$ двумерный аналог векторной формулы Грина:

$$\overline{H}(x, z) = \int_{b_1}^{b_2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{c} [\bar{j}, \operatorname{grad} \varphi]\, d\xi\, d\zeta + \frac{ik}{4\pi} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} \varphi [\bar{n}, \overline{E}]\, d\xi, \qquad (2)$$

где

$$\varphi = \varphi(x, z, \xi, \zeta) = \pi i [H_0^{(1)}(kr) + H_0^{(1)}(kr')]; \qquad (3)$$

$$r = \sqrt{(x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2}; \quad r' = \sqrt{(x-\xi)^2 + (z+\zeta)^2};$$

$H_0^{(1)}$ — функция Ханкеля первого рода.

Подставляя выражение для φ и для плотности тока (1) в (2), раскрывая векторные произведения и производя в двойном интеграле интегрирование по ξ, получим

$$H_y(x, z) = e^{ik_0 x} \frac{2\pi}{c} \int_{b_1}^{b_2} \left[e^{-\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} k|z-\zeta|} + e^{-\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} k|z+\zeta|} \right] j(\zeta)\, d\zeta +$$

$$+ \frac{k}{2} \int_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} H_0^{(1)}\left(k\sqrt{(x-\xi)^2 + z^2}\right) E_x(\xi, 0)\, d\xi. \qquad (4)$$

При $z = 0$ формула (4) принимает вид

$$H_y(x,\ 0) = e^{ik_0 x}\frac{4\pi}{c}\int\limits_{b_1}^{b_2} e^{-\gamma k\zeta} j(\zeta)\,d\zeta + \frac{k}{2}\int\limits_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} H_0^{(1)}(k\,|\,x-\xi\,|)\,E_x(\xi,\ 0)\,d\xi, \qquad (5)$$

где $\gamma = \sqrt{1-\beta^2}/\beta$.

Запишем теперь поле в волноводной части $z \leqslant 0$; $-\frac{a}{2} \leqslant x \leqslant \frac{a}{2}$:

$$H_y(x,\ z) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cos\left(\frac{\pi n x}{a} + \frac{\pi n}{2}\right) e^{-ip_n kz},$$

$$E_x(x,\ z) = \frac{1}{ik}\frac{\partial H_y}{\partial z} = -\sum_{n=0}^{\infty} c_n p_n \cos\left(\frac{\pi n x}{a} + \frac{\pi n}{2}\right) e^{-ip_n kz}, \qquad (6)$$

где

$$p_n = \begin{cases} \sqrt{1-\left(\frac{\pi n}{ka}\right)^2} & \text{при } ka > \pi n, \\ i\sqrt{\left(\frac{\pi n}{ka}\right)^2 - 1} & \text{при } ka < \pi n. \end{cases}$$

В частности, при $z = 0$ будем иметь

$$H_y(x,\ 0) = \sum_{n=0}^{\infty} c_n \cos\left(\frac{\pi n x}{a} + \frac{\pi n}{2}\right),$$

$$E_x(x,\ 0) = -\sum_{n=0}^{\infty} c_n p_n \cos\left(\frac{\pi n x}{a} + \frac{\pi n}{2}\right). \qquad (7)$$

Подставляя выражения (7) в формулу (5), получим

$$\sum_{n=0}^{\infty} c_n \cos\left(\frac{\pi n x}{a} + \frac{\pi n}{2}\right) + \frac{k}{2}\sum_{m=0}^{\infty} c_m p_m \int\limits_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} H_0^{(1)}(k\,|\,x-\xi\,|) \times$$

$$\times \cos\left(\frac{\pi m \xi}{a} + \frac{\pi m}{2}\right) d\xi = e^{ik_0 x}\frac{4\pi}{c}\int\limits_{b_1}^{b_2} e^{-\gamma k\zeta} j(\zeta)\,d\zeta. \qquad (8)$$

Раскладывая левую и правую части равенства (8) в ряды по функциям $\cos\left(\frac{\pi n x}{a} + \frac{\pi n}{2}\right)$ и приравнивая коэффициенты Фурье, мы придем к следующей системе алгебраических уравнений относительно коэффициентов c_n:

$$kac_0 + \sum_{m=0}^{\infty} D_{0m} p_m c_m = F_0 \frac{4\pi}{c}\int\limits_{b_1}^{b_2} e^{-\gamma k\zeta} j(\zeta)\,d\zeta,$$

$$\frac{ka}{2} c_n + \sum_{m=0}^{\infty} D_{nm} p_m c_m = F_n \frac{4\pi}{c}\int\limits_{b_1}^{b_2} e^{-\gamma k\zeta} j(\zeta)\,d\zeta$$

$$(n = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots), \qquad (9)$$

где

$$D_{nm} = D_{nm}(ka) = \frac{k^2}{2}\int\limits_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}}\int\limits_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} H_0^{(1)}(k|x-\xi|)\cos\left(\frac{\pi n x}{a}+\frac{\pi n}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi m \xi}{a}+\frac{\pi m}{2}\right)dx\,d\xi =$$

$$= \frac{1}{2}\int\limits_{-\frac{ka}{2}}^{\frac{ka}{2}}\int\limits_{-\frac{ka}{2}}^{\frac{ka}{2}} H_0^{(1)}(|s-\sigma|)\cos\left(\frac{\pi n s}{ka}+\frac{\pi n}{2}\right)\cos\left(\frac{\pi m \sigma}{ka}+\frac{\pi m}{2}\right)ds\,d\sigma, \qquad (10)$$

$$F_n = F_n(ka, \beta) = k\int\limits_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} e^{ik\beta x}\cos\left(\frac{\pi n x}{a}+\frac{\pi n}{2}\right)dx = \frac{2\beta\sin\left(\frac{ka}{2\beta}+\frac{\pi n}{2}\right)e^{i\frac{\pi n}{2}}}{1-\left(\frac{\pi n\beta}{ka}\right)^2}. \qquad (11)$$

Положим

$$c_n = f_n\frac{4\pi}{c}\int\limits_{b_1}^{b_2} e^{-\gamma k\zeta} j(\zeta)\,d\zeta; \qquad (12)$$

тогда система (9) преобразуется в систему вида

$$\begin{aligned} kaf_0 + \sum_{m=0}^{\infty} D_{0m}p_m f_m &= F_0, \\ \frac{ka}{2}f_n + \sum_{m=0}^{\infty} D_{nm}p_m f_m &= F_n \\ (n &= 1, 2, 3, \ldots), \end{aligned} \qquad (13)$$

которую мы в дальнейшем будем называть основной.

2. РЕШЕНИЕ ОСНОВНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ

Перейдем к обсуждению вопросов, связанных с решением системы (13). Система (13) решалась нами на электронной машине «Стрела». При этом параметры $\beta = v/c$ и ka изменялись соответственно в пределах $0{,}07 \leqslant \beta \leqslant 0{,}99$, $\pi/40 \leqslant ka \leqslant 33\pi/40$. Для рассматриваемого диапазона ka $p_0 = 1$; $p_n = iq_n = i\sqrt{\left(\frac{\pi n}{ka}\right)^2 - 1}$ $(n \geqslant 1)$, т. е. в волноводе существует только одна бегущая волна, волна типа TEM. При численных расчетах бесконечная система обрывалась и вместо нее решалась следующая система из 20 уравнений относительно 20 неизвестных f_n $(n = 0, 1, 2, \ldots, 19)$:

$$\begin{aligned} kaf_0 + \sum_{m=0}^{19} D_{0m}p_m f_m &= F_0, \\ \frac{ka}{2}f_n + \sum_{m=0}^{19} D_{nm}p_m f_m &= F_n. \end{aligned} \qquad (14)$$

Система (14) — комплексная. Полагая

$$f_n = a_n + ib_n,\ D_{nm} = A_{nm} + iB_{nm},\ F_n = P_n + iQ_n \qquad (15)$$

и отделяя действительную и мнимую части в уравнениях, мы получим вещественную систему из сорока уравнений относительно сорока неиз-

вестных a_n и b_n $(n = 0, 1, 2, \ldots, 19)$. Матрица S системы (14) имеет вид

$$S = \begin{pmatrix} S^{(1)} & S^{(2)} \\ -S^{(2)} & S^{(1)} \end{pmatrix}, \tag{16}$$

где

$$\begin{aligned} &S^{(1)}_{00} = A_{00} + ka,\ S^{(1)}_{n0} = A_{n0},\ S^{(1)}_{nn} = -q_n B_{nn} + \frac{ka}{2}\ (n \neq 0), \\ &S^{(1)}_{nm} = -q_m B_{nm} \quad (m \neq 0,\ m \neq n), \\ &S^{(2)}_{n0} = -B_{n0}, \quad S^{(2)}_{nm} = -q_m A_{nm}\ (m \neq 0). \end{aligned} \tag{17}$$

Отметим, что матрица S не зависит от β, поэтому для каждого фиксированного значения ka матрица S и обратная ей матрица S^{-1} строились один раз, а затем обратная матрица S^{-1} умножалась на набор правых частей (P_n, Q_n), соответствующих различным значениям β.

Для оценки погрешности, вносимой обрыванием системы (13), параллельно с системой (14) решалась аналогичная система из 20 уравнений относительно 20 неизвестных a_n и b_n $(n = 0, 1, 2, \ldots, 9)$.

Сравнение результатов расчетов показывает, что в первых 4—5 коэффициентах a_n и b_n результаты имеют три общих значащих цифры. Последующие коэффициенты a_n и b_n по крайней мере на 2 порядка меньше по абсолютной величине коэффициентов a_0, b_0, a_1, b_1 и потому не оказывают существенного влияния на результаты.

3. ИЗЛУЧЕНИЕ СИСТЕМЫ В ВОЛНОВОД

Ввиду наличия в волноводе только одной бегущей волны $(ka < \pi)$ поток энергии в волновод определяется коэффициентом $f_0 = a_0 + ib_0$. При $z \to -\infty$ для активной составляющей z компоненты вектора Умова — Пойнтинга имеем

$$P_z = \frac{c}{8\pi} \operatorname{Re} E_x H_y^* = -\frac{c}{8\pi} |c_0^2| = -\frac{2\pi}{c} |f_0|^2 \alpha^2 I^2, \tag{18}$$

где $I = \int_{b_1}^{b_2} j(\zeta)\, d\zeta$ — ток в пучке на участке шириной единица;

$$\alpha = \frac{1}{I} \int_{b_1}^{b_2} e^{-\gamma k \zeta} j(\zeta)\, d\zeta. \tag{19}$$

Знак минус соответствует потоку энергии в отрицательном направлении оси z. Отсюда можно подсчитать сопротивление излучения R_a участка волновода ширины a:

$$R_a = \frac{|P_z|}{I^2} = 60\pi\alpha^2 |f_0|^2 \text{ ом}. \tag{20}$$

В формуле для R_a два множителя $|f_0|^2$ и α^2 характеризуют зависимость сопротивления излучения от разных факторов. Множитель $|f_0|^2$ определяется геометрией системы. Множитель α^2 позволяет в явном виде выделить зависимость R_a от расстояния пучка от фланца и от распределения тока в нем. Если

$$j(z) = \text{const}\ (b_1 \leqslant z \leqslant b_2),$$

то

$$\alpha = \frac{1}{\gamma k (b_1 - b_2)} \left(e^{-\gamma k b_1} - e^{-\gamma_k b_2}\right). \tag{21}$$

В предельном случае бесконечно тонкого пучка, отстоящего от фланца на расстоянии b, $\alpha = e^{-\gamma kb}$ (где $\gamma = \sqrt{1-\beta^2}/\beta$). При $kb \sim 0$ (пучок) вплотную прилегает к фланцу) $\alpha \sim 1$. Отметим, однако, что α очень сильно зависит от β, и даже для не очень больших kb, если скорость пучка мала ($\beta \ll kb$), $\alpha \ll 1$.

На рис. 2 построены графики, характеризующие зависимость сопротивления излучения R_a от $ka = 2\pi a/\lambda$ (при $\alpha = 1$). Кривые имеют целый

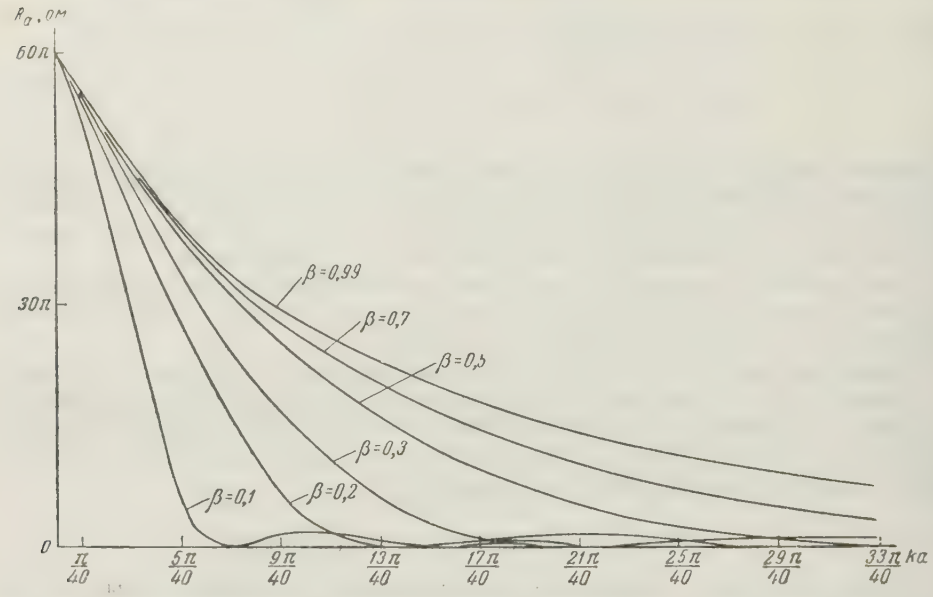


Рис. 2. Зависимость сопротивления излучения в волновод от $ka = 2\pi a/\lambda$

ряд максимумов и минимумов. Положение минимумов определяется соотношением

$$k_0 a = 2\pi n \quad \text{или} \quad ka = 2\pi\beta n \tag{22}$$

(n — целое число), означающим, что R_a минимально, когда на интервале длины a укладывается целое число пространственных длин волн тока: $\Lambda_0 = 2\pi/k_0 = 2\pi v/\omega$. Например, для $\beta = 0{,}1$ формула (23) дает минимумы в точках $\pi/5$; $2\pi/5$; $3\pi/5$ и т. д., что хорошо согласуется с графиком, приведенным на рис. 2. При $ka \to 0$ на основании (10), (11) имеем

$$\frac{F_0}{ka} \to 1, \quad F_n \sim (ka)^2 \,(n \geqslant 1), \quad D_{nm} \sim (ka)^2.$$

Из этих формул, используя (13), получаем, что $\lim\limits_{ka\to 0} f_0 = 1$ для всех β, т. е. все кривые на рис. 2 выходят из одной точки.

Для реальных трехмерных систем физический смысл имеет величина сопротивления излучения R_L участка ширины L, определяемая по формуле:

$$R_L = \frac{a}{L} R_a = \frac{R_1}{kL}, \quad R_1 = kaR_a. \tag{23}$$

Графики зависимости величины R_L от высоты волновода ka при фиксированной ширине системы L легко могут быть построены на основе кривых, приведенных на рис. 2. Отметим, что при $ka \to 0$ величина $R_L \to 0$. При увеличении ka величина R_L сначала возрастает, затем при некотором оптимальном значении $(ka)_{\text{опт}}$ проходит через максимум и далее начинает убывать. Оптимальные значения $(ka)_{\text{опт}}$ для различных

значений скорости пучка β приведены в таблице. Здесь же приведены соответствующие оптимальные значения величины $(R_1)_{\text{опт}} = (kaR_a)_{\text{опт}}$ при $ka = (ka)_{\text{опт}}$.

β	0,1	0,2	0,3	0,5	0,7	0,99
$(ka)_{\text{опт}}$	$0{,}0625\pi$	$0{,}112\pi$	$0{,}15\pi$	$0{,}25\pi$	$0{,}3\pi$	$0{,}4\pi$
$(kaR_a)_{\text{опт}}$, *ом*	20,8	33	41	54,7	64	73,5

Оптимальное сопротивление излучения $(R_L)_{\text{опт}}$ системы ширины L для различных значений β может быть вычислено при помощи таблицы по формуле

$$(R_L)_{\text{опт}} = \frac{(kaR_a)_{\text{опт}}}{kL}.$$

На рис. 3 построены графики зависимости R_a от скорости частиц в пучке β (также при $\alpha = 1$). Приведенные кривые показывают, что R_a слабо зависит от β при малых ka (при больших длинах волн λ). Для больших ka (малых длинах волн) эта зависимость становится весьма сильной. Излучение резко возрастает с увеличением скорости пучка.

Учет множителя α^2, который мы полагали равным единице (пучок вплотную прилегает к фланцу), не представляет труда, поскольку этот

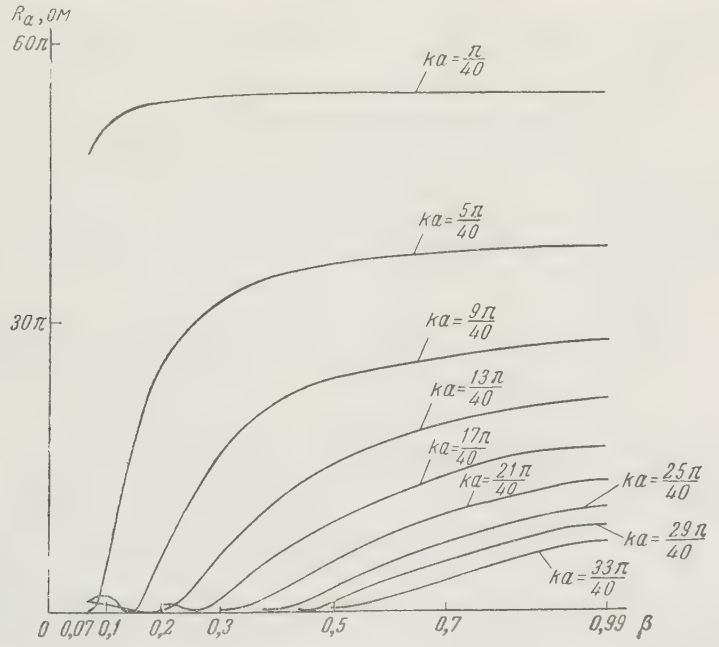


Рис. 3. Зависимость сопротивления излучения в волновод от скорости частиц

множитель выписывается в явном виде. Отметим следующее: в реальных условиях $kb > 0$, поэтому наличие множителя α^2 уменьшает R_a тем сильнее, чем меньше β. В связи с этим сопротивление излучения R_a оказывается еще более чувствительным к изменениям параметра β, чем это показано на рис. 3.

4. ИЗЛУЧЕНИЕ В ОТКРЫТОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО

Для нахождения излучения в полупространство $z>0$ используем выражение (4) для вторичного магнитного поля $\overline{H}$:

$$\overline{H}(x, z)=\overline{y}_0\frac{k}{2}\int\limits_{-\frac{a}{2}}^{\frac{a}{2}} H_0^{(1)}\left(k\sqrt{(x-\xi)^2+z^2}\right)E_x(\xi, 0)\,d\xi. \tag{24}$$

Введем полярные координаты $x=r\sin\varphi$, $z=r\cos\varphi$. Тогда при больших r

$$\sqrt{(x-\xi)^2+z^2}=\sqrt{r^2-2r\xi\sin\varphi+\xi^2}\simeq r-\xi\sin\varphi\left(-\frac{a}{2}\leqslant\xi\leqslant\frac{a}{2}\right). \tag{25}$$

Используя теперь формулу для асимптотического поведения функций Ханкеля

$$H_0^{(1)}\left(k\sqrt{(x-\xi)^2+z^2}\right)\simeq\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\,e^{ikr-i\frac{\pi}{4}-ik\xi\sin\varphi}, \tag{26}$$

для поля $\overline{H}$ в волновой зоне получаем

$$H_y(r, \varphi)=\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\,e^{i\left(kr-\frac{\pi}{4}\right)}\int\limits_{-\frac{ka}{2}}^{\frac{ka}{2}} e^{-i\sigma\sin\varphi}E_x\left(\frac{\sigma}{k}, 0\right)d\sigma. \tag{27}$$

Подставляя (7) в (27), приходим к следующей формуле для поля $\overline{H}$ в волновой зоне:

$$H_y(r, \varphi)=-\sqrt{\frac{2}{\pi kr}}\,e^{i\left(kr-\frac{\pi}{4}\right)}\frac{4\pi}{c}\alpha I\Phi(\varphi), \tag{28}$$

где

$$\Phi(\varphi)=\sum_{n=0}^{\infty}f_n p_n\Phi_n(\varphi)\,e^{i\frac{\pi n}{2}}; \tag{29}$$

$$\Phi_n(\varphi)=e^{-i\frac{\pi n}{2}}\int\limits_{-\frac{ka}{2}}^{\frac{ka}{2}} e^{-i\sigma\sin\varphi}\cos\left(\frac{\pi n\sigma}{ka}+\frac{\pi n}{2}\right)d\sigma=\frac{2\sin\varphi\sin\left(\frac{ka}{2}\sin\varphi-\frac{\pi n}{2}\right)}{\sin^2\varphi-\left(\frac{\pi n}{ka}\right)^2}. \tag{30}$$

Поток энергии в угол $(\varphi, \varphi+d\varphi)$ по участку ширины a равен

$$dW=ar\,|H_y|^2\frac{c}{8\pi}\,d\varphi=\frac{\alpha^2}{cka}(Ia)^2\,|\Phi(\varphi)|^2\,d\varphi. \tag{31}$$

Из формулы (31) вытекает, что угловое распределение выходящего излучения определяется функцией $|\Phi(\varphi)|^2$. Полный поток энергии по участку ширины a равен

$$W=\frac{\alpha^2}{cka}(Ia)^2\Psi, \tag{32}$$

где

$$\Psi=\Psi(ka, \beta)=\int\limits_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}|\Phi(\varphi)|^2\,d\varphi. \tag{33}$$

тсюда легко подсчитать сопротивление излучения участка ширины a:

$$R_a^0 = \frac{W}{(Ia)^2} = \frac{\alpha^2}{cka}\Psi = 60\pi\alpha^2\frac{\Psi}{2\pi ka}\,ом. \tag{34}$$

опротивление излучения участка ширины L равно

$$R_L^0 = \frac{a}{L}R_a^0. \tag{35}$$

ычисление величин $\Phi(\varphi)$ и Ψ проводилось на электронной машине Стрела». При этом в качестве расчетных использовались формулы

$$\operatorname{Re}\Phi = a_0\frac{2\sin\left(\frac{ka}{2}\sin\varphi\right)}{\sin\varphi} - \sum_{n=1}^{9}\left[b_n\cos\frac{\pi n}{2} + a_n\sin\frac{\pi n}{2}\right]\sqrt{\left(\frac{\pi n}{ka}\right)^2 - 1}\,\Phi_n(\varphi),$$

$$\operatorname{Im}\Phi = b_0\frac{2\sin\left(\frac{ka}{2}\sin\varphi\right)}{\sin\varphi} - \sum_{n=1}^{9}\left[a_n\cos\frac{\pi n}{2} - b_n\sin\frac{\pi n}{2}\right]\sqrt{\left(\frac{\pi n}{ka}\right)^2 - 1}\,\Phi_n(\varphi), \tag{36}$$

$$\Psi = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}\left[(\operatorname{Re}\Phi)^2 + (\operatorname{Im}\Phi)^2\right]d\varphi,$$

е $f_n = a_n + ib_n$ — амплитуды гармоник магнитного поля, полученные ри решении системы (13).

На рис. 4 построены графики, характеризующие зависимость сопро-вления излучения в открытое полупространство R_a^0 от $ka = 2\pi\frac{a}{\lambda}$ (при = 1). Все кривые выходят из начала координат (что следует из формул 4) и (36)), достигают своего максимального значения, а затем медленно ывают, проходя через ряд максимумов и минимумов. Положение мини-умов хорошо согласуется с соответствующими минимумами сопротив-ния излучения R_a при излучении в волновод (см. рис. 2). Однако на

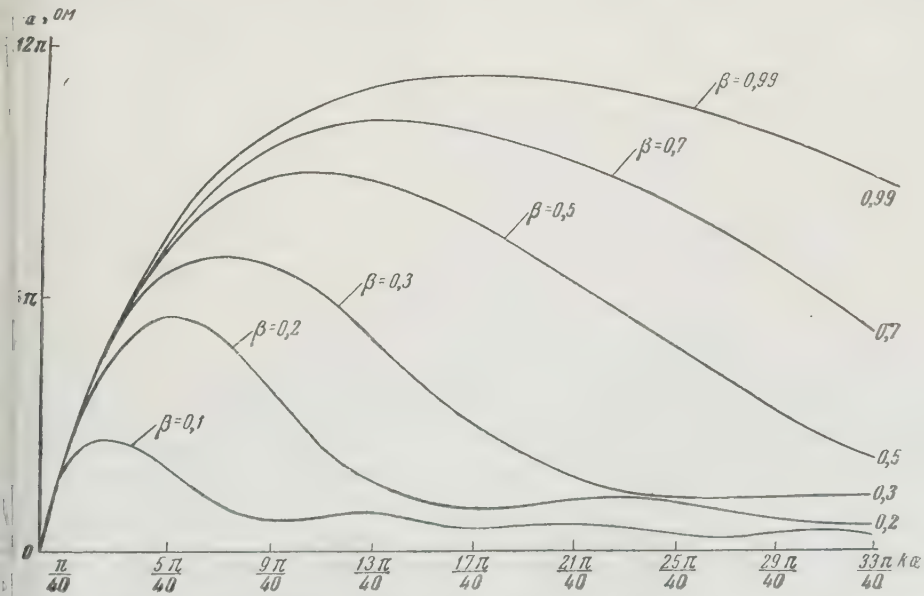


Рис. 4. Зависимость сопротивления излучения в открытое полупространство от $ka = 2\pi a/\lambda$.

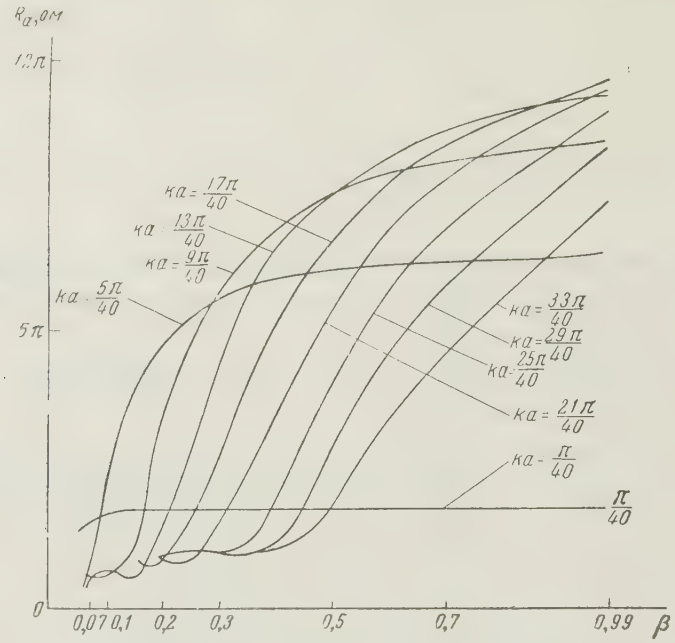


Рис. 5. Зависимость сопротивления излучения в открытое полупространство от скорости частиц

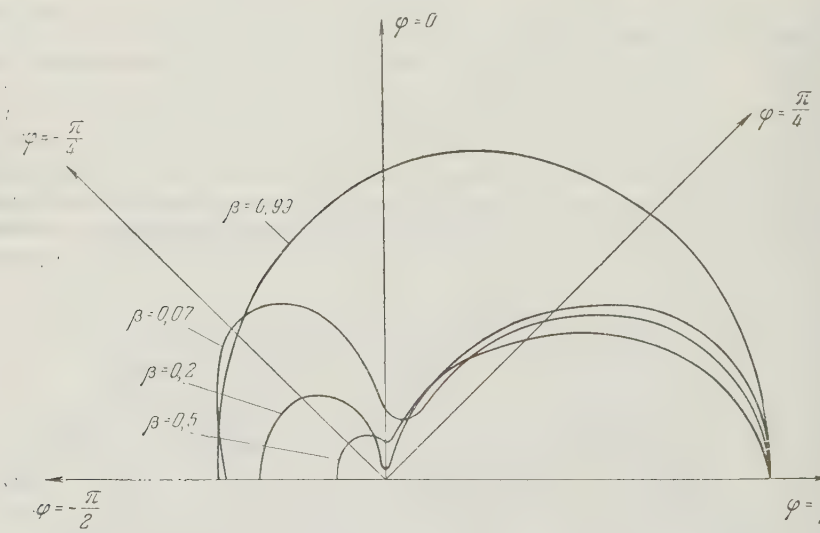


Рис. 6. Угловое распределение излучения в открытом полупространстве при $ka = 29\pi/40$

излучение в открытое полупространство влияет не только нулевая, и и высшие пространственные гармоники полей, поэтому в точках мини мума величина R_a^0 (в отличие от R_a) не равна нулю. При малых ka области между $ka = 0$ и первым минимумом R_a) сопротивление излуч ния в волновод R_a значительно больше сопротивления излучения в о крытое полупространство R_a^0. При бо́льших ka (за первым минимумом величины R_a и R_a^0 имеют одинаковый порядок.

На рис. 5 построены графики зависимости сопротивления излучени в открытое полупространство R_a^0 от скорости частиц в пучке (также пр $\alpha_1 = 1$). В области малых значений β кривые быстро осциллируют, пр

рдя через ряд максимумов и минимумов. В области больших β кривые онотонно возрастают.

На рис. 6 приведены типичные кривые углового распределения излу-ения. Для удобства сравнения излучение в направлении скорости пучка инято за единицу. При малых β энергия излучается в основном вперед о направлению скорости пучка и назад. В поперечном направлении излу-ается лишь небольшая часть энергии. При увеличении β распределение злученной энергии по направлениям выравнивается, но вперед по-режнему излучается больше, чем назад.

Зависимость сопротивления излучения от параметра α обсуждалась предыдущем параграфе.

В заключение авторы считают своим приятным долгом выразить бла-одарность Р. В. Хохлову за постановку задачи и обсуждение резуль-атов.

ЛИТЕРАТУРА

В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ, 1946, **16**, 1, 15.
В. Б. Брагинский, Радиотехника и электроника, 1956, **1**, 2, 225.
В. И. Бобрин ев, В. Б. Брагинский, Докл. АН СССР, 1958, **123**, 4.
Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ, 1955, **29**, 3, 288.
Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 2, 303.
Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров, Докл. АН СССР, 1958, **124**, 4, 792.
Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров, Докл. АН СССР, 1958, **124**, 5, 1026.
Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 10, 1644.

Физический факультет
Московского государственного университета
им. М. В. Ломоносова

Поступила в редакцию
4 VIII 1959

1960 № 9

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИЗУЧЕНИЕ ЛАМП С ОБРАТНОЙ ВОЛНОЙ С НЕОДНОРОДНОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМОЙ

Л. П. Лисовский

Излагаются результаты исследования свойств лампы с обратной волной с замедляющей системой в виде сдвоенной гребенки, высота зубцов которой плавно изменяется вдоль продольной оси.

ВВЕДЕНИЕ

В последнее время возник интерес к вопросу о работе ламп с обратной волной (ЛОВ), в которых геометрические размеры ячеек замедляющей системы плавно изменяются вдоль продольной координаты z.

Изучение ЛОВ с неоднородной замедляющей системой может дать сведения, нужные для выяснения возможности расширения таким способом полосы генераторов на ЛОВ, оценки требований к точности изготовления замедляющих систем и для некоторых других целей *.

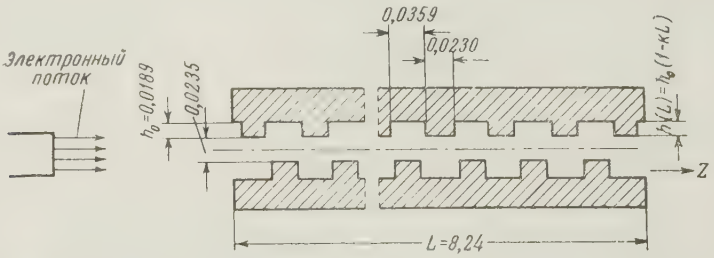


Рис. 1. Замедляющая система типа «сдвоенная гребенка», однородная ($k = 0$) и неоднородная ($k = k_1$ и $k = k_2$). Все размеры выражены через длину средней волны рабочего диапазона в свободном пространстве $\lambda_{ср}$

В качестве объекта для изучения была выбрана ЛОВ типа «О» с замедляющей системой в виде двух «гребенок», смещенных одна относительно другой на половину шага (см. рис. 1). Прямолинейный ленточный электронный луч проходил вдоль щели между гребенками в продольном фокусирующем поле соленоида и практически полностью оседал на замедляющую систему.

1. МЕТОДИКА ИЗМЕРЕНИЙ

В качестве параметра, изменяющегося вдоль координаты z, была выбрана высота h зубца гребенки. Изучались зависимости длины волны генерируемых колебаний и величины пускового тока от напряжения на

* В процессе выполнения настоящей работы было опубликовано письмо Гепперта в редакцию Proc. I.R.E. (1958, 46, 9, 1658) «Исследование ламп с бегущей волной с переменным параметром скорости», в котором высказывается мнение, совпадающее с мнением, к которому независимо пришел автор, о том, что применение замедляющих систем с изменяющейся вдоль длины фазовой скоростью может способствовать устранению возбуждения усилительных ЛБВ на обратных пространственных гармониках.

замедляющей системе при двух законах изменения высоты h зубца гребенки с координатой z. Всего было поставлено четыре опыта.

Вначале были изготовлены гребенки с постоянной высотой зубцов h_0 и собрана ЛОВ с однородной по длине замедляющей системой. Для этой ЛОВ были сняты указанные выше зависимости. В этом заключался опыт 1.

После этого лампа была разобрана и зубцы гребенок сточены на фрезерном станке таким образом, что длина зубца, ближайшего к пушке, сохранялась неизменной, а длины остальных убывали по линейному закону.

$$h(z) = h_0(1 - kz), \tag{1}$$

где относительное изменение высоты зубцов на единицу длины $k = k_1 = 0{,}0225$ (за единицу длины здесь и везде далее принята длина волны в свободном пространстве, соответствующая середине рабочего диапазона лампы).

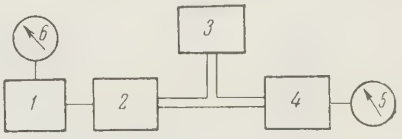


Рис. 2. Схема измерительной установки: *1* — источник питания; *2* — ЛОВ; *3* — волномер; *4* — детекторная головка; *5* — индикатор, *6* — вольтметр

Затем лампа была вновь собрана, причем было обращено внимание на то, чтобы щель между гребенками по всей длине имела одинаковую высоту, точно такую же, как и в первом опыте. С этой лампой были проведены те же измерения, что и в первом опыте. Это был опыт 2.

Далее лампа была вновь разобрана и после вторичной обработки зубцов на фрезерном станке вновь собрана. Длина зубцов определялась теперь той же формулой (1), но с коэффициентом $k = k_2 = 0{,}0450$. Опыт 3 заключался в снятии указанных выше характеристик для полученной таким образом ЛОВ.

Наконец, в опыте 4 те же характеристики были сняты для лампы, которая получилась из предыдущей после поворота замедляющей системы на 180° вокруг оси, перпендикулярной оси z, так, что ближайшими к пушке стали более короткие зубцы гребенок.

Во всех опытах применялась одна и та же аппаратура и были приняты все меры для получения сравнимых результатов. Схема измерительной установки показана на рис. 2.

2. ПОЛУЧЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рис. 3 приведены характеристики, показывающие зависимость длины волны генерируемых колебаний от фазовой скорости v_Φ первой обратной пространственной гармоники; скорость гармоники выражена через ускоряющее напряжение. Сплошными линиями показаны расчетные кривые для однородных гребенок, высоты зубцов которых равны $h_0 = 0{,}189\ \lambda_{ср}$ (кривая *1*), $h_0(1 - k_1L)$ (кривая *2*) и $h_0(1 - k_2L)$ (кривая *3*), где L — длина замедляющей системы. Пунктиром дана экспериментальная кривая для лампы с однородной гребенкой, полученная в опыте 1.

Результаты опытов 2, 3 и 4 показаны соответственно знаками треугольной, квадратной и звездообразной форм.

На рис. 4 приведены зависимости пускового тока от напряжения на замедляющей системе для всех четырех опытов.

Из рис. 3 видно, что зависимость генерируемой длины волны от напряжения на замедляющей системе в опытах 2 и 3 почти совпадает с зависимостью, полученной в опыте 1, если не считать обнаруженной в опытах

2 и 3 второй (коротковолновой) ветви, которая в опыте 1 не наблюдалась и обсуждение которой будет проведено несколько позже.

Из рис. 4 следует, что пусковой ток в лампе с неоднородной системой существенно возрастает по сравнению с пусковым током в лампе с однородной системой. Это возрастание особенно велико в области высоких напряжений (коротких волн) *. Если, следовательно, использовать не-

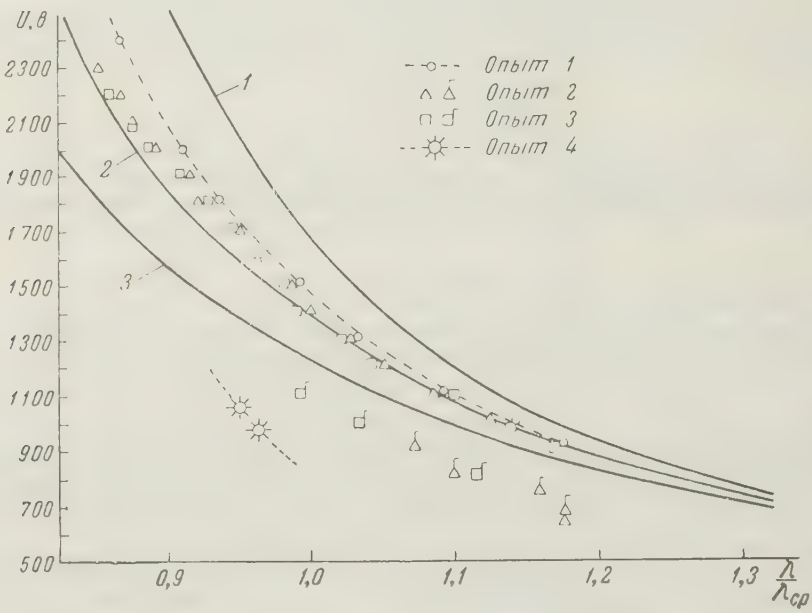


Рис. 3. Зависимость между длиной волны генерируемых колебаний и напряжением на замедляющей системе. По оси абсцисс отложено отношение длины волны к средней длине волны рабочего диапазона, по оси ординат—напряжение. Сплошными линиями проведены расчетные кривые для однородных систем с различными высотами зубцов

однородную замедляющую систему в усилительной ЛБВ, работающей на прямой гармонике, то для самовозбуждения такой ЛБВ на обратной гармонике потребуется при прочих равных условиях значительно больший ток пучка, чем для самовозбуждения ЛБВ с однородной системой. Следовательно, самовозбуждение ЛБВ будет затруднено. Естественно, что возможность практического применения неоднородных систем в усилительных ЛБВ определяется эффективностью взаимодействия электронного пучка с прямой пространственной гармоникой в таких системах.

Последний вопрос требует специального изучения с учетом того, что эффективность взаимодействия изменяется по-разному для различных пространственных гармоник при переходе от однородных систем к неоднородным.

Изменение длины зубцов гребенки вдоль оси z в испытанных лампах происходит весьма медленно, поэтому можно приближенно полагать, что изменяющаяся фазовая скорость первой обратной гармоники в каждой точке z неоднородной системы равна фазовой скорости той же гармоники в однородной системе с длиной зубцов, равной длине последних в рассматриваемой точке неоднородной системы. Если учесть, что для эф-

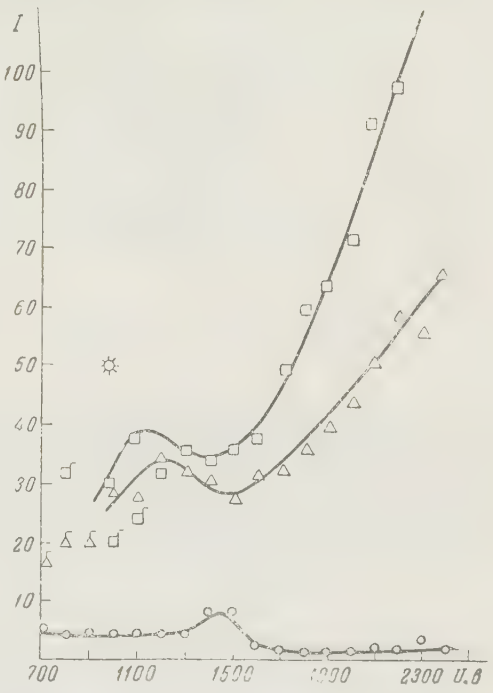
* Здесь не рассматриваются причины немонотонного хода кривых рис. 4 и полученных из них кривых рис. 5. Возможно, что наличие максимумов в области длин волн 1 — 1,1 обусловлено случайными причинами (например, внутренними отражениями или изменением чувствительности регистрирующих приборов).

ективного взаимодействия электронного потока с волной необходимо приближенное равенство скорости электронов и фазовой скорости волны, о из рис. 3 можно сделать вывод о том, что на всех волнах эффективное заимодействие осуществляется у близкого к пушке конца замедляющей истемы. Это видно из того, что в неоднородных системах генерируются колебания с теми же практически длинами волны и при тех же напряжениях, что и в однородной истеме.

Известно, что для ЛОВ с однородными замедляющими системами зависимость пускового тока от лины L системы выражается формулой вида

$$I_{\text{п}} = f(\lambda,\ U)\frac{1}{L^3}, \qquad (2)$$

де f — некоторая функция длины волны λ и напряжения на замедляющей системе U *.



ис. 4. Зависимость пускового тока от апряжения на замедляющей системе обозначения экспериментальных точек акие же, как на рис. 3). По оси абсисс отложено напряжение, в вольтах, о оси ординат — сила пускового тока в условных единицах

Используя тот опытный факт, что для однородной и неоднородной истем длина волны связана с напряжением U одной и той же зависимостью, можно ввести понятие об эффективной длине неоднородной замедляющей системы $L_{\text{эф}}$. Под $L_{\text{эф}}$ будем понимать длину такой однородной замедляющей системы, пусковой ток которой равен пусковому току неоднородной системы.

Величина $L_{\text{эф}}$ должна быть приблизительно равна длине участка неоднородной системы, на котором осуществляется эффективное взаимодействие.

Из формулы (2) находим

$$\frac{L_{\text{эф}}}{L_0} = \sqrt[3]{\frac{I_0}{I}},$$

де I_0 и L_0— соответственно пусковой ток и длина однородной системы опыт 1).

На рис. 5 приведены кривые, показывающие зависимость $L_{\text{эф}}/L_0$ от лины волны.

Как видно из рис. 5, $L_{\text{эф}}$ уменьшается с увеличением параметра неоднородности k и с уменьшением длины волны. Последнее может быть бъяснено тем, что, как следует из рис. 3, в области коротких воли изменение высоты зубцов сильнее всего влияет на фазовую скорость гармоники. Более наглядно это иллюстрируется рис. 6. На этом рисунке кривые *1* и *2* аналогичны кривым *1* и *2* рис. 3, с той разницей, что по оси абс-

* См., например, М. Ф. Стельмах, «О взаимодействии электронного потока полем пространственных гармоник», Радиотехника и электроника, 1957, 2, 4, 470.

ницс отложено замедление первой обратной гармоники, пунктиром показана зависимость величины $\Delta n/n = 2(n_2 - n_1)/(n_2 + n_1)$ от длины волны. С увеличением длины волны это отношение быстро убывает.

В опыте 4 удалось обнаружить возбуждение только в узком интервале длин волн, причем в более коротковолновой области. На основании полученных результатов (см. рис. 3) можно заключить, что основное взаимодействие в этом случае имеет место в области замедляющей системы с более короткими зубцами, т. е. опять-таки у конца, обращенного к пушке. Следовательно, локализация участка замедляющей системы, на котором происходит эффективное взаимодействие и который определяет длину генерируемой волны, зависит, главным образом, от конфигурации электронного потока.

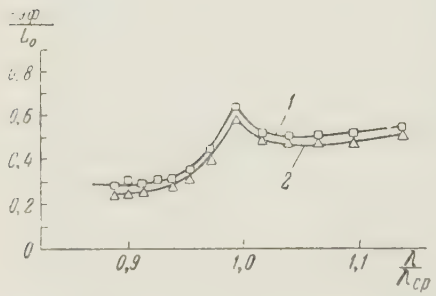


Рис. 5. Зависимость эффективной длины $L_{эф}$ от длины волны. По оси абсцисс отложено отношение длины волны λ к длине средней волны рабочего диапазона $\lambda_{ср}$, по оси ординат — отношение $L_{эф}$ к полной длине L_0. Кривые *1* и *2* построены соответственно по данным опытов 2 и 3

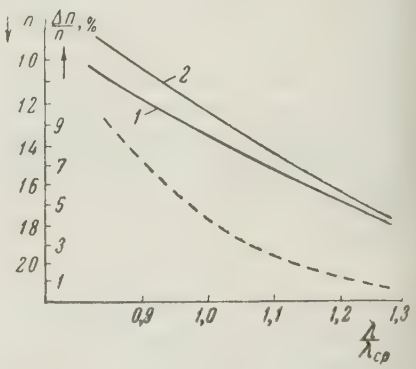


Рис. 6. Зависимость замедления n от длины волны для двух однородных систем с различной высотой зубцов (кривые *1* и *2*). Пунктирная линия характеризует относительную величину разности замедлений в указанных системах ($\Delta n/n$)

Вблизи пушки, где ток пучка максимален, очевидно имеет место наиболее сильное взаимодействие, и ЛОВ возбуждается на волне, соответствующей этому участку.

Необходимо вместе с тем отметить, что взаимодействие, хотя и более слабое, происходит вдоль всей длины замедляющей системы. Это было качественно обнаружено следующим образом: в опытах 2 и 3 при токе пучка, слегка превышавшем пусковой, к коллекторному концу ЛОВ приближали небольшой магнит, который отклонял электронный поток и заставлял его оседать на систему несколько раньше, чем без магнита. При этом колебания в лампе срывались.

Выше уже упоминалось о второй ветви, полученной в опытах 2 и 3 (рис. 3). Расчет показывает, что эта ветвь не может быть объяснена взаимодействием с пространственными гармониками более высокого номера. Колебания этой ветви возбуждались с трудом; для их получения требовались тщательный подбор положения лампы в магнитном поле соленоида и подбор тока соленоида. Вторая ветвь, как видно из рис. 3, расположена примерно посредине, между первой ветвью опытов 2 и 3, обусловленной взаимодействием, главным образом, у начала замедляющей системы, и кривой опыта 4, обусловленной преимущественным взаимодействием у конца замедляющей системы. Это позволяет сделать предположение о том, что условием для возбуждения колебаний на второй ветви являлась такая фокусировка электронного потока, при которой наиболее эффективное взаимодействие имело место вблизи середины замедляющей системы.

ВЫВОДЫ

1. Использование в ЛОВ замедляющей системы с медленно изменяющимися геометрическими размерами не приводит к существенному изменению зависимости частоты генерируемых колебаний от напряжения и не расширяет диапазона перестройки ЛОВ.

2 Пусковой ток в ЛОВ с неоднородной замедляющей системой резко возрастает, особенно в коротковолновой области. Изменение высоты зубцов на 2,25%, происходящее на длине одной незамедленной волны, приводит к возрастанию тока в десятки раз. Это позволяет судить о необходимой точности изготовления однородных замедляющих систем для ЛОВ.

3. На основании п. 2 выводов можно предположить, что применение неоднородных систем будет способствовать устранению самовозбуждения усилительных ЛБВ на обратных гармониках.

Автор выражает благодарность Л. М. Фетисову и Е. Б. Ольдерогге за помощь в работе.

Поступила в редакцию
13 X 1959

1960 № 9

К ТЕОРИИ ЭЛЕКТРОННОГО ПРИБОРА СВЧ С ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ В ПОПЕРЕЧНОМ НАПРАВЛЕНИИ

Л. Н. Лошаков

Излагаются результаты предварительного исследования волноводной модели электронного прибора СВЧ, отличающегося тем, что электронный поток движется перпендикулярно направлению потока мощности.

ВВЕДЕНИЕ

Для ЛБВ и ЛОВ характерно наличие длинных электронных пучков, создаваемых катодом малых размеров. Указанная особенность затрудняет конструирование таких приборов на большие мощности в диапазоне коротких сантиметровых и миллиметровых волн, так как создание и поддержание длинных и мощных пучков малого поперечного сечения представляет собой достаточно сложную проблему.

Представляет интерес исследование возможности создания электронных приборов для генерирования и усиления колебаний СВЧ, по возможности свободных от указанного выше недостатка. В частности, объектом исследования может быть прибор, в котором электронный поток на достаточно коротком участке взаимодействует с полем волн в направлении, перпендикулярном направлению потока мощности в замедляющей системе. Для осуществления такого прибора в нем должна применяться замедляющая система, обладающая замедлением в двух взаимно-перпендикулярных направлениях — двухмерная замедляющая система. Положительной особенностью такого прибора является наличие распределенных вдоль замедляющей системы катода и коллектора, что позволит использовать мощные электронные потоки.

Описанные приборы будем называть приборами с поперечным взаимодействием.

Теоретическое и экспериментальное исследования приборов с поперечным взаимодействием представляют интерес для выявления присущих им достоинств и недостатков с целью определения областей возможного применения.

Следует отметить, что приборы с поперечным взаимодействием пока не получили необходимого освещения в литературе. В 1956 г. в статьях [1, 2] были описаны результаты теоретического и экспериментального исследований ЛБВ с поперечным током, который вводился в пространство взаимодействия под некоторым углом к продольной оси равномерно на протяжении всей длины замедляющей системы. В этом приборе эффект усиления, по-видимому, почти полностью определяется взаимодействием в продольном направлении. В теории ЛБВ с поперечным током рассматривалось чисто продольное взаимодействие с учетом того, что каждый электрон, влетающий в пространство взаимодействия, участвовал в энергообмене с полем на ограниченном участке, длина которого значительно меньше длины замедляющей системы.

Общие соображения о применении в ЛБВ двумерных периодических структур приведены в статье [3].

В настоящем сообщении излагаются результаты предварительного теоретического анализа явлений в приборе, в котором взаимодействие про-

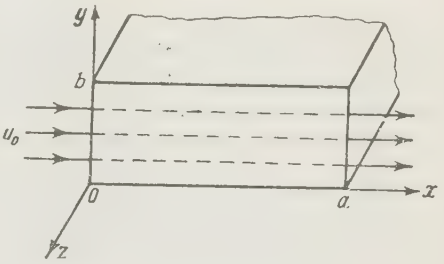
исходит только в поперечном направлении. С целью максимального упрощения расчеты произведены для идеализированной волноводной модели прибора, состоящей из прямоугольного волновода с идеально проводящими стенками, заполненного диэлектриком без потерь. Допускается, что боковые стенки пропускают электронный поток, который полностью заполняет внутреннюю область волновода и движется параллельно широким стенкам. Рабочей волной в волноводе считается волна типа LM_{mn} ($m\neq 0$, $n\neq 0$), которая обладает необходимыми для взаимодействия компонентами поля *.

1. ПОЛУЧЕНИЕ ОСНОВНЫХ СООТНОШЕНИЙ

Применяя уравнения Максвелла к указанной выше модели и пользуясь системой координат, показанной на рисунке, можем получить волновое уравнение для поперечной компоненты электрического поля E_x (в направлении движения электронов) в виде

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}+k^2E_x=\frac{j}{\omega\varepsilon}\left(k^2 i_1+\frac{\partial^2 i_1}{\partial x^2}\right). \tag{1}$$

При написании уравнения (1) и в дальнейшем применяется рациональная практическая система единиц и предполагается зависимость от времени t в виде $e^{j\omega t}$ (ω — круговая частота, $j=\sqrt{-1}$); $k^2=\omega^2\varepsilon\mu$ — фазовая постоянная диэлектрика с параметрами $\varepsilon\mu$, заполняющего волновод; i_1 — переменная составляющая плотности электронного тока, проходящего через волновод.



Для режима малых сигналов, который рассматривается в настоящей работе, из уравнений электроники для переменной составляющей плотности тока i_1 имеем

$$\frac{\partial^2 i_1}{\partial x^2}+2jk_0\frac{\partial i_1}{\partial x}-k_0^2 i_1=j\omega\varepsilon q E_x, \tag{2}$$

где

$$k_0=\frac{\omega}{u_0};\quad q=\frac{e i_0}{m\varepsilon u_0^3}; \tag{3}$$

u_0, i_0 — постоянные составляющие скорости электронов и плотности тока соответственно; e и m — заряд и масса электрона.

Добавляя к уравнениям (1) и (2) еще два уравнения, полученные дифференцированием (1) и (2) по x, найдем систему из четырех уравнений, которая позволяет выразить плотность тока i_1 через поле E_x в виде

$$i_1=\frac{2k_0\omega\varepsilon}{(k^2-k_0^2)^2}\left\{\frac{\partial^3 E_x}{\partial x^3}+\frac{\partial^3 E_x}{\partial y^2\partial x}+\frac{\partial^3 E_x}{\partial z^2\partial x}-\frac{j}{2}\left(\frac{k^2}{k_0}-3k_0\right)\left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}\right)+\right.$$
$$\left.+(k^2+q)\frac{\partial E_x}{\partial x}-\frac{j}{2}\left[\left(\frac{k^2}{k_0}-3k_0\right)k^2+\left(\frac{k^2}{k_0}+k_0\right)q\right]E_x\right\} \tag{4}$$

и написать уравнение четвертого порядка для поля E_x (такому же урав-

* Эти компоненты поля совпадают с полями, создаваемыми модулированным электронным потоком.

нению удовлетворяет плотность тока i_1)

$$\frac{\partial^4 E_x}{\partial x^4}+\frac{\partial^4 E_x}{\partial y^2\partial x^2}+\frac{\partial^4 E_x}{\partial z^2\partial x^2}+2jk_0\left(\frac{\partial^3 E_x}{\partial x^3}+\frac{\partial^3 E_x}{\partial y^2\partial x}+\frac{\partial^3 E_x}{\partial z^2\partial x}\right)-k_0^2\left(\frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2}\right)+(k^2+q-k_0^2)\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2}+$$
$$+2jk_0k^2\frac{\partial E_x}{\partial x}+k^2(q-k_0^2)E_x=0. \tag{5}$$

Для решения уравнения (5) полагаем

$$E_x=X(x)Y(y)Z(z). \tag{6}$$

После разделения переменных получим

$$\frac{d^2Y}{dy^2}+p^2Y=0, \tag{7}$$

$$\frac{d^2Z}{dz^2}+w^2Z=0, \tag{8}$$

$$\frac{d^4X}{dx^4}+2jk_0\frac{d^3X}{dx^3}+(k^2-p^2-w^2-k_0^2+q)\frac{d^2X}{dx^2}+$$
$$+2jk_0(k^2-p^2-w^2)\frac{dX}{dx}-[k_0^2(k^2-p^2-w^2)-k^2q]X=0, \tag{9}$$

где p и w — постоянные разделения.

Решение уравнения (5) должно удовлетворять граничным условиям на стенках волновода.

Граничные условия на широких стенках

$$E_x(x,0,z)=0,\ E_x(x,b,z)=0 \tag{10}$$

удовлетворяются решением уравнения (7) в виде

$$Y=A\sin py, \tag{11}$$

где

$$p=\frac{n\pi}{b};\ n=1,2,3,\ldots. \tag{12}$$

Таким образом, параметр p не зависит от присутствия электронного пучка.

Уравнение (8) имеет общее решение в виде

$$Z=B_1e^{\gamma z}+B_2e^{-\gamma z}, \tag{13}$$

где

$$\gamma=jw. \tag{14}$$

Постоянная распространения γ вдоль продольной оси волновода (оси z) может быть определена при помощи уравнения (9), в которое в качестве параметра входит величина w, и граничных условий. Нахождение величины γ составляет основное содержание настоящего исследования.

Решение уравнения (9) может быть представлено в виде

$$X=\sum_{i=1}^{4}C_ie^{\nu_i x}, \tag{15}$$

причем ν являются корнями алгебраического уравнения

$$\nu^4+2jk_0\nu^3+(k^2-p^2-w^2-k_0^2+q)\nu^2+2jk_0(k^2-p^2-w^2)\nu-$$
$$-k_0^2(k^2-p^2-w^2)+k^2q=0. \tag{16}$$

В отсутствие пучка из теории волноводов известно, что

$$X = X_0 = C\cos\frac{m\pi}{a}x = \frac{1}{2}C\left(e^{j\frac{m\pi}{a}x} + e^{-j\frac{m\pi}{a}x}\right);\ m = 1, 2, 3, \ldots, \quad (17)$$

$$\nu_{1,2} = \nu_{0,\,1,\,2} = \pm j\frac{m\pi}{a}, \quad (18)$$

$$w^2 = w_0^2 = k^2 - p^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2} - p^2. \quad (19)$$

Выражения (17), (18), (19) удовлетворяют уравнениям (9) и (16) соответственно при $q = 0$.

В присутствии электронного пучка для режима усиления w и ν становятся комплексными; это сильно затрудняет их определение.

В исследуемом случае неизвестная величина w входит в коэффициенты равнения (16) и это приводит к задаче о нахождении коэффициентов уравения (16), корни которого должны удовлетворять заданным условиям. 'ребования, налагаемые на корни, следуют из граничных условий.

Граничные условия наиболее просто могут быть сформулированы, если редварительно выразить плотность тока i_1 через поле E_x при помощи равнения (2). Для каждой волновой компоненты можем написать

$$i_{1i} = \frac{j\omega\varepsilon q}{(\nu_i + jk_0)^2}E_{xi}. \quad (20)$$

Поле E_{xi}, действующее на электрон, состоит из вихревой части $E_x^{\text{в}}$ поля, связанного с наличием объемного заряда:

$$E_{xi} = E_{xi}^{\text{в}} + \frac{j\Gamma}{\omega\varepsilon}i_{1i}, \quad (21)$$

де Γ — коэффициент депрессии. Не претендуя на строгость, примем $= 1$ (такое значение Γ справедливо для волноводной модели обычной ЛБВ с взаимодействием в продольном направлении [4]). При указанных словиях из формул (20) и (21) находим

$$i_{1i} = \frac{j\omega\varepsilon q}{(\nu_i + jk_0)^2 + q}E_{xi}^{\text{в}}. \quad (22)$$

оле

$$E_x^{\text{в}} = \left(\sum_{i=1}^{4} C_i' e^{\nu_i x}\right)YZ \quad (23)$$

олжно удовлетворять обычным для волновода граничным условиям. В рассматриваемом случае волны типа LM_{mn}

$$\left.\frac{\partial E_x^{\text{в}}}{\partial x}\right|_{x=0} = 0; \quad \left.\frac{\partial E_x^{\text{в}}}{\partial x}\right|_{x=a} = 0. \quad (24)$$

олагая, что в волновод вступает немодулированный электронный поток, качестве последних граничных условий имеем

$$i_1(0) = 0; \quad \left.\frac{\partial i_1}{\partial x}\right|_{x=0} = 0. \quad (25)$$

Условия (24), (25) приводят к системе из четырех однородных уравний; нетривиальные решения возможны при равенстве нулю определиля этой системы. Это позволяет получить уравнение, которое должно шаться совместно с уравнением (16) для определения w и ν. Строгое алитическое решение последней системы в силу сложности обоих уравний практически невозможно. Для выяснения принципиальной возмож-

ности усиления поля ограничимся приближенным расчетом, считая влияние пучка достаточно малым.

Применим метод возмущений, положив

$$\nu = -j\frac{m\pi}{a}(1+\delta); \quad w^2 = w_0^2(1+2\theta). \tag{26}$$

На основании теории обычной ЛБВ [5] можем считать, что невозмущенная прямая волна (типа E) *, бегущая в направлении движения электронов (в сторону положительных x) с постоянной распространения $\nu_0 = -j\frac{m\pi}{a}$ (см. формулу (17)), при наличии пучка расщепляется на три волны.

При малых возмущениях, вносимых пучком, трем прямым волнам соответствуют малые значения δ, обратной (отраженной) волне соответствует значение δ, близкое к -2. Величину θ будем считать малой.

Подставляя значения ν и w из формул (26) в уравнение (16), получим

$$\delta^4 + 2(2-\eta)\delta^3 + [6(1-\eta) + \eta^2 - 1 + 2R\theta - M]\delta^2 + \\ + 2[(1-\eta)(1-\eta+2R\theta) - M]\delta + (1-\eta)^2 2R\theta + MK_c = 0. \tag{27}$$

При написании последнего уравнения введены безразмерные величины

$$\eta = \frac{k_0}{\frac{m\pi}{a}}; \quad M = \frac{q}{\frac{m^2\pi^2}{a^2}};$$

$$R = \frac{k^2 - p^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2}}{\frac{m^2\pi^2}{a^2}}; \quad K_c = \frac{k^2}{\frac{m^2\pi^2}{a^2}} - 1. \tag{28}$$

Величину K_c по аналогии с теорией обычной ЛБВ будем называть коэффициентом связи. Эта величина пропорциональна $\sin^2\alpha$, где α — угол, образуемый направлением распространения поперечной (бриллюэновской) волны с положительным направлением оси x. Известно, что поле бегущей волны в рассматриваемом волноводе может быть представлено в виде суперпозиции поперечных волн, распространяющихся по четырем пересекающимся направлениям со скоростью $v_д = 1/\sqrt{\varepsilon\mu} = \omega/k$. Компонента E_x прямой невозмущенной волны типа E, бегущей в направлении электронного потока, образуется в результате суперпозиции поперечных волн вида

$$\pm j\frac{C}{4}e^{j[\omega t - k(x\cos\alpha + y\cos\beta + z\cos\gamma')]},$$

направления распространения которых образуют с осями координат углы α, β, γ', определяемые формулами

$$k\cos\alpha = \frac{m\pi}{a}; \quad k\cos\beta = \pm\frac{n\pi}{b}; \\ k\cos\gamma' = \sqrt{k^2 - \frac{m^2\pi^2}{a^2} - \frac{n^2\pi^2}{b^2}}. \tag{29}$$

Когда $k \to m\pi/a$, угол $\alpha \to 0$ и, следовательно, $K_c \to 0$; физической причиной нарушения взаимодействия волн поля и тока является исчезновение компоненты поля E_x, в результате того, что ось x становится направлением распространения исходных поперечных волн.

Величина η характеризует соотношение скоростей электронов и взаимодействующей с ними прямой волны, описанной выше; эта величина ти-

* Очевидно, что стоячая волна в поперечном сечении волновода может быть разложена на две бегущие поперечно-продольные волны.

шина для ЛБВ. В рассматриваемом случае фазовая скорость $v_{фх}$ волны определяется выражением

$$v_{фх} = \frac{a\omega}{m\pi} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon\mu}} \frac{\lambda_{кр}}{\lambda} \sqrt{1 + \frac{a^2 n^2}{b^2 m^2}}, \tag{30}$$

где λ и $\lambda_{кр}$ — длина волны возбуждения и критическая волна волновода соответственно.

После изложенных пояснений физической картины явлений вернемся к решению поставленной задачи — нахождению δ и θ. При введении безразмерных величин граничные условия (24), (25) могут быть записаны в виде

$$C_1'(1+\delta_1) + C_2'(1+\delta_2) + C_3'(1+\delta_3) + C_4'(1+\delta_4) = 0, \tag{31}$$

$$C_1'(1+\delta_1)\, e^{-jm\pi\delta_1} + C_2'(1+\delta_2)\, e^{-jm\pi\delta_2} + C_3'(1+\delta_3)\, e^{-jm\pi\delta_3} + C_4'(1+\delta_4)\, e^{-jm\pi\delta_4} = 0, \tag{32}$$

$$\frac{C_1'}{(\delta_1+1-\eta)^2 - M} + \frac{C_2'}{(\delta_2+1-\eta)^2 - M} + \frac{C_3'}{(\delta_3+1-\eta)^2 - M} + \frac{C_4'}{(\delta_4+1-\eta)^2 - M} = 0, \tag{33}$$

$$\frac{C_1'(1+\delta_1)}{(\delta_1+1-\eta)^2 - M} + \frac{C_2'(1+\delta_2)}{(\delta_2+1-\eta)^2 - M} + \frac{C_3'(1+\delta_3)}{(\delta_3+1-\eta)^2 - M} + \frac{C_4'(1+\delta_4)}{(\delta_4+1-\eta)^2 - M} = 0. \tag{34}$$

Считая коэффициент связи K_c и параметр тока M малыми величинами, рассмотрим наиболее интересный случай $\eta \simeq 1$. Для указанного случая, считая $\delta_1 \simeq -2$ и $\delta_{2,3,4}$ малыми, пренебрежем первым членом в формулах (33) и (34). Тогда нетривиальные решения ($C_i' \neq 0$) возможны при выполнении условия

$$\begin{aligned} &-\{(1+\delta_2)(\delta_4-\delta_3)[(\delta_2+1-\eta)^2 - M] + (1+\delta_3)(\delta_2-\delta_4)[(\delta_3+1-\eta)^2 - M] + \\ &+ (1+\delta_4)(\delta_3-\delta_2)[(\delta_4+1-\eta)^2 - M]\}\, e^{-jm\pi\delta_1} + \\ &+ (1+\delta_2)(\delta_4-\delta_3)[(\delta_2+1-\eta)^2 - M]\, e^{-jm\pi\delta_2} + \\ &+ (1+\delta_3)(\delta_2-\delta_4)[(\delta_3+1-\eta)^2 - M]\, e^{-jm\pi\delta_3} + \\ &+ (1+\delta_4)(\delta_3-\delta_2)[(\delta_4+1-\eta)^2 - M]\, e^{-jm\pi\delta_4} = 0. \end{aligned} \tag{35}$$

Искомые величины δ и θ определяются совместным решением уравнений (27) и (35). Исследованию этой системы и будет посвящено дальнейшее изложение.

2. ПРИБЛИЖЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОСТОЯННЫХ РАСПРОСТРАНЕНИЯ В СЛУЧАЕ МАЛОГО УСИЛЕНИЯ НА УЧАСТКЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ

Несмотря на принятые выше упрощения, отыскание δ и θ представляет сложную задачу. Поэтому в качестве первого этапа ограничимся приближенным исследованием случая слабого усиления на участке взаимодействия (от $x = 0$ до $x = a$).

Полагая

$$\delta_1 = -2 + \Delta \tag{36}$$

и считая $|\Delta| \ll 1$, разложим экспоненты, входящие в формулу (35), в степенные ряды

$$e^{-jm\pi\delta_1} = e^{-jm\pi\Delta} = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-jm\pi\Delta)^s}{s!}, \tag{37}$$

$$e^{-jm\pi\delta_{2,3,4}} = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{(-jm\pi\delta_{2,3,4})^s}{s!}. \tag{38}$$

Используем получаемое тождественным преобразованием соотношение

$$(\delta_4-\delta_3)\,\delta_2^s+(\delta_2-\delta_4)\,\delta_3^s+(\delta_3-\delta_2)\,\delta_4^s=(\delta_2-\delta_3)\,(\delta_2-\delta_4)\,(\delta_4-\delta_3)\,D_s, \quad (39)$$

где $D_0=D_1=0$; $D_2=1$, $D_3=\delta_2+\delta_3+\delta_4$, для которого справедлива рекуррентная формула *

$$D_{s+3}=(\delta_2+\delta_3+\delta_4)\,D_{s+2}-(\delta_2\delta_3+\delta_2\delta_4+\delta_3\delta_4)\,D_{s+1}+\delta_2\delta_3\delta_4 D_s. \quad (40)$$

На основании приведенных соотношений (36)—(40) при помощи формул Вьета, выражающих связь между корнями и коэффициентами уравнения (27),

$$\delta_1+\delta_2+\delta_3+\delta_4=-2\,(2-\eta), \quad (41)$$

$$(\delta_2+\delta_3+\delta_4)\,\delta_1+\delta_2\delta_3+\delta_2\delta_4+\delta_3\delta_4=6\,(1-\eta)+\eta^2-1+2R\theta-M, \quad (42)$$

$$(\delta_2\delta_3+\delta_2\delta_4+\delta_3\delta_4)\,\delta_1+\delta_2\delta_3\delta_4=-2\,[(1-\eta)^2+(1-\eta)\,2R\theta-M] \quad (43)$$

можем привести уравнение (35) к виду

$$\sum_{s=0}^{\infty}\frac{(-jm\pi)^s}{s!}\{\Delta^s(\Delta-1)+(1-\Delta)\,D_{s+2}+(2-2\eta-2R\theta+2\eta\Delta-\Delta^2)\,D_{s+1}+$$

$$+[(1-\eta)^2-M+4\eta R\theta-\Delta-\Delta^3+2\Delta^2-2\eta\Delta-\eta^2\Delta-$$

$$-2\Delta R\theta+M\Delta+2\eta\Delta^2]\,D_s\}=0. \quad (44)$$

Для получения достаточно точного решения в общем случае необходимо удержать в уравнении (44) значительное число членов суммы, что приводит к большим вычислительным трудностям.

В настоящей работе ограничимся семью первыми членами суммы и кроме того пренебрежем величинами, содержащими Δ, $R\theta$ и M в степени выше первой и их произведения.

При указанных упрощениях из уравнения (44) получим

$$j2m\pi R\theta+m^2\pi^2(\Delta-R\theta)-j\frac{m^3\pi^3}{3}(\eta^2+2\eta-1)(\Delta-R\theta)+$$

$$+\frac{m^4\pi^4}{12}(1-\eta)(2\eta^2+3\eta-1)(\Delta-R\theta)+j\frac{m^5\pi^5}{60}(1-\eta)^2(3\eta^2+4\eta-1)(\Delta-R\theta)-$$

$$-\frac{m^6\pi^6}{360}(1-\eta)^3(4\eta^2+5\eta-1)(\Delta-R\theta)=0. \quad (45)$$

Формула (45) показывает, что для $\eta=1$ в рамках принятых приближений уравнение (44) содержит только три члена суммы, отличных от нуля. При $\eta\neq1$ представление суммы несколькими членами является дальнейшим приближением и ограничивает результаты определенными значениями η, близкими к единице.

Для исключения одного неизвестного Δ вместо применения последней — четвертой формулы Вьета, пользуясь малостью θ, M и K_c, из уравнения (27) по формуле Ньютона найдем приближенное значение уединенного корня δ_1:

$$\delta_1=-2-\frac{f(-2)}{f'(-2)}, \quad (46)$$

где f — левая часть уравнения (27), а f' — ее производная по δ, взятые

* Формула (40) была получена по просьбе автора Е. Б. Ольдерогге.

для $\delta = -2$. Это дает

$$\delta_1 = -2 + \frac{MK_c + (1+\eta)^2 2R\theta}{2[(1+\eta)^2 - M + 2(1+\eta)R\theta]} \tag{47}$$

или с меньшей точностью

$$\delta_1 = -2 + \frac{MK_c}{2(1+\eta)^2} + R\theta. \tag{47'}$$

Подставляя найденное значение δ_1 с учетом формулы (36) в уравнение (45), получим искомое значение $R\theta$ в виде

$$R\theta = R\theta_1 + jR\theta_2 = \left[2\eta^2 - (1-\eta)^2 - \frac{m^2\pi^2}{20}(1-\eta)^2(3\eta^2 + 4\eta - 1)\right]\frac{m^2\pi^2 MK_c}{12(1+\eta)^2} +$$
$$+ j\left\{1 + \frac{m^2\pi^2}{12}[2\eta(1-\eta^2) - (1-\eta)^2] - \right.$$
$$\left. - \frac{m^4\pi^4}{360}(1-\eta)^3(4\eta^2 + 5\eta - 1)\right\}\frac{m\pi MK_c}{4(1+\eta)^2}. \tag{48}$$

Располагая найденным выражением для $R\theta$, при помощи формул (14) и (26) получим постоянные распространения γ в направлении продольной оси волновода:

$$\gamma = \pm jw = \pm jw_0(1+\theta_1) \mp w_0\theta_2. \tag{49}$$

Формулы (48) и (49) показывают, что в рассмотренных условиях в системе возможны две нарастающих волны, одна из которых движется в направлении возрастания координаты z, а другая — в противоположном направлении. Постоянные нарастания $\mathrm{Re}\gamma$ обеих волн имеют одинаковую величину и пропорциональны M, т. е. плотности тока пучка.

Из формул (48), (49) следует, что максимальные значения $|\mathrm{Re}\gamma|$ (соответственно $R\theta_2$) получаются в области $\eta < 1$, т. е. при скорости электронов, превышающей фазовую скорость невозмущенной волны, бегущей в направлении движения электронов. При увеличении электрической длины участка взаимодействия ($m\pi$) оптимальные значения η ($\eta_{опт}$), дающие максимум $R\theta_2$, приближаются к единице*. В частности, для $m = 1$; 2; 3 и 4 получаются приближенные значения $\eta_{опт} = 0{,}4$; 0,7; 0,8 и 0,85 соответственно.

Интересно отметить, что из теории крестатрона (формулы (22) статьи [6]) в случае малых параметров усиления Пирса могут быть получены оптимальные по усилению (в первом максимуме) значения η, весьма близкие к указанным выше. Соответствие результатов можно рассматривать как некоторое подтверждение приемлемости принятых в настоящей работе допущений. Учитывая новизну темы, в дальнейшем будем рассматривать случай $\eta = 1$. Для этого случая формула (49) приводится к виду

$$\gamma = \pm jw_0\left(1 + \frac{m^2\pi^2}{24R}MK_c\right) \mp w_0\frac{m\pi MK_c}{16R}. \tag{50}$$

С учетом значения R (формула (28)), а также принимая во внимание формулу (30) и известные соотношения

$$v_{фz} = \frac{\omega}{w_0}, \quad v_{гр\,z}\, v_{фz} = v_д^2, \tag{51}$$

где $v_{фz}$ и $v_{гр\,z}$ — фазовая и групповая скорости невозмущенной волноводной волны, можем получить выражение для постоянной нарастания в виде

* В соответствии с формулой (30) число волн на участке взаимодействия равно $\frac{a}{\pi}\frac{\omega}{v_{фx}} = \frac{m}{2}$.

$$|\operatorname{Re}\gamma| = \left(\frac{v_д}{c}\right)^2 \frac{1}{a}\left(\frac{c}{v_{фх}}\right)\left(\frac{c}{v_{гр\,z}}\right)\frac{m^2\pi^2}{16} MK_c, \qquad (52)$$

где c — скорость света в вакууме.

Из приведенной формулы следует, что при заданной величине m^2MK_c усиление системы в децибелах прямо пропорционально замедлению по фазовой скорости в направлении электронного потока и замедлению по групповой скорости в перпендикулярном направлении. При прочих равных условиях оно пропорционально $m^2\pi^2$, т. е. квадрату электрической длины пространства взаимодействия. Указанные выводы должны быть справедливыми для произвольной замедляющей системы.

Для понимания явлений в изучаемой системе представляет интерес рассмотрение величины γ_1, которая может быть найдена из формул (26), (47′) и (48). В случае $\eta = 1$ получим

$$\gamma_1 = -j\frac{m\pi}{a}(1+\delta_1) = \frac{m^2\pi^2}{16a} MK_c + j\frac{m\pi}{a}\left(1 - \frac{MK_c}{8} - \frac{m^2\pi^2}{24} MK_c\right). \qquad (53)$$

Формула (53) показывает, что навстречу электронному потоку распространяется волна с убывающей амплитудой. Этот результат получен для системы без потерь, поэтому можно сделать вывод о том, что обратная пучку волна участвует в механизме передачи электромагнитному полю энергии, отдаваемой пучком.

Постоянные распространения $\gamma_{2,3,4}$ волн, бегущих в направлении движения электронов, могут быть получены следующим путем: подставляем в уравнение (27) найденное значение $R\theta$ и делением этого уравнения на $\delta - \delta_1$ находим кубичное уравнение; корни $\delta_{2,3,4}$ последнего определяются в численном виде по формулам Кардано в пригодной для этого форме [5].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Изложенные выше результаты предварительного рассмотрения волноводной модели электронного прибора с взаимодействием в поперечном направлении показывают принципиальную возможность усиления поля волн в направлении, перпендикулярном электронному потоку, в случае применения линии передачи, обладающей замедлением в двух взаимно-перпендикулярных направлениях (в сторону движения электронов и в направлении потока мощности).

2. Для малого усиления на участке взаимодействия показано, что постоянная нарастания волны, распространяющейся перпендикулярно направлению движения электронов, прямо пропорциональна плотности тока пучка, т. е. при малом значении параметра тока будет иметь малую величину. Однако, на основании частичной аналогии с известной теорией лампы с поперечным током, можно ожидать, что при достаточном усилении на участке взаимодействия зависимость постоянной нарастания от плотности тока пучка будет приближаться к случаю обычной ЛБВ с продольным взаимодействием.

3. В связи с независимостью величины усиления волны от направления распространения ее вдоль замедляющей системы создание усилителя на рассмотренном принципе возможно при условии подавления отраженной волны, бегущей от нагрузки к возбудителю.

4. При наличии отражения от выходного конца системы и непринятии мер для подавления отраженной волны, прибор с поперечным взаимодействием может работать в качестве генератора с распределенной обратной связью.

5. В практических конструкциях приборов с поперечным взаимодействием возможно применение замедляющей системы типа «щетка» (многорядной системы штырей в волноводе).

Более подробное исследование описанной модели и обобщение теории на произвольную замедляющую систему составит предмет дальнейшей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. D. A. Dunn, W. A. Harman, L. M. Field, G. S. Kino, Theory of the transverse-current travelling-wave tube, Proc. I. R. E., 1956, **44**, 7, 879.
2. D. A. Dunn, W. A. Harman, An experimental transverse-current travelling-wave tube, Proc. I. R. E., 1956, **44**, 7, 888.
3. G. Mourier, Circuits á structure periodique á deux et trois dimensions. Applications possibles aux tubes á ondes progressives, L'onde èlectr., 1958, **38**, 371, 95.
4. Л. Н. Лошаков, Об учете поля объемного заряда при расчете постоянных распространения в замедляющей системе в присутствии электронного пучка с помощью леммы Лоренца, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 4, 688.
5. Л. Н. Лошаков, Распространение волн в волноводе при наличии электронного пучка с учетом затухания, ЖТФ, 1953, **23**, 10, 1820.
6. I. E. Rowe, Theory of crestatron: a forward-wave amplifier, Proc. I. R. E., 1959, **47**, 4, 536.

Поступила в редакцию
26 I 1960

1960 № 9

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПОТОКА ЭЛЕКТРОНОВ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СТРУКТУРОЙ

В. И. Юрьев

Теоретически получены и исследованы выражения для постоянных распространения и коэффициента усиления в системе, представляющей цилиндрический волновод, заполненный диэлектриком с осевым каналом, вдоль которого проходит поток электронов.

При исследовании дисперсионное уравнение системы разлагается в ряд Тейлора в окрестности невозмущенного значения постоянной распространения.

Приведены кривые усиления в зависимости от ряда параметров.

В работе [1] рассмотрена замедляющая структура, использующая диэлектрик с осевым каналом, помещенный в цилиндрический волновод. В частности, в [3] предложена система с диэлектриком, заключенным между торцовыми металлическими дисками. Такая система, обладая резонансными свойствами [4], увеличивает связь пучка электронов с полем электромагнитной волны.

Особенности системы с диэлектриком состоят в следующем [3]: 1) технологическая простота изготовления; 2) приемлемые технологические размеры в диапазонах сантиметровых и миллиметровых волн; 3) слабая связь поля электромагнитной волны с потоком электронов.

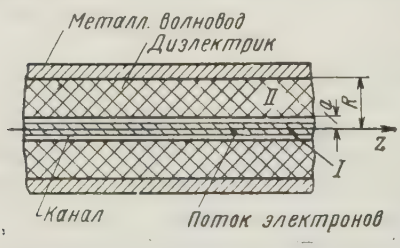


Рис. 1. Диэлектрическая замедляющая структура с осевым каналом в металлическом волноводе

Дисперсионное уравнение системы с диэлектриком в металлическом волноводе при наличии пучка электронов можно получить путем совместного решения уравнений Максвелла, уравнения движения электрона и граничных условий [2, 5, 7]. Не приводя подробного вывода дисперсионного уравнения, отметим, что оно получается при следующих допущениях, справедливых для линейной теории ЛБВ [6]: 1) моноскоростной поток электронов с v_z-составляющей скорости; 2) малые амплитуды сигнала; 3) экспоненциальное изменение сигнала вдоль координаты z по закону

$$e^{j(\omega t-\gamma z)}. \qquad (1)$$

Наряду с этим также предполагается, что 1) поток электронов целиком заполняет канал; 2) отсутствует пространственный заряд; 3) система бесконечно длинная в направлении оси (либо согласована на концах); 4) проводимость диэлектрика $\sigma = 0$.

В этом случае волновое уравнение для волны $\vec{E}_{01}$, имеющей максимальное значение поля $\vec{E}^z$ в канале, записывается в воде [8].

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_z}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial^2 \vec{E}_z}{\partial r} + T^2 \vec{E}_z = 0, \qquad (2)$$

где

$$T^2 = (\gamma^2 - \omega^2\mu\varepsilon)\left[\frac{\omega_e^2}{\omega^2}\frac{1}{\left(1-\frac{\gamma}{\beta_e}\right)^2} - 1\right]. \qquad (3)$$

Используя граничные условия для областей *I*, *II* (рис. 1)

$$\begin{aligned} \vec{E}_{z_1} &= \vec{E}_{z_2}, \quad r = a, \\ \vec{H}_{\varphi_1} &= \vec{H}_{\varphi_2}, \quad r = a, \\ \vec{E}_{z_2} &= 0, \quad r = R, \end{aligned} \tag{4}$$

получим дисперсионное уравнение системы в виде

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\frac{T_1}{T_2}\frac{J_0(T_1 a)}{J_1(T_1 a)} = \frac{J_0(T_2 R)N_0(T_2 a) - J_0(T_2 a)N_0(T_2 R)}{J_0(T_2 R)N_1(T_2 a) - J_1(T_2 a)N_0(T_2 R)}. \tag{5}$$

Здесь T_1 и T_2 — выражения T для областей *I* и *II* соответственно:

$$T_1^2 = (\gamma^2 - \omega^2\mu_1\varepsilon_1)\left[\frac{\omega_e^2}{\omega^2}\frac{1}{\left(1-\frac{\gamma}{\beta_e}\right)^2} - 1\right], \tag{6}$$

$$T_2^2 = -(\gamma^2 - \omega^2\mu_2\varepsilon_2), \tag{7}$$

так как $\omega_e^2 = 0$ для области *II*.

Дисперсионное уравнение системы без потока электронов, т. е. когда $\omega_e^2 = 0$, необходимое далее, имеет вид

$$\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\frac{T_{10}}{T_{20}}\frac{J_0(T_{10}a)}{J_1(T_{10}a)} = \frac{J_0(T_{20}R)N_0(T_{20}a) - J_0(T_{20}a)N_0(T_{20}R)}{J_0(T_{20}R)N_1(T_{20}a) - J_1(T_{20}a)N_0(T_{20}R)}, \tag{8}$$

где

$$T_{10}^2 = \omega^2\mu_1\varepsilon_1 - \gamma_0^2; \quad T_{20}^2 = \omega^2\mu_2\varepsilon_2 - \gamma_0^2. \tag{9}$$

Для относительно больших замедлений, т. е. когда

$$\omega^2\mu_2\varepsilon_2 \gg \omega^2\mu_1\varepsilon_1, \tag{10}$$

$$T_{10} \simeq j\gamma_0, \tag{11}$$

так как $|\gamma_0^2| \simeq |\omega^2\mu_2\varepsilon_2|$. Однако вместе с тем в рассматриваемой системе $|\omega^2\mu_2\varepsilon_2|$ всегда больше $|\gamma_0^2|$, поэтому $T_{20} > 0$.

Учитывая равенство (11), выражение (8) можно представить в виде [9]

$$\varepsilon_r\gamma_0 a\frac{I_0(\gamma_0 a)}{I_1(\gamma_0 a)} = \frac{J_0(T_{20}ap)N_0(T_{20}a) - J_0(T_{20}a)N_0(T_{20}ap)}{J_0(T_{20}ap)N_1(T_{20}a) - J_1(T_{20}a)N_0(T_{20}ap)}. \tag{12}$$

Здесь

$$p = \frac{R}{a}\ ;\ \varepsilon_r = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}.$$

Разложим правую и левую части уравнения (5) в окрестности γ_0 в ряд Тейлора.

Для этого прежде всего отметим, что в уравнении (6)

$$|\gamma^2| \gg \omega^2\mu_1\varepsilon_1, \tag{13}$$

а

$$\left|\frac{\omega_e^2}{\omega^2}\frac{1}{\left(1-\frac{\gamma}{\beta_e}\right)^2}\right| \ll 1. \tag{14}$$

Неравенство (13) следует из (10), если учесть, что $|\gamma^2| \simeq |\gamma_0^2|$, справедливость чего показана в [2]. В выражении (14) $\gamma = \mathrm{Re}\,\gamma \pm \mathrm{Im}\,\gamma$. При $\mathrm{Re}\,\gamma \simeq \beta_e$ имеет место максимальное усиление [2, 11], поэтому этот случай является наиболее интересным.

Следовательно, при $Re\,\gamma = \beta_e$ левая часть неравенства (14) может быть записана в виде

$$\left| \frac{\omega_e^2}{\omega^2} \left(\frac{\beta_e}{\pm \operatorname{Im} \gamma} \right)^2 \right|. \tag{15}$$

При относительно малых плотностях тока $\Delta < 0{,}1\ a/см^2$ отношение $\operatorname{Im}\gamma / \beta_e \simeq 5 \cdot 10^{-2}$ при $\operatorname{Re}\gamma \simeq \beta_e$ [2]. При плотности тока пучка $\Delta = 0{,}1 - -2a/см^2$, $\operatorname{Im}\gamma/\beta_e \simeq 5 \cdot 10^{-2}$ и скорости волны порядка $8 \cdot 10^{-2} c$ $\left| \frac{\omega_e^2}{\omega^2} \left(\frac{\beta_e}{\operatorname{Im}\gamma} \right)^2 \right|$ составляет величину 0,16—0,1 в диапазоне от 10 до 1 *см* соответственно.

С учетом неравенств (13) и (14) выражение (6) можно записать в приближенном виде:

$$T_1 \simeq j\gamma(1+\delta), \tag{16}$$

где

$$\delta = -\frac{1}{2} \frac{\omega_e^2}{\omega^2} \frac{1}{\left(1 - \frac{\gamma}{\beta_e}\right)^2}. \tag{17}$$

При указанном значении модуля (15) приближенное выражение T_1 из (16) практически с точностью до второго знака совпадает со значением T_1 из выражения (6). Постоянная распространения γ может быть представлена в виде

$$\gamma = \gamma_0 + \Delta\gamma. \tag{18}$$

Учитывая (16), уравнение (5) можно записать в виде [9]

$$\varepsilon_r T_1' a \frac{I_0(T_1' a)}{I_1(T_1' a)} = T_2 a \frac{J_0(T_2 ap) N_0(T_2 a) - J_0(T_2 a) N_0(T_2 ap)}{J_0(T_2 ap) N_1(T_2 a) - J_1(T_2 a) N_0(T_2 ap)}, \tag{19}$$

где

$$T_1' = \gamma(1+\delta). \tag{16'}$$

Обозначим

$$f_1(T_1' a) = \varepsilon_r T_1' a \frac{I_0(T_1' a)}{I_1(T_1' a)},$$

$$f_2(\gamma a) = T_2 a \frac{J_0(T_2 ap) N_0(T_2 a) - J_0(T_2 a) N_0(T_2 ap)}{J_0(T_2 ap) N_1(T_2 a) - J_1(T_2 a) N_0(T_2 ap)}. \tag{20}$$

Разложенные в ряд Тейлора функции f_1 и f_2 примут следующий вид:

$$\begin{aligned} f_1(T_1' a) &\simeq f_1(\gamma_0 a) + f_1'(\gamma_0 a)(T_1' a - \gamma_0 a) + \ldots, \\ f_2(\gamma a) &\simeq f_2(\gamma_0 a) + f_2'(\gamma_0 a)(\gamma a - \gamma_0 a) + \ldots. \end{aligned} \tag{21}$$

Члены с производными высшего порядка ввиду их малости не учитываются. Принимая во внимание (12), (18), (16′) и приравнивая f_1 и f_2 в (21), получим

$$f_1'(\gamma_0 a)[\gamma a - \gamma_0 a + \delta\gamma_0 a] = f_2'(\gamma_0 a)(\gamma a - \gamma_0 a). \tag{22}$$

Подставляя в (22) выражение для δ из (17) и решая (22) относительно γa, получим кубическое уравнение

$$Ax^3 + Bx^2 + Cx + D = 0. \tag{23}$$

$$A = \frac{1}{(\beta_e a)^2};\ B = -\left[\frac{2}{\beta_e a} + \frac{\gamma_0 a}{(\beta_e a)^2}\right];\ x = \gamma a;$$

$$C = \left(1 + 2\frac{\gamma_0 a}{\beta_e a}\right);\quad D = -\gamma_0 a\left[\frac{f_1'(\gamma_0 a)\,\frac{\omega_e^2}{\omega^2}}{2\,(f_1'(\gamma_0 a) - f_2'(\gamma_0 a))} + 1\right]. \tag{24}$$

Решение (23) можно найти при помощи формул Кардана [10] для уравнения в виде

$$y^3 + 3py + 2q = 0, \tag{25}$$

где

$$3p = \frac{3AC - B^2}{3A^2};\quad 2q = \frac{2B^3}{27A^3} - \frac{BC}{3A^2} + \frac{D}{A}. \tag{26}$$

Вычисление равенств (26) при помощи (24) дает выражения

$$\begin{aligned} q &= \frac{1}{27}[(\beta_e a) - (\gamma_0 a)]^3 - \frac{1}{2}k\,(\beta_e a)^2\,(\gamma_0 a), \\ p &= -[(\beta_e a) - (\gamma_0 a)]^2. \end{aligned} \tag{27}$$

Для случая максимального усиления [2,11]

$$\beta_e a \simeq \gamma_0 a. \tag{28}$$

В этом случае (27) принимает вид

$$p = 0,\ q = -\frac{1}{2}k\,(\beta_e a)^3. \tag{27'}$$

Корни уравнения (25) имеют вид

$$\begin{aligned} y_1 &= \beta_e a\sqrt[3]{k}, \\ y_2 &= \left(-\frac{1}{2} - j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\beta_e a\sqrt[3]{k}, \\ y_3 &= \left(-\frac{1}{2} + j\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\beta_e a\sqrt[3]{k}. \end{aligned} \tag{29}$$

Здесь

$$k = \frac{f_1'(\gamma_0 a)\,\frac{\omega_e^2}{\omega^2}}{2\,[f_1'(\gamma_0 a) - f_2'(\gamma_0 a)]}.$$

Поскольку $y_{1,2,3} = \alpha_{1,2,3} + \frac{B}{3A} = \gamma_{1,2,3}a - \beta_e a$ [10], имеем следующие выражения для постоянных распространения в исследуемой системе:

$$\begin{aligned} \gamma_1 &= \beta_e(1 + \sqrt[3]{k}), \\ \gamma_2 &= \beta_e\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt[3]{k}\right) - j\frac{\sqrt{3}}{2}\gamma_0\sqrt[3]{k}, \\ \gamma_3 &= \beta_e\left(1 - \frac{1}{2}\sqrt[3]{k}\right) + j\frac{\sqrt{3}}{2}\gamma_0\sqrt[3]{k}. \end{aligned} \tag{30}$$

При принятой функции $e^{j(\omega t - \gamma z)}$ из системы (30) следует, что неизменяющаяся прямая волна γ_1 движется со скоростью, несколько меньшей скорости электронов v_0, а две другие волны γ_2, γ_3 имеют скорость, большую, чем скорость потока электронов v_0. Видно также, что вторая волна γ_2 затухает по закону

$$e^{-\frac{\sqrt{3}}{2}\gamma_0\sqrt[3]{k}z}, \tag{31}$$

а третья волна γ_3 растет по закону

$$e^{\frac{\sqrt{3}}{2}\gamma_0\sqrt[3]{k}z}. \tag{32}$$

Этот результат согласуется с выводами, полученными в теории ЛБВ [6]. Интересно также рассмотреть поведение системы для случая

$$\gamma^2 \gg \omega^2\mu_2\varepsilon_2, \tag{33}$$

для которого дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$\varepsilon_r z \frac{J_0(z)}{J_1(z)} \simeq e^{j\pi} \frac{N_0(z_1)}{N_1(z_1)} z_1, \tag{34}$$

$$z = j\gamma(1+\delta)a;\ z_1 = \sqrt{-\gamma^2 + \omega^2\mu_1\varepsilon_2}\, a. \tag{35}$$

Исследуем поведение функции

$$k = \frac{f_1'(\gamma_0 a)\ \frac{\omega_e^2}{\omega^2}}{2\,[f_1'(\gamma_0 a) - f_2'(\gamma_0 a)]}. \tag{36}$$

Из выражения (12) следует, что при заданных p и ε_r $f_2(\gamma_0 a)$ есть функция $T_{20}a$:

$$f_2(T_{20}a) = T_{20}a\,\frac{J_0(T_{20}ap)\,N_0(T_{20}a) - J_0(T_{2c}a)\,N_0(T_{20}ap)}{J_0(T_{20}ap)\,N_1(T_{20}a) - J_1(T_{20}a)\,N_0(T_{20}ap)}. \tag{37}$$

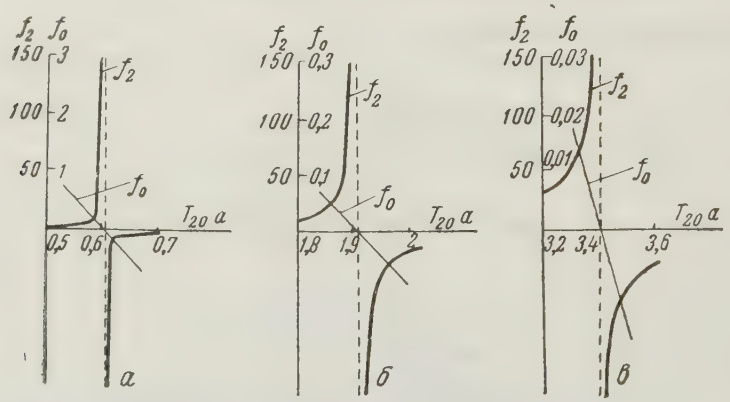


Рис. 2. Графики функций $f_2(T_{20}a)$ и $f_0(T_{20}a)$ в окрестности точек разрыва:

$а$ — $T_{20}a = 0{,}6$, $p \simeq 4{,}4$; $б$ — $T_{20}a = 1{,}8$, $p = 2$; $в$ — $T_{20}a = 3{,}4$, $p = 1{,}5$

Учитывая формулу (9), получим

$$f_2'(\gamma_0 a) = -f_2'(T_{20}a)\,\frac{\gamma_0 a}{T_{20}a}. \tag{38}$$

Производные f_1' и f_2' определяются в точке, где при выбранных p и ε_r удовлетворяется уравнение (12). Вид правой части уравнения (12) дан на рис. 2. Графики функций $f_1(\gamma_0 a)$ и $f_1'(\gamma_0 a)$ даны на рис. 3.

Находить значение производной $f_2'(T_{20}a)$ непосредственно по графику практически невозможно, так как функция изменяется очень быстро. Однако, имея значение $f_2(T_{20}a)$ в окрестности корня $T_{20}a$, легко построить обратную функцию

$$f_0 = \frac{1}{f_2(T_{20}a)}, \tag{39}$$

которая в окрестности точки $f_1(\gamma_0 a) = f_2(T_{20}a)$ меняется медленно (рис. 2).

В этом случае выражение для производной $f_2'(T_{20}a)$ через производную обратной функции можно представить следующим образом:

$$f_2'(T_{20}a) \simeq -f_2^2(T_{20}a) f_0^1(T_{20}a). \tag{40}$$

Производная $f_0'(T_{20}a)$ определяется из графика, а $f_2(T_{20}a)$ известна из решения (12). Зная $f_2'(T_{20}a)$ при помощи (38), получим выражения для

$$f_2'(\gamma_0 a) = f_2^2(T_{20}a) f_0'(T_{20}a) \frac{\gamma_0 a}{T_{20}a}. \tag{41}$$

Производная функции $f_1(\gamma_0 a)$ определяется графически (рис. 3).

Так как [11]

$$f_1(\gamma_0 a) = \varepsilon_r \gamma_0 a \frac{I_0(\gamma_0 a)}{I_1(\gamma_0 a)}, \tag{42}$$

то $f_1(\gamma_0 a) \simeq \varepsilon_r \gamma_0 a$ для $\gamma_0 a > 1$, поскольку $I_0(\gamma_0 a)/I_1(\gamma_0 a) \sim 1$.

Следовательно,

$$\begin{aligned} f_1'(\gamma_0 a) &= \varepsilon_r, \quad \gamma_0 a > 1, \\ f_1'(\gamma_0 a) &\simeq 0, \quad \gamma_0 a \to 0. \end{aligned} \tag{43}$$

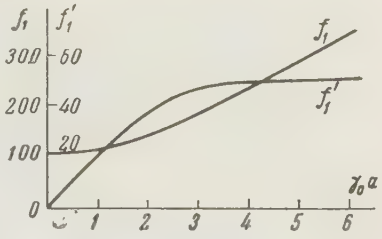


Рис. 3. График функций $f_1(\gamma_0 a)$ и $f'_1(\gamma_0 a)$, $\varepsilon_r = 50$

Для замедлений $\beta = v_\Phi / c \sim 0{,}1$ величина ε_r порядка 10^2, а следовательно, и $f_{1\,\text{макс}}'(\gamma_0 a) \sim 10^2$. Поскольку $f_2(\gamma_0 a) = f_1(\gamma_0 a)$ в точке, где отыскивается значение производной, то согласно (41)

$$f_2'(\gamma_0 a) = f_1^2(\gamma_0 a) f_0'(T_{20}a) \frac{\gamma_0 a}{T_{20}a}.$$

Из графиков рис. 2 можно установить, что для рассматриваемого случая $f_2'(\gamma_0 a) \sim 10^4 - 10^5$, поэтому $f_2' \gg f_1'$ и справедливо следующее приближенное выражение для (36):

$$k \simeq -\frac{f_1'(\gamma_0 a) \frac{\omega_e^2}{\omega^2}}{2 f_1^2 f_0' \frac{\gamma_0 a}{T_{20}a}}. \tag{44}$$

Из (44) видно, что для $\gamma_0 a \ll 1$ и $\gamma_0 a \gg 1$ $k \sim 0$, т. е. имеет место экстремум величины k.

Рассмотрим зависимость коэффициента усиления от параметров структуры и пучка. Удельный коэффициент усиления мощности на единицу длины можно представить как

$$G \simeq 7{,}5 \gamma_0 \sqrt[3]{k}\ \text{дб/м}. \tag{45}$$

Для $\gamma_0 a > 1$

$$G \simeq 7{,}5 \gamma_0 \left[\frac{\varepsilon_r \frac{\omega_e^2}{\omega^2}}{2(\varepsilon_r \gamma_0 a)^2 f_0'(T_{20}a) \frac{\gamma_0 a}{T_{20}a}} \right]^{1/3} \text{дб/м}. \tag{46}$$

Диапазон изменений ε_r можно определить из практических соображений. Для $\varepsilon_r \sim 10^2$, что соответствует $v_\Phi / c \sim 0{,}1$, возникают трудности ввода

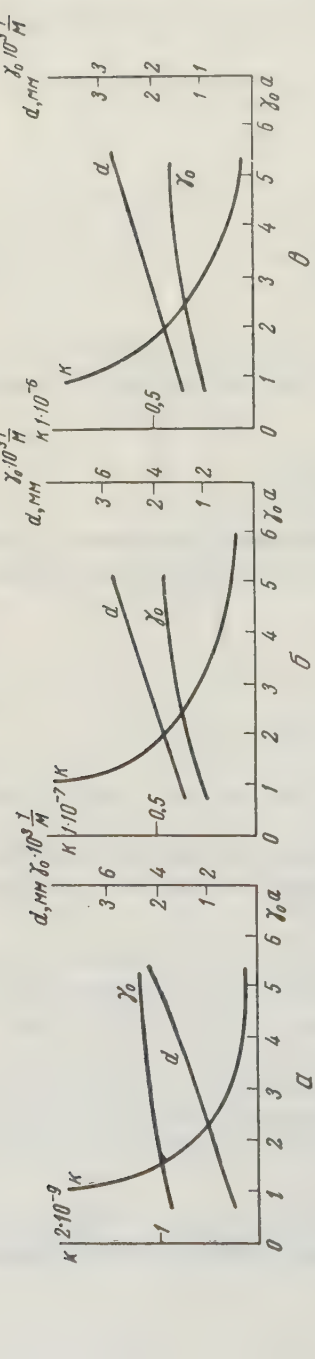


Рис. 4. Зависимости k, γ_0 и диаметра канала d от $\gamma_0 a$:
$a - T_{20}a = 0{,}6$, $p = 4{,}4$, $\omega = 18{,}8 \cdot 10^{10}$ 1/сек; $b - T_{20}a = 1{,}8$, $p = 2$, $\varepsilon_r = 50$; $в - T_{20}$, $a = 3{,}14$, $p = 1{,}5$ $\Omega_c^2 = 1{,}77 \cdot 10^{18}$ $1/сек^2$, $\omega_e^2/\omega^2 = 5 \cdot 10^{-3}$

и вывода энергии из-за отражений на входе и выходе системы. При ε_r порядка 20 требуется ускоряющее напряжение 10^4 $в$, что ведет к трудностям, связанным с пробоями и изоляцией системы.

Параметр ω_e^2/ω^2 выбирается из требования необходимой плотности тока для выбранной частоты.

В диапазоне длин волн λ от 10 до 1 $см$ ω_e^2/ω^2 соответственно имеет значения $4 \cdot 10^{-3}$ и $3 \cdot 10^{-4}$.

Зависимость k от $\gamma_0 a$ представлена на рис. 4.

На рис. 5 показан график $\lg f_0'$ от $T_{20}a$.

При выбранном значении $T_{20}a$ и $\gamma_0 a$ из (9) однозначно определяется диаметр канала $d = 2a$. При известных a и $\gamma_0 a$ определяется γ_0. На рис. 4 показаны d и γ_0 в зависимости от $\gamma_0 a$.

Усиление на единицу длины в зависимости от $\gamma_0 a$ и параметра p представлено на рис. 6. На этом же рисунке даны зависимости тока от $\gamma_0 a$, который при выбранных ω_e^2, p, $v_ф/c$ и ω не остается постоянным, поскольку изменяется $d = 2a$ согласно рис. 4.

Из рис. 6 видно, что $G_{макс}$ растет и смещается в сторону бо́льших $\gamma_0 a$ с уменьшением p. Физически это можно объяснить уменьшением энергии, распространяющейся в материале диэлектрика, и увеличением ее в канале, что ведет к увеличению связи пучка с полем. Малым значениям p соответствуют большие величины $T_{20}a$, что согласно (9) при выбранных ε_r и ω означает уменьшение γ_0, а следовательно, и замедления, что приводит к увеличению энергии в канале.

Наконец, на рис. 7 представлены зависимости удельного усиления $G = f_1(\varepsilon_r)$ и $G = f_2(\omega_e^2/\omega^2)$. Показано изменение максимального усиления $G_{макс}$ при $\gamma_0 a = 3$ (рис. 6, $в$).

Характерно, что $G_{макс} = f_1(\varepsilon_r)$ резко замедляет свой рост с увеличением ε_r. Замедление роста здесь также связано с перераспределением энергии, канализируемой в системе. Поскольку с ростом ε_r растет замедление, то увеличивается энергия в материале диэлектрика, а это ведет к уменьшению усиления.

Из зависимости $G = f_2(\omega_e^2/\omega^2)$ видно, что усиление резко возрастает с увеличением плотности тока, если не учитывать пространственный заряд пучка.

Следует учесть, что реальное усиление будет меньше, если учитывать потери и зазор между пучком и стенками канала. Известные в диапазоне $\lambda \sim 1$ $см$ ЛБВ со спиральными структурами [12] обладают теоретическим усилением на единицу длины порядка 8 $дб/см$

и 18 *дб/см* при ω_e^2/ω^2, равном $2\cdot10^{-4}$ и $2\cdot10^{-3}$ соответственно, при $v_\Phi/c\sim$ $\sim$0,08. Реальное максимальное усиление 3—4 *дб/см* при $\omega_e^2/\omega^2\sim2\cdot10^{-4}$. Поскольку диэлектрики обладают малыми потерями, можно попытаться

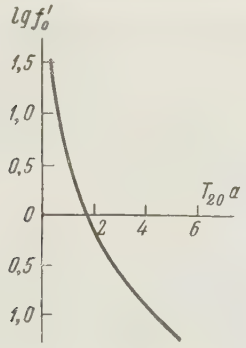


Рис. 5

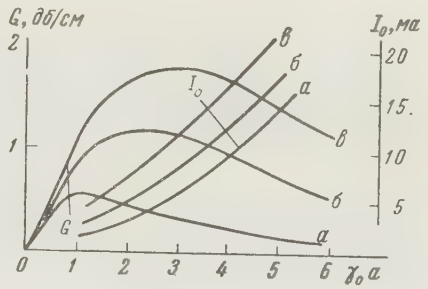


Рис. 6

Рис. 5. Зависимость lg f_0' от $T_{20}a$

Рис. 6. Зависимость усиления G от $\gamma_0 a$ (*дб/см*):

$а$ — $T_{20}a=0{,}6$, $p=4{,}4$, $\omega=18{,}8\cdot10^{10}$ 1/*сек*; $б$ — $T_{20}a=1{,}8$, $p=2{,}0$, $\varepsilon_r=50$; $в$ — $T_{20}a=3{,}4$, $p=1{,}5$, $\omega_e^2=1{,}77\cdot10^{18}$ 1/*сек*^{2}, $\omega_e^2/\omega^2=5\cdot10^{-5}$

реализовать усиление, близкое к теоретическому. В этом случае в диапазоне $\lambda\sim1$ *см* диэлектрические структуры могут оказаться выгодными, так как они исключают жесткие требования к точности выполнения параметров структуры. Этим требованиям в указанном диапазоне волн трудно удовлетворить.

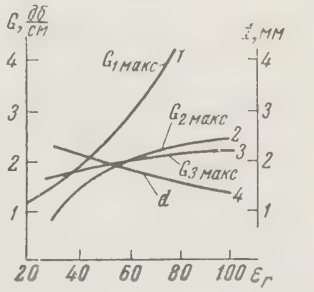


Рис. 7. Зависимость изменения максимального усиления (при $\gamma_0 a=3$ на рис. 6,*в*) от ε_r и ω_e^2/ω^2:

1 — $G_{1\,\text{макс}}=f(\omega_e^2/\omega^2)$, $T_{20}a=3{,}4$, $p=1{,}5$, $\gamma_0 a=3$, $\varepsilon_r=50$; 2 — $G_{2\,\text{макс}}=f(\varepsilon_r)$, $a=1$ *мм*, $\gamma_0 a=3$, $\omega=18{,}8\cdot10^{10}$ 1/*сек*; 3 — $G_{3\,\text{макс}}=f(\varepsilon_r)$ $T_{20}a=3{,}4$, $\gamma_0 a=3$, $p=1{,}5$, $\omega=18{,}8\cdot10^{10}$ 1/*сек*; 4 — $d=2a=f(\varepsilon_r)$ для случая 3, рис. 6

Автор выражает глубокую благодарность В. Я. Кислову за ряд ценных советов при написании статьи.

ЛИТЕРАТУРА

1. Я. Б. Файнберг, А. И. Ахиезер, Медленные волны, Успехи физ. наук, 1951, **54**, 3, 321.
2. Л. Н. Лошаков, ЖТФ, 1952, **22**, 2, 193.
3. Onde électr., 1956, **36**, 356.
4. J. Appl. Phys., 1949, **20**, 12.
5. Е. И. Васильев, Электронный поток в волноводе, частично заполненном диэлектриком, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 3, 500.
6. Лампа с бегущей волной, Изд. Советское радио, 1952, стр. 9—20.
7. C. K. Birdsall, J. R. Whinnery, J. Appl. Phys., 1953, **24**, 314.
8. С. Рамо, Дж. Уиннери, Поля и волны в современной радиотехнике, перев. с англ., ГТТИ, 1948.
9. Т. А. Розет, Элементы теории цилиндрических функций с приложениями к радиотехнике, Изд. Советское радио, 1956, стр. 82.

10. И. Н. Бронштейн, К. А. Семендяев, Справочник по математике, ГТТИ, 1956, стр. 137—140.
11. В. М. Лопухин, Возбуждение электромагнитных колебаний и волн электронными потоками, ГТТИ, 1953, стр. 204, 205.
12. S. O. Robertson, IRE Trans., 1954, MTT-2, 3, 48.

Поступила в редакцию
4 VIII 1959

ОБОЗНАЧЕНИЯ В ФОРМУЛАХ

γ — постоянная распространения волн в системе
v_0 — постоянная составляющая скорости потока электронов
ρ_0 — постоянная составляющая плотности электронного заряда

$$\eta = \frac{e}{m}$$

$\vec{E}$ — напряженность электрического поля электромагнитной волны
$\vec{E}_z$ — осевая составляющая напряженности

$$\beta_e = \frac{\omega}{v_0}$$

ω — частота сигнала
μ — магнитная проницаемость среды
ε — диэлектрическая проницаемость среды
j — мнимая единица

$$\omega_e^2 = \eta \frac{\rho_0}{\varepsilon_0}$$

J_0, J_1 — функции Бесселя
N_0, N_1 — функции Неймана
I_0, I_1 — модифицированные функции Бесселя
f_1', f_2' — производные функций f_1 и f_2

1960 № 9

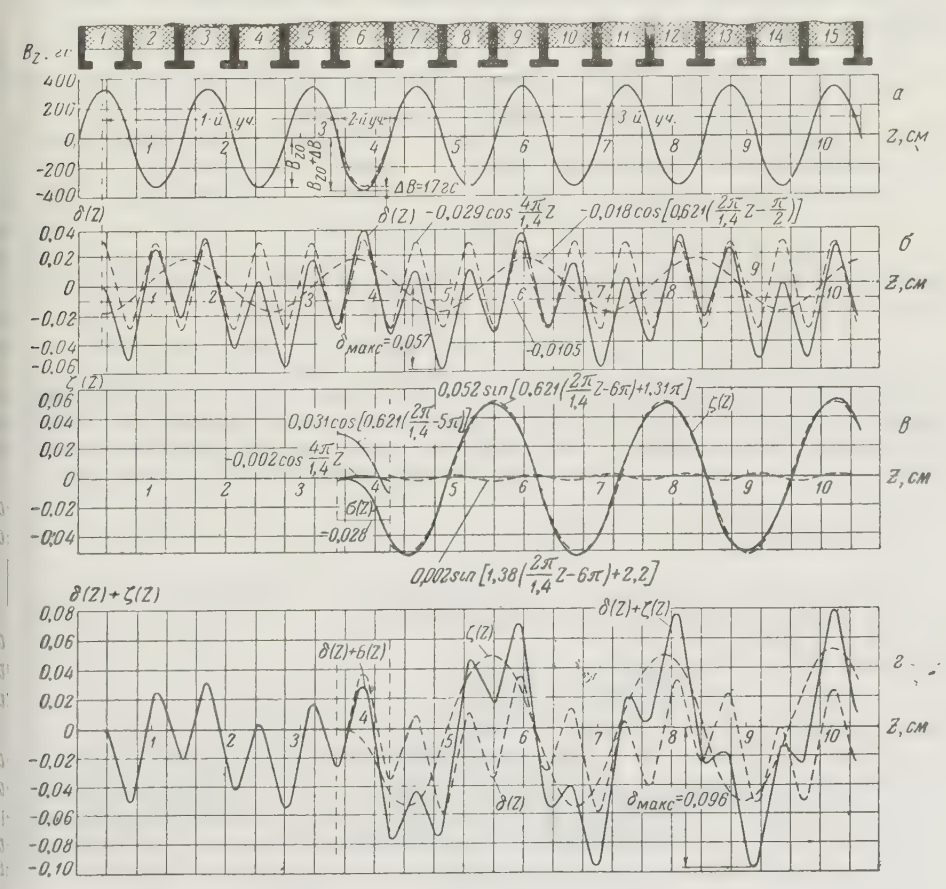
ВЛИЯНИЕ РАЗБРОСА ПАРАМЕТРОВ ПЕРИОДИЧЕСКОГО ФОКУСИРУЮЩЕГО УСТРОЙСТВА НА ФОКУСИРОВКУ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА В ЛБВ

А. Л. Игрицкий

Теоретически исследуется вопрос о влиянии разброса по амплитуде индукции магнитного поля на волнистость электронного пучка в периодическом фокусирующем устройстве ЛБВ. Выполненный пример расчета показывает, что магнитное поле в фокусирующем устройстве должно подгоняться с большой тщательностью.

ВВЕДЕНИЕ

Основными параметрами периодического фокусирующего устройства ЛБВ являются величина максимальной индукции B_{z0} и период магнитного поля L. Как показывают измерения, распределение магнитного поля вдоль



Определение волнистости электронного пучка в периодическом фокусирующем устройстве при наличии разброса по амплитуде индукции:

— распределение магнитного поля вдоль оси; *б* — волнистость электронного пучка при чистопериодическом магнитном поле; *в* — дополнительное отклонение, вызываемое разбросом по амплитуде индукции; *г* — суммарная волнистость электронного пучка

оси не является чистопериодическим и имеет место некоторый разброс по величине амплитуды индукции. Разброс в периоде магнитного поля, как правило, очень мал и не может существенно повлиять на работу фокусирующего устройства. Поэтому в данной статье теоретически исследуется лишь вопрос о том, как влияет на фокусировку электронного пучка разброс по амплитуде индукции периодического магнитного поля.

Для определенности будем считать магнитное поле в фокусирующем устройстве чистопериодическим:

$$B_z = B_{z0} \sin\left(\frac{2\pi}{L} z\right). \tag{1}$$

Лишь у магнита с номером $N+1$ максимальная индукция равна не B_{z0}, а $B_{z0} + \Delta B$. Исходя из этого, периодическое устройство мы должны разбить на три участка, как это показано на рисунке. На первом участке до магнита с номером N магнитное поле меняется по закону (1), на втором участке, протяженность которого равна полупериоду магнитного поля, имеет место возмущение поля и оно меняется по закону

$$B_z = (B_{z0} + \Delta B) \sin\left(\frac{2\pi}{L} z\right), \tag{2}$$

причем $\Delta B \ll B_{z0}$. Наконец, на третьем участке магнитное поле снова меняется по закону (1). Определим волнистость электронного пучка на различных участках.

1. УРАВНЕНИЕ ВОЛНИСТОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА ПЕРВОМ УЧАСТКЕ

Волнистость δ электронного пучка на первом участке определяется дифференциальным уравнением [1]

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + (a - 2q\cos 2t)\,\delta = f(t). \tag{3}$$

Величина δ связана с радиальной координатой электрона соотношением

$$r = r_0(1 + \delta), \tag{4}$$

где $r_0 = \text{const}$ и представляет собой некоторое равновесное значение радиуса, около которого рассматриваются малые колебания ($\delta \ll 1$). Независимая переменная t выражается через аксиальную координату электрона z посредством равенства

$$t = \frac{2\pi}{L} z. \tag{5}$$

Коэффициенты, входящие в уравнение (3), зависят от параметров поля и лампы и имеют следующие значения:

$$a = \frac{1}{2}\left(\frac{L}{\lambda_p}\right)^2 \left[\frac{B_{z0}^2}{2B_b^2} + \alpha^2 + 3\alpha^4 \frac{B_{zk}^2}{B_b^2}\right], \tag{6}$$

$$2q = \left(\frac{L}{\lambda_p}\right)^2 \frac{B_{z0}^2}{4B_b^2}, \tag{7}$$

$$f(t) = -(b - 2q\cos 2t), \tag{8}$$

$$b = \frac{1}{2}\left(\frac{L}{\lambda_p}\right) \left[\frac{B_{z0}^2}{2B_b^2} - \alpha^2 - \alpha^4 \frac{B_{zk}^2}{B_b^2}\right], \tag{9}$$

$$B_b^2 = \frac{\sqrt{2}I}{\pi\varepsilon_0\eta^{3/2}\Phi^{1/2}r_k^2}, \tag{10}$$

$$\lambda_p = \frac{4\pi\sqrt{\Phi}}{\sqrt{\eta}B_b}, \tag{11}$$

$$\alpha = \frac{r_к}{r_0}. \tag{12}$$

В уравнениях (6) — (12): I — ток в электронном пучке лампы; Φ — потенциал второго анода электронной пушки; $B_{zк}$ — аксиальная составляющая индукции магнитного поля на катоде; $r_к$ — радиальная координата крайнего электрона на катоде, траектория которого определяет конфигурацию электронного пучка; η — отношение заряда к массе для электрона; ε_0 — диэлектрическая постоянная вакуума.

Уравнение (3) представляет собой неоднородное дифференциальное уравнение Матье. Общий интеграл этого уравнения был получен в [1] и имеет вид

$$\begin{aligned}\delta(t) = \frac{1}{C^2}[&\delta_0'\{C_n^2\sin[(n+\beta)(t-t_0)] + C_{n-2}C_n\sin[(n+\beta)(t-t_0)+2t_0] + \\ &+ C_{n+2}C_n\sin[(n+\beta)(t-t_0)-2t_0] + C_nC_{n-2}\sin[(n+\beta-2)(t-t_0)-2t_0] + \\ &+ C_nC_{n+2}\sin[(n+\beta+2)(t-t_0)+2t_0]\} + \{\delta_0C_n^2(n+\beta) + C_n^2A_0 - \\ &- C_nC_{n-2}D_{-1} - C_nC_{n+2}B_1\}\cos[(n+\beta)(t-t_0)] + \{\delta_0C_{n-2}C_n(n+\beta-2) - \\ &- C_n^2B_0 + C_nC_{n-2}A_{-1}\}\cos[(n+\beta)(t-t_0)+2t_0] + \\ &+ \{\delta_0C_{n+2}C_n(n+\beta+2) - C_n^2D_0 + C_nC_{n+2}A_1\}\cos[(n+\beta)(t-t_0)-2t_0] - \\ &- C_nC_{n-2}B_{-1}\cos[(n+\beta)(t-t_0)+4t_0] - C_nC_{n+2}D_1\cos[(n+\beta)\times \\ &\times(t-t_0)-4t_0] - C_nC_{n-2}B_0\cos[(n+\beta-2)(t-t_0)] + \\ &+ \{\delta_0C_nC_{n-2}(n+\beta) + C_nC_{n-2}A_0\}\cos[(n+\beta-2)(t-t_0)-2t_0] - \\ &- C_nC_{n-2}D_0\cos[(n+\beta-2)(t-t_0)-4t_0] - C_nC_{n+2}D_0\cos[(n+\beta+2)\times \\ &\times(t-t_0)] + \{\delta_0C_nC_{n+2}(n+\beta) + C_nC_{n+2}A_0\}\times \\ &\times\cos[(n+\beta+2)(t-t_0)+2t_0] - C_nC_{n+2}B_0\cos[(n+\beta+2)(t-t_0)+ \\ &+ 4t_0] + [-C_n^2A_0 + C_nC_{n-2}(D_{-1}+B_0) + \\ &+ C_nC_{n+2}(B_1+D_0)] + \{C_n^2(B_0+D_0) - C_nC_{n-2}(A_0+A_{-1}) - \\ &- C_nC_{n+2}(A_0+A_1)\}\cos 2t + \{C_nC_{n-2}(D_0+B_{-1}) + C_nC_{n+2}(B_0+D_1)\}\cos 4t].\end{aligned} \tag{13}$$

В уравнении (13) коэффициенты равны:

$$C^2 = C_n^2(n+\beta) + 2[C_nC_{n-2}(n+\beta-1) + C_nC_{n+2}(n+\beta+1)]\cos 2t_0, \tag{14}$$

$$\begin{aligned} A_0 &= \frac{b}{n+\beta}, & B_0 &= \frac{q}{n+\beta-2}, & D_0 &= \frac{q}{n+\beta+2}, \\ A_{-1} &= \frac{b}{n+\beta-2}, & B_{-1} &= \frac{q}{n+\beta-4}, & D_{-1} &= \frac{q}{n+\beta}, \\ A_1 &= \frac{b}{n+\beta+2}, & B_1 &= \frac{q}{n+\beta}, & D_1 &= \frac{q}{n+\beta+4}. \end{aligned} \tag{15}$$

Коэффициенты C_n, C_{n-2}, C_{n+2} и $(n+\beta)$ определяются в результате интегрирования однородного уравнения Матье

$$\frac{d^2\delta}{dt^2} + (a - 2q\cos 2t)\delta = 0. \tag{16}$$

Методика решения уравнения дана в [1, 2]. Будем считать, что электроны входят в периодическое поле при максимуме индукции, т. е. при $t = z_0 = L/4$. Примем также, что крайний электрон при входе в перио-

дическое магнитное поле в точке $z = z_0 = L/4$ имеет радиальную координату $r = r_0$ и движется параллельно оси z. Тогда с учетом (4) и (5) начальные условия имеют вид: при $t = t_0 = \pi/2$ $\delta_0 = \dot{\delta}_0 = 0$. В соответствии с формулой (13) волнистость электронного пучка на первом участке для заданных начальных условий запишется в виде

$$\delta(t) = \delta_{cn}\cos\left[(n+\beta)\left(t-\frac{\pi}{2}\right)\right] + \delta_{cn-2}\cos\left[(n+\beta-2)\left(t-\frac{\pi}{2}\right)\right] + \\ + \delta_{cn+2}\cos\left[(n+\beta+2)\left(t-\frac{\pi}{2}\right)\right] + \delta_{\text{п}} + \delta_2\cos 2t + \delta_4\cos 4t. \quad (17)$$

В уравнении (17)

$$\delta_{cn} = \frac{1}{C^2}[C_n^2(A_0 + B_0 + D_0) - C_nC_{n-2}(A_{-1} + B_{-1} + D_{-1}) - \\ - C_nC_{n+2}(A_1 + B_1 + D_1)], \quad (18)$$

$$\delta_{cn-2} = -\frac{1}{C^2}C_nC_{n-2}(A_0 + B_0 + D_0), \quad (19)$$

$$\delta_{cn+2} = -\frac{1}{C^2}C_nC_{n+2}(A_0 + B_0 + D_0), \quad (20)$$

$$\delta_{\text{п}} = \frac{1}{C^2}[-C_n^2A_0 + C_nC_{n-2}(D_{-1} + B_0) + C_nC_{n+2}(B_1 + D_0)], \quad (21)$$

$$\delta_2 = \frac{1}{C^2}[C_n^2(B_0 + D_0) - C_nC_{n-2}(A_0 + A_{-1}) - C_nC_{n+2}(A_0 + A_1)], \quad (22)$$

$$\delta_4 = \frac{1}{C^2}[C_nC_{n-2}(D_0 + B_{-1}) + C_nC_{n+2}(B_0 + D_1)], \quad (23)$$

$$C^2 = C_n^2(n+\beta) - 2[C_nC_{n-2}(n+\beta-1) + C_nC_{n+2}(n+\beta+1)]. \quad (24)$$

2. УРАВНЕНИЕ ВОЛНИСТОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА ВТОРОМ УЧАСТКЕ

На втором участке индукция меняется по закону (2). В соответствии с этим волнистость $\varkappa$ пучка на этом участке определяется уравнением, аналогичным (3), но с другими коэффициентами:

$$\frac{d^2\varkappa}{dt^2} + [(a+\Delta a) - (2q+\Delta a)\cos 2t]\varkappa = -[(b+\Delta a) - (2q+\Delta a)\cos 2t], \quad (25)$$

где a, q и b определяются по формулам (6), (7) и (9), а коэффициент Δa равен

$$\Delta a = \left(\frac{L}{\lambda_p}\right)^2 \frac{B_{z0}\Delta B}{2B_0^2}. \quad (26)$$

При выводе (25) член, содержащий ΔB^2, опущен как малая высшего порядка. Чтобы решить дифференциальное уравнение (25), положим, что

$$\varkappa = \delta + \sigma, \quad (27)$$

где δ — решение уравнения (25) при $\Delta a = 0$, т. е. когда возмущение магнитного поля отсутствует. Нетрудно видеть, что в этом случае уравнение (25) совпадает с (3) и величина δ будет определяться формулой (17). σ — дополнительное отклонение, вызываемое возмущением магнитного поля ΔB. Вследствие малости ΔB σ также считается малым. σ может иметь тот же порядок величины, что и δ. Существенно только, чтобы $\varkappa = \delta + \sigma$ было значительно меньше единицы, так как лишь в этом случае справедлив вывод уравнения (25). Подставляя (27) в (25) с учетом (3), будем иметь

$$\sigma'' + (a - 2q\cos 2t)\sigma + \Delta a(1 - \cos 2t)\sigma = -\Delta a(1 - \cos 2t)(1 + \delta). \quad (28)$$

Так как $\Delta B \ll B_{z0}$, то Δa будет много меньше a и $2q$, и в (28) можно пренебречь последним членом в левой части уравнения. Учитывая,

что $\delta \ll 1$, окончательно получим для определения σ следующее дифференциальное уравнение:

$$\sigma'' + (a - 2q\cos 2t)\sigma = -\Delta a(1 - \cos 2t). \tag{29}$$

Это есть неоднородное дифференциальное уравнение Матье, общее решение которого дается формулой (13). Начальные условия для второго участка записываются в виде: при $t = t_0 = \pi N$ $\sigma_0 = \sigma_0' = 0$.

Коэффициенты C_n, C_{n-2}, C_{n+2}, C^2 и $(n+\beta)$, входящие в (13), должны определяться в результате интегрирования уравнения (29) без правой части. Нетрудно видеть, что это уравнение будет совершенно идентичным с уравнением (16) для величины δ. Исходя из этого, можно сделать заключение, что коэффициенты C_n, C_{n-2}, C_{n+2}, C^2 и $(n+\beta)$ будут одинаковыми в обоих решениях для величин δ и σ. Сопоставляя (3) и (29), видим, что в уравнении (29)

$$f(t) = -\Delta a(1 - \cos 2t). \tag{30}$$

Формула (30) может быть получена из (8), если положить

$$b = 2q = \Delta a. \tag{31}$$

Поэтому с учетом (31) для коэффициентов, определяемых уравнениями (15), будем иметь выражения следующего вида:

$$\begin{aligned} A_0' &= \frac{\Delta a}{n+\beta}, & B_0' &= \frac{\Delta a}{2(n+\beta-2)}, & D_0' &= \frac{\Delta a}{2(n+\beta-2)}, \\ A_{-1}' &= \frac{\Delta a}{n+\beta-2}, & B_{-1}' &= \frac{\Delta a}{2(n+\beta-4)}, & D_{-1}' &= \frac{\Delta a}{2(n+\beta)}, \\ A_1' &= \frac{\Delta a}{n+\beta+2}, & B_1' &= \frac{\Delta a}{2(n+\beta)}, & D_1' &= \frac{\Delta a}{2(n+\beta+4)}. \end{aligned} \tag{32}$$

Пользуясь (13), с учетом вышеприведенных замечаний, можно получить уравнение для $\sigma(t)$:

$$\sigma(t) = \sigma_{c0}\cos[(n+\beta)(t - N\pi)] + \sigma_{c-2}\cos[(n+\beta-2)(t - N\pi)] + \\ + \sigma_{c+2}\cos[(n+\beta+2)(t - N\pi)] + \sigma_{\text{п}} + \sigma_2\cos 2t + \sigma_4\cos 4t. \tag{33}$$

В уравнении (33)

$$\sigma_{c0} = \frac{1}{C^2}[C_n^2(A_0' - B_0' - D_0') + C_nC_{n-2}(A_{-1}' - B_{-1}' - D_{-1}') + \\ + C_nC_{n+2}(A_1' - B_1' - D_1')], \tag{34}$$

$$\sigma_{c-2} = \frac{1}{C^2}C_nC_{n-2}(A_0' - B_0' - D_0'), \tag{35}$$

$$\sigma_{c+2} = \frac{1}{C^2}C_nC_{n+2}(A_0' - B_0' - D_0'), \tag{36}$$

$$\sigma_{\text{п}} = \frac{1}{C^2}[-C_n^2A_0' + C_nC_{n-2}(D_{-1}' + B_0') + C_nC_{n+2}(B_1' + D_0')], \tag{37}$$

$$\sigma_2 = \frac{1}{C^2}[C_n^2(B_0' + D_0') - C_nC_{n-2}(A_0' + A_{-1}') - C_nC_{n+2}(A_0' + A_1')], \tag{38}$$

$$\sigma_4 = \frac{1}{C^2}[C_nC_{n-2}(D_0' + B_{-1}') + C_nC_{n+2}(B_0' + D_1')], \tag{39}$$

$$C^2 = C_n^2(n+\beta) + 2[C_nC_{n-2}(n+\beta-1) + C_nC_{n+2}(n+\beta+1)]. \tag{40}$$

Значения $\sigma(t)$ и производной $\sigma'(t)$ в конце интервала возмущения, т. е. при $t = \pi(N+1)$, будут равны

$$\sigma_к = (\sigma_{c0} + \sigma_{c-2} + \sigma_{c+2}) \cos[(n+\beta)\pi] + \sigma_п + \sigma_2 + \sigma_4, \tag{41}$$

$$\sigma'_к = -[\sigma_{c0}(n+\beta) + \sigma_{c-2}(n+\beta-2) + \sigma_{c+2}(n+\beta+2)] \sin[(n+\beta)\pi]. \tag{42}$$

Общая волнистость электронного пучка на втором участке определяется при помощи уравнения (27), если в него подставить значение δ из уравнения (17) и значение σ из (33).

3. УРАВНЕНИЕ ВОЛНИСТОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА НА ТРЕТЬЕМ УЧАСТКЕ

На третьем участке магнитное поле меняется по закону (1). Волнистость электронного пучка определяется дифференциальным уравнением, аналогичным (3):

$$\frac{d^2\gamma}{dt^2} + (a - 2q\cos 2t)\gamma = -(b - 2q\cos 2t). \tag{43}$$

Учитывая наличие возмущения на втором участке, решение уравнения (43) будем искать в виде

$$\gamma = \delta + \zeta, \tag{44}$$

где δ — решение уравнения (43) для случая, когда возмущение на втором участке отсутствует; ζ — дополнительное отклонение на третьем участке, вызванное возмущением на втором участке.

Подставляя значение γ из (44) в (43), получим

$$\delta'' + \zeta'' + (a - 2q\cos 2t)(\delta + \zeta) = -(b - 2q\cos 2t). \tag{45}$$

В случае, когда возмущение магнитного поля отсутствует, для δ справедливо уравнение (3). Сопоставляя (3) и (45), получим следующее дифференциальное уравнение для ζ:

$$\zeta'' + (a - 2q\cos 2t)\zeta = 0. \tag{46}$$

Это есть однородное дифференциальное уравнение Матье. Из условия непрерывности траектории начальные условия для ζ на третьем участке будут следующими: при $t = t_0 = \pi(N+1)$, $\zeta_0 = \sigma_к$ и $\zeta'_0 = \sigma'_к$.

Уравнение (46) для ζ совершенно идентично уравнению (16) для δ. Исходя из этого, коэффициенты C_n, C_{n-2}, C_{n+2} и $(n+\beta)$ будут одинаковыми в обоих решениях для величин δ и ζ. Все коэффициенты A, B и D, обусловленные неоднородностью уравнения и определяемые по формулам (15), в данном случае будут равны нулю.

С учетом вышеприведенных замечаний, пользуясь уравнением (13), для дополнительного отклонения ζ на третьем участке получим уравнение

$$\zeta(t) = \zeta_{sn}\sin[(n+\beta)(t-\pi N-\pi)] + \zeta_{sn-2}\sin[(n+\beta-2)(t-\pi N-\pi)] + \zeta_{sn+2}\sin[(n+\beta+2)(t-\pi N-\pi)] + \zeta_{cn}\cos[(n+\beta)(t-\pi N-\pi)] + \zeta_{cn-2}\cos[(n+\beta-2)(t-\pi N-\pi)] + \zeta_{cn+2}\cos[(n+\beta+2)(t-\pi N-\pi)]. \tag{47}$$

В уравнении (47)

$$\zeta_{sn} = \frac{1}{C^2}\zeta'_0(C_n^2 + C_{n-2}C_n + C_{n+2}C_n), \tag{48}$$

$$\zeta_{sn-2} = \frac{1}{C^2}\zeta'_0 C_n C_{n-2}, \tag{49}$$

$$\zeta_{sn+2} = \frac{1}{C^2}\zeta'_0 C_n C_{n+2}, \tag{50}$$

$$\zeta_{cn} = \frac{1}{C^2}\zeta_0 [C_n^2 (n+\beta) + C_{n-2}C_n (n+\beta-2) + C_{n+2}C_n (n+\beta+2)], \quad (51)$$

$$\zeta_{cn-2} = \frac{1}{C^2}\zeta_0 C_n C_{n-2} (n+\beta), \quad (52)$$

$$\zeta_{cn+2} = \frac{1}{C^2}\zeta_0 C_n C_{n+2} (n+\beta), \quad (53)$$

$$C^2 = C_n^2 (n+\beta) + 2 [C_n C_{n-2} (n+\beta-1) + C_n C_{n+2} (n+\beta+1)]. \quad (54)$$

Волнистость электронного пучка на третьем участке определяется из уравнения (44), если в него подставить значение δ из (17) и значение ζ из (47).

4. ПРИМЕР

Произведем расчет волнистости электронного пучка в периодическом фокусирующем устройстве ЛБВ, для которой параметры, определяемые уравнениями (10) и (11), соответственно равны: $B_0^2 = 0{,}89 \cdot 10^{-4}$ *вб/м*^{2}, $r_p = 7{,}75 \cdot 10^{-2}$ *м*. Лампа работает в периодическом магнитном поле с максимальной индукцией $B_{z0} = 3{,}4 \cdot 10^{-2}$ *сб/м*^{2} и периодом $L = 1{,}4 \cdot 10^{-2}$ *м*. Индукция на катоде лампы $B_{zк} = 2{,}18 \cdot 10^{-2}$ *вб/м*^{2}.

Определим волнистость электронного пучка на первом участке. По формулам (6), (7) и (9) вычисляем параметры уравнения Матье: $a = 0{,}384$, $q = 0{,}0531$, $b = 2{,}44 \cdot 10^{-3}$, при этом принимается, что $\alpha = r_к / r_0 = 1$. Решение однородного уравнения Матье для данного случая производится методом, изложенным в [1—2]; коэффициенты, входящие в это решение, будут равны: $n = 0$, $\beta = 0{,}621$, $C_2 = -821 \cdot 10^{-5} C_0$, $C_{-2} = -3500 \cdot 10^{-5} C_0$.

Для начальных условий $t = t_0 = \pi/2$, $\delta_0 = \delta_0' = 0$ волнистость электронного пучка подсчитывается по уравнению (17). Определяя при помощи (15), (18) — (24) коэффициенты, входящие в (17), и подставляя их значения в это уравнение, окончательно получим

$$\delta(z) = -0{,}018 \cos\left[0{,}621\left(\frac{2\pi}{1{,}4} z - \frac{\pi}{2}\right)\right] -$$
$$- 0{,}00081 \cos\left[1{,}38\left(\frac{2\pi}{1{,}4} z - \frac{\pi}{2}\right)\right] - 0{,}00019 \cos\left[2{,}62\left(\frac{2\pi}{1{,}4} z - \frac{\pi}{2}\right)\right] -$$
$$- 0{,}0105 - 0{,}0292 \cos\left(\frac{4\pi}{1{,}4} z\right) + 0{,}0001 \cos\left(\frac{8\pi}{1{,}4}\right).$$

здесь $z \geqslant 0{,}35$ *см*. По этому уравнению на рис. 1, *б* построен график $\delta = f(z)$.

Дополнительное отклонение $\sigma(z)$ электрона на втором участке определяется уравнением (33). Примем, что возмущение магнитного поля имеет место в 6-м магните и составляет 5% от амплитудного значения индукции, т. е. $\frac{\Delta B}{B_{z0}} 100 = 5\%$. Используя (26), (32), (34) — (40), найдем коэффициенты, входящие в уравнение (33). Подставляя их значения в это уравнение, получим

$$\sigma(z) = 3{,}1 \cdot 10^{-2} \cos\left[0{,}621\left(\frac{2\pi}{1{,}4} z - 5\pi\right)\right] - 0{,}106 \cdot 10^{-2} \cos\left[1{,}379\left(\frac{2\pi}{1{,}4} z - 5\pi\right)\right] -$$
$$- 0{,}147 \cdot 10^{-2} \cos\left[2{,}621\left(\frac{2\pi}{1{,}4} z - 5\pi\right)\right] - 2{,}8 \cdot 10^{-2} - 0{,}2 \cdot 10^{-2} \cos\left(\frac{4\pi}{1{,}4} z\right) +$$
$$+ 0{,}113 \cdot 10^{-4} \cos\left(\frac{8\pi}{1{,}4} z\right).$$

В конце интервала возмущения при $z_к = 4{,}2$ *см* $\sigma_к = -4{,}12 \cdot 10^{-2}$, $\sigma'_к = -1{,}87 \cdot 10^{-2}$. На рис. 1, *в* при помощи полученного уравнения построен график $\sigma = f(z)$ на втором участке. Общая волнистость электронного пучка на втором участке $\varkappa$ определяется уравнением (27), а график $\varkappa = f(z)$ приведен на рис. 1, *г*.

Дополнительное отклонение $\zeta(z)$ электрона на третьем участке, вызываемое возмущением магнитного поля на втором участке, определяется при помощи уравнения (47). Находя по формулам (48) — (54) коэффициенты и подставляя их значения в (47), после несложных тригонометрических преобразований получим

$$\zeta(z) = 5{,}2 \cdot 10^{-2} \sin\left[0{,}621\left(\frac{2\pi}{1{,}4}z - 6\pi\right) + 4{,}12\right] + 0{,}2 \cdot 10^{-2} \times$$

$$\times \sin\left[1{,}38\left(\frac{2\pi}{1{,}4}z - 6\pi\right) + 2{,}2\right] + 0{,}0419 \cdot 10^{-2} \sin\left[2{,}62\left(\frac{2\pi}{1{,}4}z - 6\pi\right) + 0{,}94\right].$$

Здесь $z \geqslant 4{,}2$ *см*. На рис. 1, *в* по этому уравнению построен график $\zeta = f(z)$. Общая волнистость электронного пучка γ на третьем участке определяется уравнением (44), и график $\gamma = f(z)$ построен на рис. 1, *г*. Таким образом, рис. 1, *г* показывает волнистость электронного пучка при наличии возмущения магнитного поля в 6-м магните, равного 5% от амплитуды индукции. Волнистость электронного пучка в отсутствие возмущения показана на рис. 1, *б*.

ВЫВОДЫ

В результате проведенного теоретического исследования разработана методика расчета конфигурации электронного пучка в периодическом фокусирующем устройстве при наличии разброса по амплитуде индукции. Отклонение амплитуды индукции всего лишь на 5% ведет к возрастанию амплитуды волнистости пучка на 70% (рис. 1, *г*). Отсюда следует сделать вывод, что периодическое поле должно подгоняться с большой тщательностью. Эксперименты подтверждают этот результат. Опыт показывает, что хорошее токопрохождение на коллектор (более 90%) может быть получено лишь в том случае, если в промежутке между волноводами расхождение между отдельными максимумами периодического магнитного поля не превышает 4,5%.

ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Игрицкий, Расчет траекторий электронов в периодическом фокусирующем устройстве ЛБВ, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 2, 255.
2. Н. В. Мак-Лахлан, Теория и приложения функций Матье, перев. с англ. под ред. И. Н. Денисюка, ИЛ, 1953.

Поступила в редакцию
20 VII 1959

ИССЛЕДОВАНИЕ ВРЕМЕННО́Й РАЗРЕШАЮЩЕЙ СПОСОБНОСТИ ФОТОЭЛЕКТРОННЫХ УМНОЖИТЕЛЕЙ МЕТОДОМ ОСЦИЛЛОГРАФИРОВАНИЯ

А. Г. Берковский, В. Г. Польский

Предлагается методика измерения временно́й разрешающей способности фотоэлектронных умножителей при помощи скоростного осциллографа и периодических световых импульсов наносекундной длительности. Приведены результаты измерения временны́х параметров группы ФЭУ.

ВВЕДЕНИЕ

Несмотря на то, что высокая временна́я разрешающая способность фотоэлектронных умножителей (ФЭУ) является одним из наиболее важных качеств этих приборов, до сих пор отсутствует установившееся мнение относительно того, что собственно понимать под термином «временно́е разрешение ФЭУ». Вследствие этого нет общепринятой методики измерения временно́го разрешения.

Во многих случаях временно́е разрешение ФЭУ измеряют при помощи какой-либо разновидности быстрых схем совпадений, построенных на одном или двух ФЭУ, характеризуя рассматриваемый параметр шириной кривых задержанных совпадений при фиксированной эффективности регистрации ядерных процессов.

Применения схем совпадений для оценки разрешающей способности ФЭУ далеко не полно отражают параметры прибора, используемого в самых различных физических установках. При работе на схемах совпадений чрезвычайно трудоемок процесс подбора режима питания ФЭУ, обеспечивающего наилучшие временны́е характеристики, что также является недостатком этой методики измерений.

Более полная характеристика временно́й разрешающей способности ФЭУ может быть получена при засветке их катодов короткими периодическими световыми вспышками и анализе выходных импульсов при помощи скоростного осциллографа.

В этом случае временно́е разрешение ФЭУ можно охарактеризовать, по нашему мнению, рядом некоторых основных параметров: крутизной переднего фронта импульсов анодного тока и их амплитудой; длительностью импульсов анодного тока; разбросом времен пролета фотоэлектронами катодного пространства.

АППАРАТУРА, МЕТОДИКА И РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Измерения проводились на скоростном осциллографе, описанном в [1]. В качестве источника световых вспышек использовался искровый разрядник, обеспечивающий длительность световой вспышки порядка 10^{-9} *сек*. Частота вспышек устанавливалась равной нескольким килогерцам. Ждущая развертка осциллографа запускалась электрическими импульсами синхронизации искрового разрядника.

Для каждого экземпляра исследуемого ФЭУ устанавливался оптимальный, обеспечивающий наибольшие амплитуды режим питания, который, как правило, одновременно обеспечивал наиболее крутой фронт

импульса и наименьшую его длительность. Опыт показывает, что в отсутствие оптимального распределения напряжения на эмиттерах форма импульсов ухудшается, появляются «горбы» и массивные «послеимпульсы», следующие непосредственно за основным импульсом.

Оптимальные режимы отдельных экземпляров ФЭУ данного типа отличаются, как правило, распределением напряжений только на первых и последних двух каскадах.

А. Крутизна переднего фронта анодных импульсов и их амплитуда. За длительность переднего фронта анодных импульсов ФЭУ принималось время нарастания их от 10 до 90% амплитуды. Крутизна фронта S вычислялась как отношение амплитуды импульса к длительности фронта:

$$S = I_a/\tau_{пф} \text{ ма/нсек}.$$

Были измерены S у 30 экземпляров ФЭУ-33. Максимально полученные значения S равнялись 350 *ма/нсек*.

На той же установке были измерены временны́е характеристики нескольких имевшихся в нашем распоряжении ФЭУ других типов.

У двух экземпляров ФЭУ-11 крутизна равнялась 20 и 100 *ма/нсек*; у ФЭУ-13 $S = 150—200$ *ма/нсек*; у RCA = 6810A $S = 200$ *ма/нсек*; у ФЭУ RCA-6342 крутизну измерить не удалось из-за малых выходных импульсов.

Тип ФЭУ	$\Delta T_{r_i - r_0}$, нсек		
	$r = 14$ мм	$r = 17{,}5$ мм	$r = 21$ мм
ФЭУ-33	2—3,5	—	—
ФЭУ-11	1,0	4,0	4,5
ФЭУ-13	1,2	3,5—5,5	6,5
RCA-6810A	2	4	5,5
RCA-6342	2	2,5	3
ФЭУ с компенсацией временно́го разброса	1,0	1,6	—

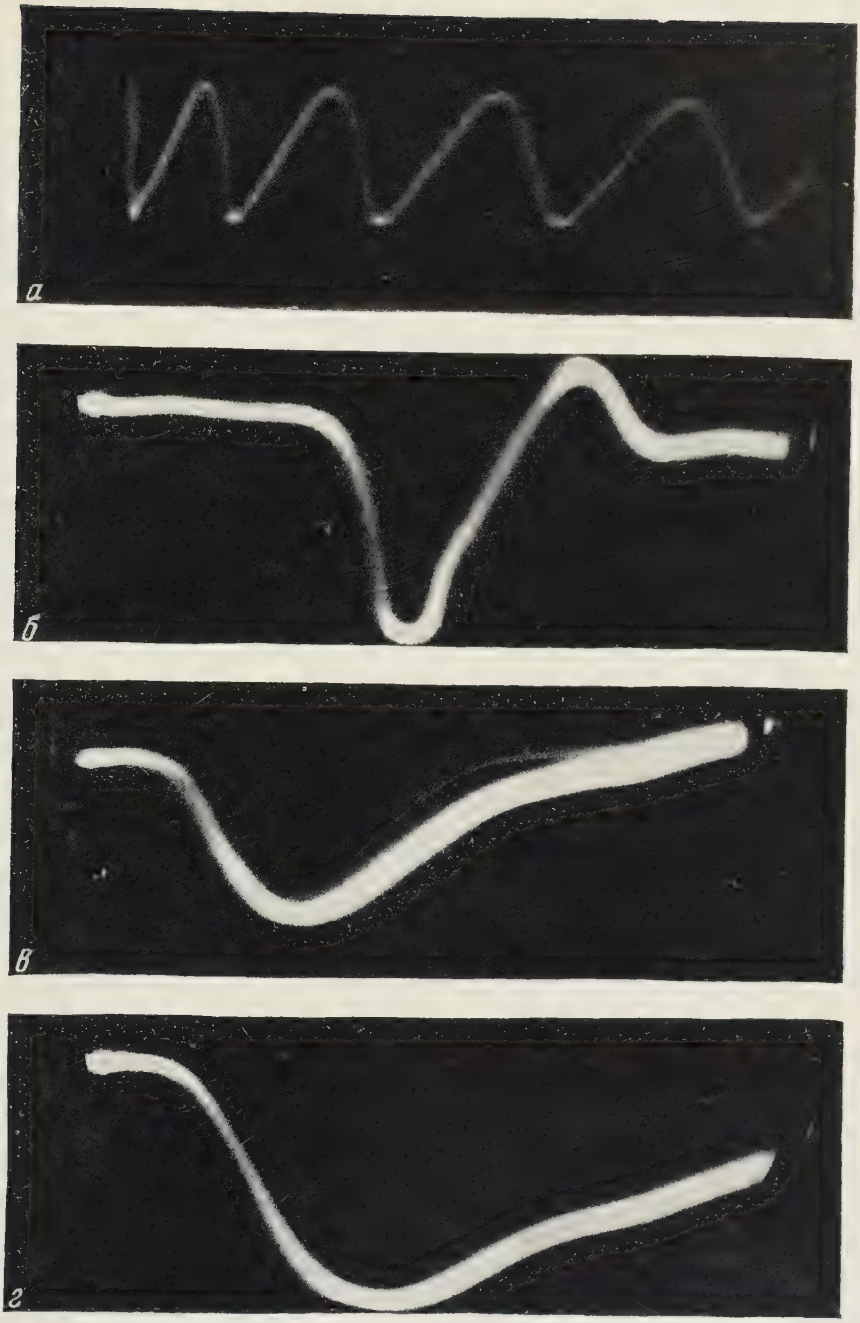
У разработанного недавно ФЭУ, умножительная система которого обладает свойством компенсации временно́го разброса, крутизна Фронта в среднем равна 400 *ма/нсек*.

Амплитуды выходных импульсов ФЭУ-33 колеблются в пределах 0,3—1,1 *а*, причем 75% измеренных экземпляров имели амплитуды порядка 0,4—0,8 *а*.

В тех же приблизительно пределах находились амплитуды импульсов умножителей ФЭУ-11, ФЭУ-13 и RCA-6810A. Максимальные амплитуды, которые удалось получить на умножителях RCA-6342, 0,1—0,2*а*.

Б. Длительность выходных импульсов ФЭУ. Разброс времен пролета электронами отдельных междуэлектродных промежутков ФЭУ приводит к постепенному «размытию» во времени пакета электронов по мере продвижения его от катода к аноду. Величина этого разброса, характеризуемая длительностью выходных импульсов, определяет, в конечном счете, временну́ю разрешающую способность ФЭУ. Она зависит от конструкции электронно-оптических блоков и напряжения питания, которое можно подать на умножитель без опасности возникновения автоэлектронных пробоев или обратной связи.

Измерение ширины импульсов t_u у основания дало для различных типов ФЭУ (см. рисунок) следующие результаты: ФЭУ-33—20 *нсек*; ФЭУ-11—100 *нсек*; ФЭУ-13—40 *нсек*; RCA-6810A—30 *нсек*; RCA-6342—20 *нсек*; ФЭУ с компенсацией временно́го разброса — 6—9 *нсек*.



Осциллограммы выходных импульсов ФЭУ:

а — калибровочная синусоида ($T = 9$ *нсек*); *б* — ФЭУ с компенсацией временно́го разброса; *в* — ФЭУ-13; *г* — ФЭУ-11

В. Разброс времен пролета фотоэлектронами катодного пространства. Неравномерность распределения потенциалов вдоль траекторий электронов в катодном пространстве ФЭУ, а также различие длин этих траекторий приводят к тому, что времена пролета фотоэлектронов зависят от положения участков засветки катодов: минимальные пролетные времена имеют электроны, эмиттируемые из центральных областей катода, максимальные — из крайних областей. Абсолютная величина разброса, характерная для каждого типа ФЭУ, определяется рядом факторов: соотношением между диаметрами катода и входного отверстия диафрагмы, формой и размерами электродов (прежде всего катода), разностью потенциалов между катодом и диафрагмой.

Для измерения разброса времен пролета фотоэлектронов засвечивалась центральная часть катода диаметром 5 *мм*, а затем при помощи специальных экранов с узкими кольцевыми прорезями — периферийные части катода. Смещения анодных импульсов ФЭУ на экране осциллографа относительно «опорного» импульса, генерируемого электрическим разрядом искры, характеризуют искомый разброс.

Измерения временно́го разброса для различных типов ФЭУ дали результаты, указанные в таблице.

В заключение авторы считают своим долгом выразить признательность В. К. Войтовецкому за ценные советы и обсуждение полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Г. Польский, Сб. материалов по вакуумной технике, 1959, 21, 3.

Поступила в редакцию
2 XII 1959

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 9

О ВОЗМОЖНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ФОТОСОПРОТИВЛЕНИЙ ИЗ СЕРНИСТОГО ГЕРМАНИЯ В КАЧЕСТВЕ МИШЕНЕЙ ПЕРЕДАЮЩИХ ТЕЛЕВИЗИОННЫХ ТРУБОК

В. И. Переводчиков, Е. П. Кузнецов

Описаны методика изготовления и основные характеристики высокоомных фотосопротивлений из сернистого германия. Показана возможность использовать эти фотосопротивления в качестве мишеней передающих телевизионных трубок. Приведены основные параметры передающих трубок типа «видикон», изготовленных с мишенями из сернистого германия.

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время большое распространение получили передающие телевизионные трубки типа «видикон», в которых используется явление фотопроводимости. Однако, несмотря на то, что опубликовано довольно много материалов о разработке таких трубок и протекающих в них процессах, все же очень мало работ посвящено исследованиям различных фотопроводников с точки зрения применения их в передающих трубках.

В видиконах, применяемых для передачи изображений в видимом свете, используются только два фотопроводника: аморфный селен и трехсернистая сурьма. Однако некоторые свойства этих фотопроводников усложняют изготовление и применение видиконов. К таким отрицательным свойствам можно отнести инерцию и явление негативной записи (свойственное селену). Оба фотопроводника не выдерживают прогрева при температуре выше 60—70° С, вызывающего необратимые изменения параметров фотослоев и потерю чувствительности. Эти свойства ограничивают области применения трубок и усложняют технологию их изготовления. Необходимо, следовательно, продолжать поиск фотопроводников, которые были бы пригодны в качестве мишеней видиконов, работающих в видимой области спектра.

Одним из наиболее трудно выполнимых требований, предъявляемых к фотопроводникам, используемым в качестве мишеней видиконов, является исключительно высокое удельное сопротивление (10^{11}—10^{13} *ом·см*), необходимое для работы трубки в режиме накопления зарядов. Слои из испаренного сернистого германия (GeS) обладают удельным сопротивлением такого порядка и легко конденсируются в виде однородных пленок, а при подборе соответствующих условий испарения обладают значительной фоточувствительностью. Эти обстоятельства и определили выбор данного фотопроводника, как объекта исследования, с точки зрения возможности его применения в качестве мишени передающей телевизионной трубки типа видикон *.

1. МЕТОД ИЗГОТОВЛЕНИЯ ФОТОСЛОЕВ

Фоточувствительные слои образуются при испарении сернистого германия на стеклянную подложку. Мы получали исходный материал, сплавляя спектрально чистый германий с серой. Германий и серу берут

* Впервые на фотоэлектрические свойства сернистого германия и возможность его использования в качестве мишени передающей телевизионной трубки указал Р. Кашмэн (R. Cashman), Пат. США, кл. 315—65 № 2.730.638 от 10 I 1956.

весовых соотношениях, близких к стехиометрическому; сплавление производится при температуре 1100° С в атмосфере инертного газа. Полученный сплав возгоняется в кварцевых трубках при 450° С в вакууме и осаждается на холодных участках стенок. Сублимация позволяет отделить сернистый германий (GeS) от полученных одновременно с ним при сплавлении двухсернистого германия (GeS_2), окиси и двуокиси германия

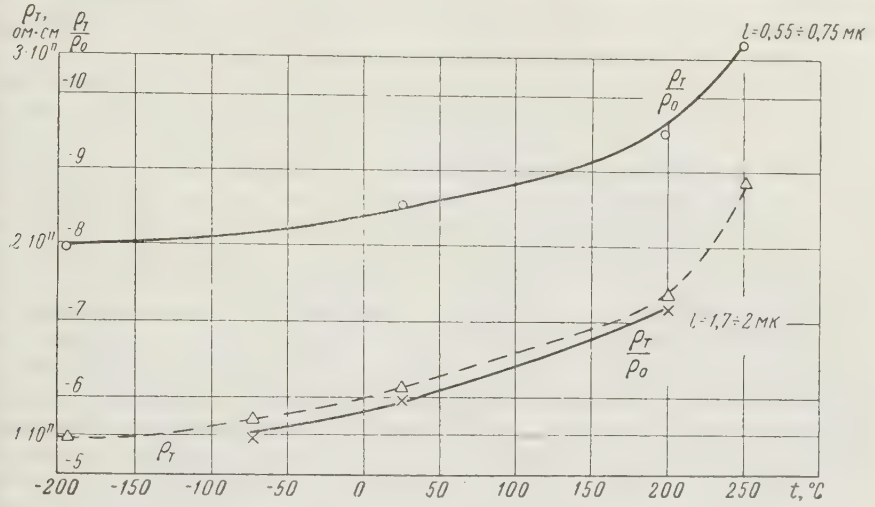


Рис. 1. Зависимость чувствительности и удельного сопротивления от температуры подложки в процессе испарения фотослоя

GeO, GeO_2), а также от непрореагировавших исходных продуктов (Ge S). Испарение сульфида германия производилось в разборном вакуумном устройстве, позволяющем широко изменять температуру подложки во время испарения. Для контроля параметров испаренных слоев в качестве подложки использовались стеклянные пластины с нанесенными на них палладиевыми электродами, зазор между которыми достигал 5 *мм* в ширину и 30 *мм* в длину. Такие размеры зазора позволяли довольно легко измерять удельные сопротивления до величины $5\cdot10^{12}$ *ом·см* при толщине фотослоя 1—2 *мк*. Чувствительность слоев определялась как отношение темнового сопротивления к сопротивлению фотослоя при освещенности на нем 100 *лк*.

Нами изучалась зависимость основных параметров фотослоев (удельного сопротивления и чувствительности) от температуры подложки, скорости испарения, давления в пространстве, в котором происходит испарение, а также воздействие температурной обработки на испаренный фотослой.

На рис. 1 представлена зависимость удельного сопротивления и чувствительности фотослоя от температуры подложки в процессе испарения для двух значений толщины фотослоя (кривые построены по средним данным для 30 фотослоев). Как показывает приведенная характеристика, сопротивление и чувствительность несколько увеличиваются при повышении температуры подложки в момент испарения. Особенно резкий подъем наблюдается при температуре выше 200—250° С. Однако при этих температурах уже трудно получить достаточно толстые слои, так как начинается заметная сублимация сернистого германия. Рост удельного сопротивления и чувствительности с ростом температуры, очевидно, можно объяснить образованием более крупных кристаллов, формирующих слой. В целом зависимость чувствительности и сопротивления фотослоя от температуры подложки в процессе испарения нельзя считать критичной, так как в очень широком диапазоне температур от —200 до +250°С удель-

ное сопротивление изменяется всего в два раза, а чувствительность и того меньше.

Исследования показали также, что изменение давления в объеме, в котором испаряют сульфид германия, в широких пределах от $5 \cdot 10^{-6}$ до 10^{-3} *мм* рт. ст. (при более высоких давлениях трудно получать слои желаемой толщины) практически не сказывается ни на величине удельного сопротивления, ни на чувствительности фотослоев. Значительное увеличение времени испарения уменьшает величину удельного сопротивления, а следовательно, играет отрицательную роль.

Для выяснения роли температурной обработки слоя готовые фотослои подвергались прогреву до 250—300° С как в вакууме (давление $5 \cdot 10^{-6}$ *мм* рт. ст.), так и на воздухе. Эксперимент показал, что прогрев слоев до 100° С не изменяет их параметров. При дальнейшем повышении температуры наблюдается рост сопротивления и чувствительности, причем максимальный рост происходит при прогреве до 250—300° С. Увеличение сопротивления и чувствительности в 1,5—2 раза происходит при прогреве до 250° С, т. е. рост этих параметров примерно соответствует их росту при повышении температуры подложки в процессе испарения (см. рис. 1). Интересно отметить еще два обстоятельства. Во-первых, результаты температурной обработки не зависят от условий прогрева (на воздухе или в вакууме). Во-вторых, слои, полученные при высоких значениях температуры подложки, в меньшей степени изменяют свои параметры при последующем прогреве. В частности, слои, конденсированные при температуре подложки 300° С, вообще не изменяли сопротивления и чувствительности при температурной обработке. Это свидетельствует о том, что улучшение основных параметров фотослоев из сульфида германия зависит от изменения кристаллической структуры слоев, а не от абсорбции кислорода, как это имеет место, например, при температурной обработке слоев из сернистого свинца. Последний вывод подтверждается тем, что фотослой не изменяет своих параметров при длительной работе в вакууме или при последующем (после температурной обработки) прогреве в вакууме. Это обстоятельство очень ценно с точки зрения использования фотослоев из сульфида германия в качестве мишени видикона. Не менее ценным свойством фотослоев является малая критичность параметров к условиям испарения.

2. ХАРАКТЕРИСТИКИ ФОТОСЛОЕВ ИЗ СЕРНИСТОГО ГЕРМАНИЯ

Как следует из рис. 1, удельное сопротивление фотослоев из сульфида германия колеблется в интервале $(1—2{,}5) \cdot 10^{11}$ *ом·см*, т. е. достаточно для работы передающей трубки в режиме накопления заряда. Для оценки чувствительности фотослоев были сняты их световые характеристики, представленные на рис. 2. Эти зависимости были сняты на фотометрической скамье; источником излучения служила лампа накаливания с цветовой температурой, соответствующей стандартному источнику *А*. Все три фотослоя, характеристики которых представлены на рис. 2, были изготовлены при температуре подложки 200° С, причем фотослой № 1 подвергался дополнительному прогреву до 300° С. Приведенные световые характеристики указывают на наличие значительной чувствительности фотослоев. Так, например, фотослой № 1 при освещенности 3 *лк* изменяет свое сопротивление по сравнению с темновым в три раза. Такая чувствительность позволяет предполагать, что передающие трубки с мишенями из сернистого германия смогут работать при освещенности в несколько единиц люкс на фотослое.

Спектральная характеристика фотослоя, снятая на универсальном монохроматоре УМ-2, представлена на рис. 3. Как следует из характеристики, максимум спектральной чувствительности приходится на 590 *ммк*

(у отдельных фотослоев он сдвигается до 560 *ммк*). При бо́льших значениях длин волн начинается спад спектральной характеристики, имеющий максимальную крутизну в области 700—730 *ммк* и затем переходящий в длинный пологий хвост, простирающийся до 900 *ммк* и несколько дальше. В области более коротких длин волн сохраняется значительная

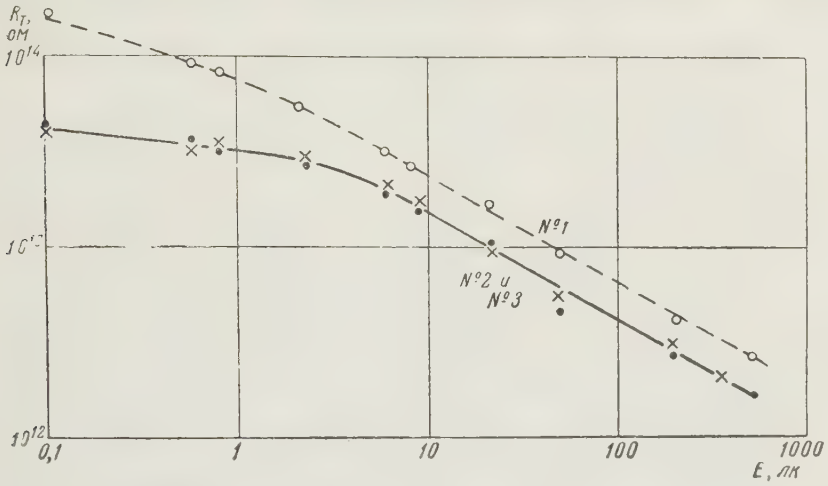


Рис. 2. Световая характеристика фотосопротивлений из сернистого германия

чувствительность вплоть до 500 *ммк*. Монохроматор УМ-2 не позволил получить спектральную характеристику в коротковолновой области спектра. Однако измерения, произведенные на спектрометре с кварцевой призмой и лампой ПРК-2, показали, что фотослои имеют значительную чув-

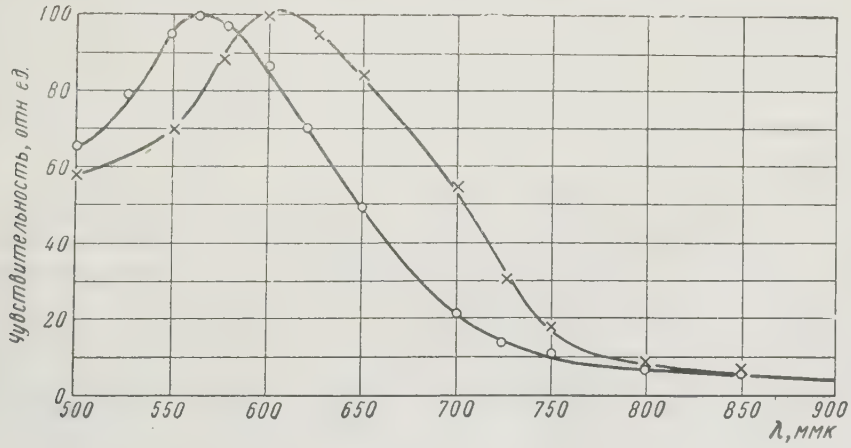


Рис. 3. Спектральная характеристика фотосопротивлений из сернистого германия в области видимого излучения

твительность к линиям 436, 404 и 365 *ммк* и отмечают линии 337, 313 и 02 *ммк*. Таким образом, спектральная чувствительность фотослоев из ульфида германия охватывает видимую область спектра и значительную асть ультрафиолетовой.

Кроме спектральной характеристики чувствительности фотослоев, ыла снята спектральная характеристика прозрачности, которая показала, что коэффициент поглощения слоя резко возрастает в интервале от

750 до 600 *ммк* и излучение с длиной волны менее 600 *ммк* полностью поглощается фотослоем. Это приводит к значительной зависимости чувствительности фотослоя от его толщины, что можно видеть по характеристикам на рис. 1.

На рис. 4 представлена зависимость сопротивления фотослоя от температуры. Температурную характеристику можно аппроксимировать

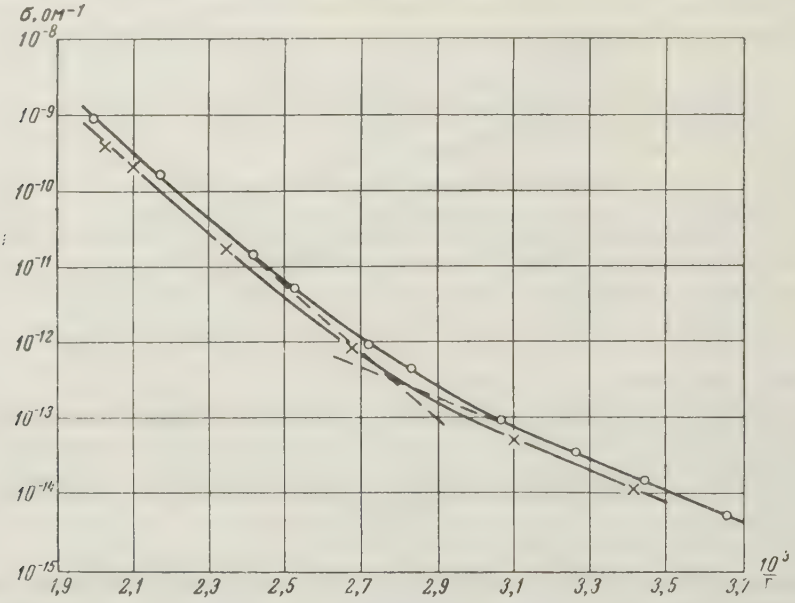


Рис. 4. Зависимость сопротивления фотослоя от температуры

двумя прямыми линиями, что говорит о наличии собственной и примесной проводимостей. Ширина запрещенной зоны, полученная из этих кривых, равна 1,7—1,75 *эв*, работа диссоциации примесных уровней 0,9—0,95 *эв*. Близкие к этим результаты получаются также при подсчете ширины запрещенной зоны по спектральной характеристике, если за красную границу, определяемую собственной проводимостью, принимать 730 *ммк*.

Одновременно с температурной характеристикой проводимости снималась зависимость чувствительности от температуры. Эксперимент показал, что при повышении температуры чувствительность фотослоев сильно падает. Так, при 60° С чувствительность падает в 3 раза, по сравнению с чувствительностью при 20° С, а при нагреве до 100° С — в 8 раз.

Приведенные характеристики и параметры позволяют считать, что фотослои из сернистого германия можно использовать в качестве мишеней передающих трубок, работающих в видимой области спектра. Особый интерес представляют ультрафиолетовая чувствительность сернистого германия и возможность работы (хотя и с пониженной чувствительностью) при 60—70° С.

3. НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ ПРИМЕНЕНИЯ ФОТОСЛОЯ В КАЧЕСТВЕ МИШЕНИ ВИДИКОНА

Характеристики фотосопротивлений из сернистого германия говорят о возможности использования получаемых слоев в качестве мишеней видиконов. Однако для того чтобы убедиться в целесообразности изготовления трубок с подобными мишенями, необходимо установить, как можно совместить методику изготовления фотослоя с технологией отпаянного вакуумного прибора с оксидным катодом.

Из описания метода изготовления фотослоев следует, что они не ухудшают своих параметров при прогреве до 250—300 С как на воздухе, так и в вакууме. Известно также, что испарение сернистого германия можно вести в высоком вакууме и для достижения достаточно высокой чувствительности не требуется какой-либо обработки в атмосфере паров или газа. Таким образом, возможны два метода изготовления видиконов с мишенью из сернистого германия: с переносом изготовленного фотослоя через воздух и без переноса. Первый метод основан на том, что фотослои выдерживают длительный высокотемпературный прогрев в вакууме. По этому методу фотослой изготовляют на дне колбы в каком-либо разборном устройстве, после чего следуют запайка прожектора и вакуумная обработка трубки. По второму методу испарение сернистого германия следует вести через специальный штенгель после окончательного изготовления и обезгаживания трубки. Дополнительные эксперименты показали, что газовыделение, сопровождающее активировку оксидного катода, не влияет на параметры фотослоя. Кроме того, испарение сернистого германия в объеме, в котором находится оксидный катод, позволяет после дополнительной активировки катода получать обычные величины электронной эмиссии. Это свидетельствует о возможности совместить изготовление фотослоев из сернистого германия с удовлетворительным обезгаживанием и вакуумной обработкой видиконов.

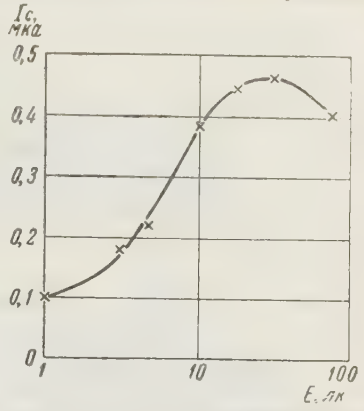


Рис. 5. Световая характеристика видикона с мишенью из сернистого германия

Нами были изготовлены образцы видиконов с фотослоями из сернистого германия. Трубки имели стандартные размеры, соответствующие видиконам ЛИ-18. Режим их работы также мало отличался от режима работы ЛИ-18. Изображение стандартной испытательной таблицы 0249 имело разрешающую способность 500—550 строк и 5—6 полутоновых градаций.

На рис. 5 представлена световая характеристика видикона с мишенью из сернистого германия, подтверждающая его высокую чувствительность. Так, например, уже при освещенности 1 *лк* на мишени сигнал равен 0,1 *мка*, а при 10 *лк* — 0,4 *мка*. Рабочим диапазоном трубки (без изменения режима ее работы) следует считать освещенности на мишени от 1 до 30 *лк*. При изменении напряжения на мишени рабочий диапазон можно расширить. Трубка имеет значительную инерцию — при скорости движения проекции испытательной таблицы на мишень 2—2,5 *мм/сек* четкость изображения падает до 300—350 строк. Этот вопрос требует дальнейшего изучения, так как инерция сильно зависит от толщины фотослоя и, очевидно, в основном определяется коммутационными процессами.

Необходима дальнейшая разработка видиконов с мишенями из сернистого германия, так как указанные фотослои имеют ряд преимуществ перед используемыми в настоящее время: значительную чувствительность в ультрафиолетовой области спектра, отсутствие необратимой потери чувствительности при нагреве мишени до высоких температур (200—250 С), возможность работать при температуре мишени 60—70 С и простоту изготовления фотослоя в видиконе.

Поступила в редакцию
8 X 1959

ПРИМЕРЫ ПРАКТИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ ЭЛЕКТРОННЫХ (ИОННЫХ) ОПТИЧЕСКИХ СИСТЕМ С УЧЕТОМ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА ПОСРЕДСТВОМ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ТРЕХМЕРНОМ ЭЛЕКТРОЛИТЕ

В. М. Брейтман

В работах [1, 2, 3] изложены теоретические основы метода приближенного моделирования в трехмерном электролите ионных оптических систем с учетом пространственного заряда. В настоящей статье приведены результаты проверки этого метода на моделировании полей с пространственным зарядом, доступных теоретическому расчету; путем сопоставления полученных данных можно судить о степени их взаимного соответствия. Проводилось моделирование полей следующих диодов: 1) плоскопараллельного с бесконечным эмиттером; 2) цилиндрического с внутренним коллектором («сходящийся» пучок); 3) цилиндрического с наружным коллектором («расходящийся» пучок).

1. ОСНОВНЫЕ ФОРМУЛЫ

Для удобства практических вычислений формулы работы [3] представляем в безразмерных величинах

$$X(\sigma_1, \sigma_2) = Po_0^{1/2} \int_{\sigma_1}^{\sigma_2} \left| \frac{j}{\varphi^{3/2}} \right|^{1/2} d\sigma; \quad Po_0 = \sqrt{\frac{m}{e}} \frac{J_0 L^2}{U_0^{3/2}} = \text{const}, \qquad (1)$$

в которых

$$j = J/J_0, \quad \varphi = U/U_0, \quad \sigma = s/L, \quad J_0 = \text{const}, \quad U_0 = \text{const},$$

$$L = \text{const}, \quad \sqrt{\frac{m}{e}} \simeq 1{,}3769 \cdot 10^{-9}.$$

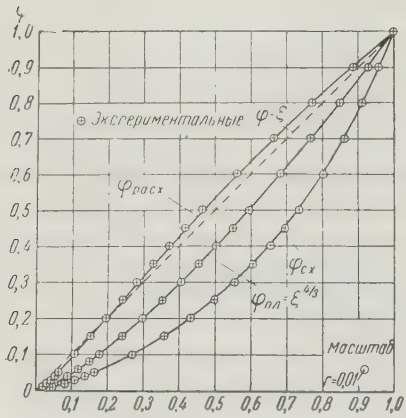


Рис. 1. Зависимость теоретически вычисленных и найденных путем моделирования величин относительного потенциала φ для диодов: плоскопараллельного, цилиндрического с внутренним коллектором, цилиндрического с наружным коллектором

Расчеты величин относительного потенциала φ и данные эксперимента для указанных типов диодов приведены на рис. 1. Расчет вертикального профиля эквипотенциали (электрода) [3] в глубине электролита произво-

дится по приближенной формуле

$$X(\sigma_в,\ \sigma_\theta) \simeq -X(\sigma_в,\ \sigma_{0э}) + c_1 \ln\left[\frac{\cos\theta}{\left(\cos\frac{4}{3}\theta\right)^{3/4}}\right], \qquad (2)$$

где $\sigma_{0э}$ — координата точки пересечения оси σ с эквипотенциалью $\Psi = \text{const}$, $c_1 = 2^{1/4}/3\sqrt{\pi} \simeq 0{,}2236$.

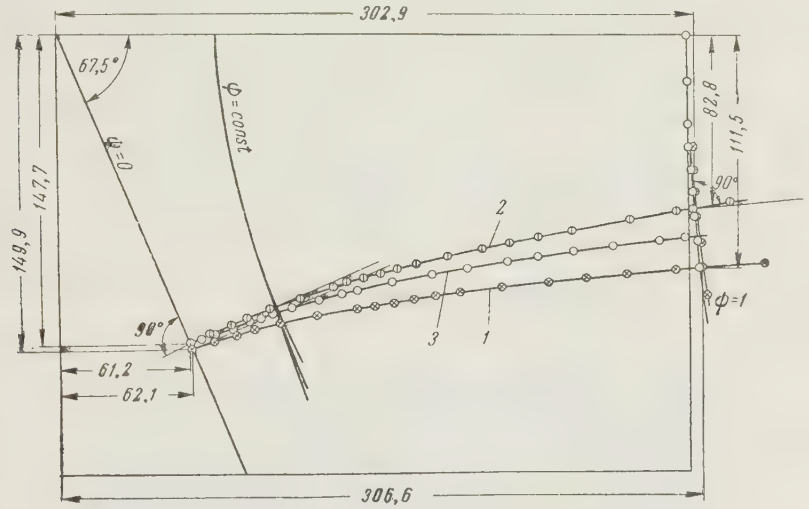


Рис. 2. Чертеж рельефов дна и электродов моделей:

1 — цилиндрический диод с расходящимся пучком; *2* — цилиндрический диод со сходящимся пучком; *3* — плоскопараллельный диод

При расчете профиля анода здесь

$$X(\sigma_в,\ \sigma_{0э}) = X(\sigma_э,\ \sigma_э) = 0.$$

Расчет профиля силовой линии («дна») в глубине электролита производится по приближенной формуле [3]

$$X(1,\ \sigma_\theta) \simeq -X(1,\ \sigma_{0c}) - c + c_1 \ln\left[\frac{\cos\theta}{\left(\sin\frac{4}{3}\theta\right)^{3/4}}\right], \qquad (3)$$

где σ_{0c} — координата точки «стыка» эмиттера, наклоненного под углом $\theta_0 = 67{,}5°$ к горизонту, с дном модели;

$$c = \frac{2^{1/4}}{3\sqrt{\pi}} \ln\cos\theta_0 \simeq 0{,}2148.$$

Чертежи рельефов дна и электродов моделей приводятся на рис. 2.

2. РАСЧЕТЫ φ, *X* И РЕЛЬЕФА МОДЕЛИ

а) Плоскопараллельный диод. Расчеты упрощаются тем, что

$$\varphi = \xi^{4/3},\ \xi = \frac{x}{L},\ X(\xi_0,\ \xi_\theta) = Po_0^{1/2} \ln\frac{\xi_\theta}{\xi_0},\ Po_0 \simeq 0{,}05000,$$

и, согласно решению задачи Пирса [3, 4], можно непосредственно получить для профиля электрода (для анода $\xi_{0э} = 1$) (рис. 2)

$$\xi_\theta = \xi_{0э}\frac{\cos\theta}{\left(\cos\frac{4}{3}\theta\right)^{3/4}};$$

для профиля дна

$$\xi_\theta = \frac{\xi_{0c}}{\cos\theta_0}\,\frac{\cos\theta}{\left(\sin\frac{4}{3}\,\theta\right)^{3/4}}, \quad \theta_0 = 67{,}5°.$$

б) Цилиндрический диод со сходящимся пучком. Величина φ рассчитывается по формулам и таблицам Ленгмюра — Блоджет [5]. Начало координат принимаем на катоде. Выбираем следующие характеристики диода:

$$R_{0\,\text{кат}} \simeq 1{,}0\ см, \quad r_{0\,\text{ан}} \simeq 0{,}25\ см,$$
$$L = R_{0\,\text{кат}} - r_{0\,\text{ан}} \simeq 0{,}75\ см, \quad U_0(L) \simeq 400\ в \simeq 1{,}333\ \text{CGSE}.$$

При этом

$$j = \frac{J}{J_0} = \frac{1}{1 - \frac{L}{R}\,\xi}.$$

Величина $J_0 = J(L)$ находится по данным работы [5]. Полный ток I на единицу высоты диода равен

$$I \simeq 2{,}285 \cdot 10^8 \frac{U_0^{3/2}}{r\beta^2}\ \text{CGSE}.$$

В точке $\xi = 1$ (на аноде)

$$\frac{R_{\text{кат}}}{r_0} = 4;\ \beta^2 \simeq 6{,}0601;\ I(1) \simeq 2{,}323 \cdot 10^8\ \text{CGSE};$$
$$J(1) = \frac{I}{2\pi R_{\text{кат}}} \simeq \frac{2{,}325 \cdot 10^8}{2\pi \cdot 1} \simeq 0{,}370 \cdot 10^8\ \text{CGSE}.$$

Следовательно,

$$Po_0 = 1{,}3769 \cdot 10^{-9} \cdot 0{,}370 \cdot 10^8\,(3/4)^2 \cdot (1{,}333)^{-3/2} \simeq 0{,}01862.$$

Величины X рассчитываются по формуле (1) (например, методом трапеций, при переменном шаге $h \simeq 0{,}01 - 0{,}05$, соответственно выбранному шагу ξ для таблицы Ленгмюра — Блоджет [5]).

Рельефы анода и дна (рис. 2) вычисляются по формулам (2) и (3).

в) Цилиндрический диод с расходящимся пучком рассчитывается аналогично. Величины φ рассчитываются по данным работы [5]. Начало координат принимаем на катоде. Задаемся характеристиками диода:

$$R_{\text{ан}} \simeq 1{,}0\ см, \quad r_{\text{кат}} \simeq 0{,}25\ см, \quad L = R_{\text{ан}} - r_{\text{кат}} = 0{,}75\ см,$$
$$U_0(L) \simeq 400\ в \simeq 1{,}333\ \text{CGSE}.$$

При этом

$$\frac{r_{\text{кат}}}{R_{\text{ан}}} = 0{,}25, \quad \beta^2 \simeq 0{,}6671,$$
$$I(1) \simeq \frac{2{,}285 \cdot 10^8 \cdot (1{,}333)^{3/2}}{1 \cdot 0{,}6671} \simeq 5{,}2729 \cdot 10^8\ \text{CGSE},$$
$$J(1) = \frac{I}{2\pi r_{\text{к}}} \simeq \frac{5{,}2729 \cdot 10^8}{2\pi \cdot 0{,}25} = 3{,}3568 \cdot 10^8\ \text{CGSE}.$$

Следовательно,

$$Po_0 \simeq \frac{1{,}3769 \cdot 10^{-9} \cdot 3{,}3568 \cdot 10^8 \cdot 0{,}5625}{1{,}5394} \simeq 0{,}1689.$$

Расчеты X, профилей дна и анода произведены по формулам (1) — (3) (рис. 2).

3. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ

Изолирующее дно модели получается следующим образом. Вырезается несколько вертикально устанавливаемых шаблонов из листового оргстекла, которые крепятся между собой небольшими отрезками из оргстекла при помощи клея. Промежутки между шаблонами заполняются парафином, избыток которого срезается. Электроды изготовляются из нержавеющих металлических листов (красная медь, латунь, нержавеющая сталь и пр.). Опорами им служат также соответствующие шаблоны из листового оргстекла (рис. 3, 4, 5).

Результаты испытаний моделей в электролитической ванне приводятся на рис. 1 и в таблице. Расхождение между теоретическими величинами $\varphi_{\text{теор}}$ и $\varphi_{\text{эксп}}$, полученными путем моделирования, не превышают 1.0% от φ (1) = 1 (рис. 1). Зависимости φ от X показаны на рис. 6.

Оценка ошибок моделирования

Вид ошибки в %	Плоскопараллельный диод	Цилиндрический диод (сходящийся пучок)	Цилиндрический диод (расходящийся пучок)
Средняя относительная $\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}\Delta\varphi\cdot 100$	0,15	0,51	0,42
Средняя квадратичная относительная $\left(\frac{1}{n}\sum_{1}^{n}(\Delta\varphi)^2\right)^{1/2}\cdot 100$	0,19	0,63	0,54

Примечание. $\Delta\varphi = \varphi_{\text{теор}} - \varphi_{\text{эксп}} = \frac{1}{U_0}(U_{\text{теор}} - U_{\text{эксп}})$, $U_0 = U(L)$, $n = 18$.

На рис. 7 показано сопоставление полей $\varphi(\xi)$, определяемых на поверхности электролита; полей $\varphi_0(\xi)$, снятых вдоль прямых, наклоненных под углом $\theta = \text{const}$ к горизонту; геометрических картин полей $\psi(\xi, \theta)$ в глубине электролита. На рис. 7 $\nu = y/L$. Из рис. 7 видно, что для данного диода при различных $\theta = \text{const}$ поля $\varphi_0(\xi)$ и $\psi(\xi, \theta)$ отличаются от аналогичных полей другого диода. Иными словами, каждому индивидуальному полю $\varphi_0(\xi)$ соответствует свое индивидуальное поле $\psi(\xi, \theta)$.

На рис. 8 показаны (исходя из формул (1), (2) и (3)) единое геометрическое строение всех полей $\psi(X_0, \theta) = \psi(X_0, Y)$ на плоскости $\mathscr{X}(X_0, \theta)$ и соответствующие им поля $\varphi_{\theta c} = \varphi(X_{\theta c}, \theta_c)$, $\theta_c = \text{const}$ (см. [2, 3]). На рис. 8 $Y = X_\theta \operatorname{tg}\theta$. Плоскость $\mathscr{X}(X_\theta, \theta)$ тождественна плоскости $\mathscr{X}(X_0, Y)$. На рис. 9 показан иной вариант, когда плоскость $\mathscr{X}(X_0, \theta)$ заменена плоскостью $\mathscr{X}(X_0, \nu)$, где $\nu = y/L$. Из рис. 8, 9 видно, что все $\varphi_{\theta c}$ для данного диода — суть одна и та же кривая φ, транслированная вдоль оси X с постоянной величиной смещения $\delta_\theta = X_0 - X_\theta = \text{const}$. При различных исходных $\varphi(\xi)$ для различных диодов изменяются только числа $\psi = \text{const}$, но геометрическое строение, форма эквипотенциалей $\psi = \text{const}$ остаются на плоскости $\mathscr{X}(X_0, \theta)$ приблизительно неизменными при всех видах полей $\varphi(\xi)$. Они определяются приближенной инвариантной геометрической

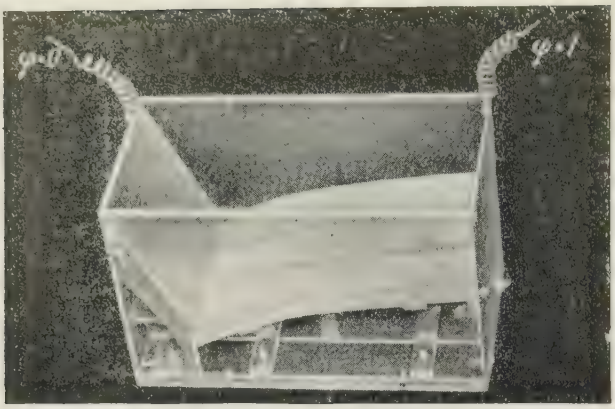


Рис. 3. Общий вид модели плоскопараллельного диода с бесконечным эмиттером

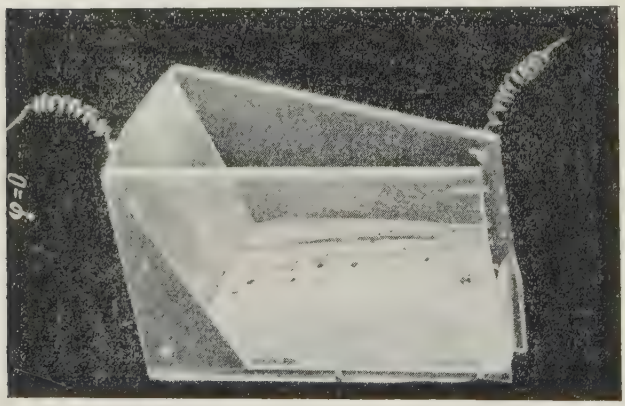


Рис. 4. Общий вид модели цилиндрического диода с внутренним коллектором

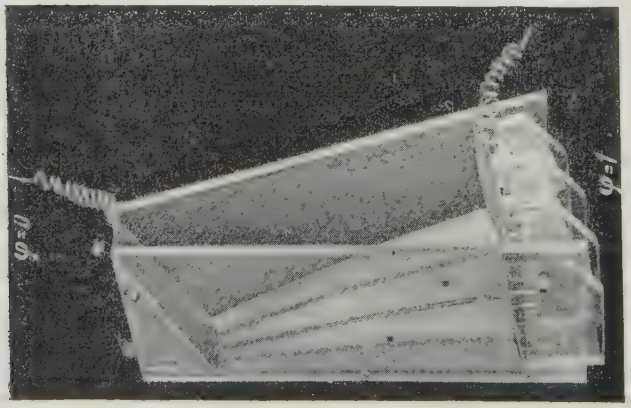


Рис. 5. Общий вид модели цилиндрического диода с наружным коллектором

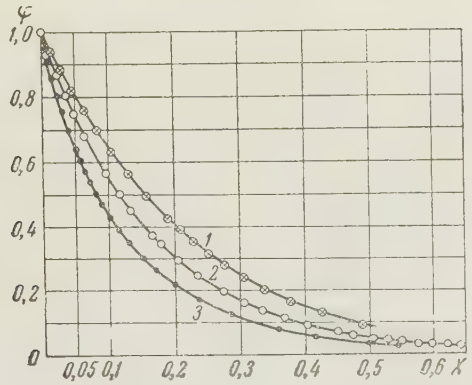


Рис. 6. Зависимость φ от X для трех диодов:

1 — цилиндрический диод с расходящимся пучком; *2* — плоскопараллельный диод; *3*—цилиндрический диод со сходящимся пучком

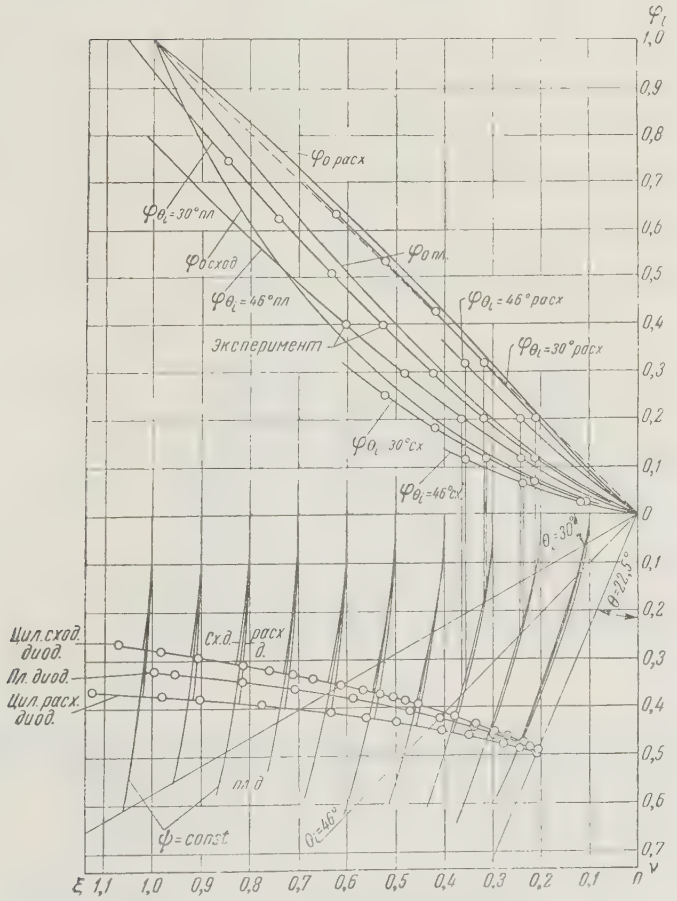


Рис. 7. Сопоставление полей $\varphi_0(\xi)$, определяемых на поверхности электролита, с полями $\varphi_\theta(\xi)$, определяемыми в глубине электролита, при $\theta = \text{const}$ и геометрических картин полей $\psi(\xi, \theta)$ для трех исследованных диодов

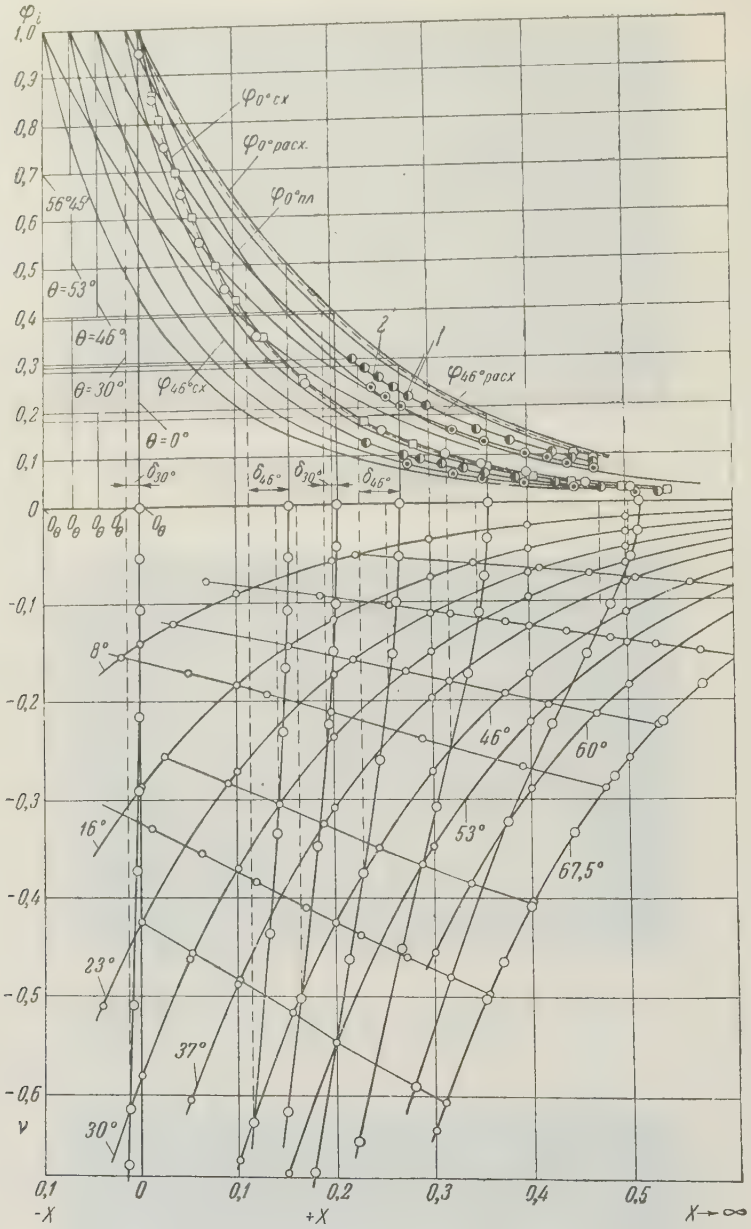


Рис. 8. Единое геометрическое строение всех полей ψ на плоскости $\mathcal{X}$-(X_0, Y) и постоянные смещения δ полей φ (X_0, Y) при $\theta = \text{const}$

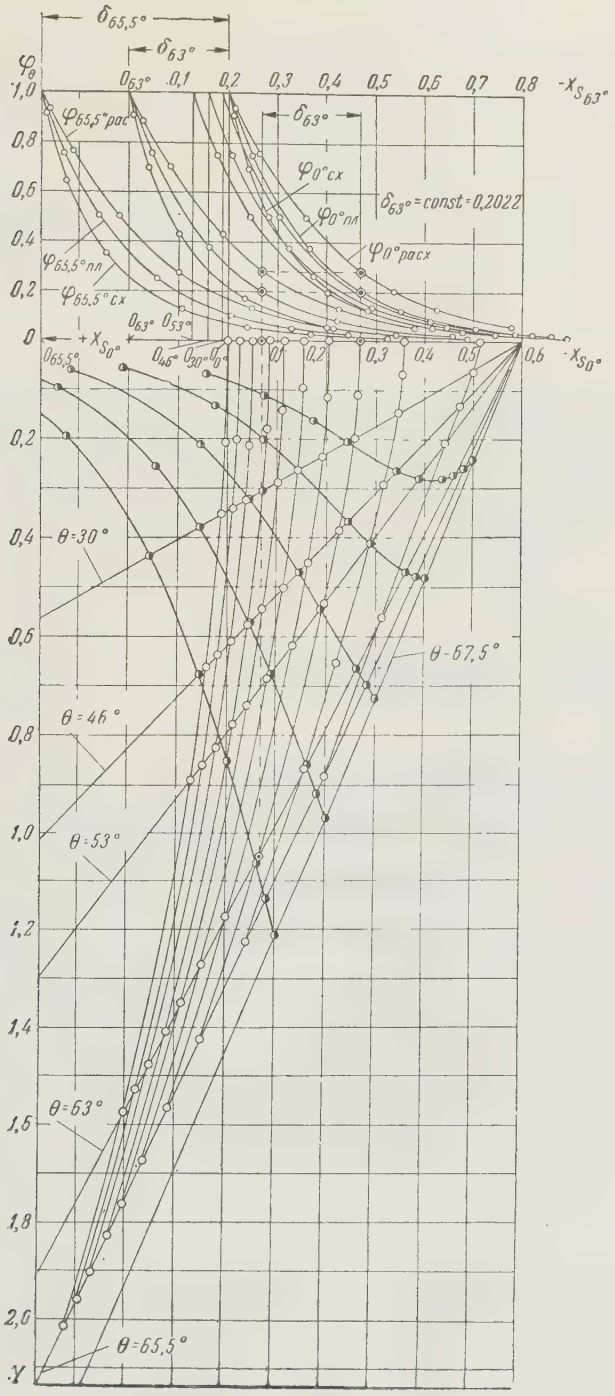


Рис. 9. Единое геометрическое строение всех полей ψ на плоскости $\mathcal{X}(X_\theta, \nu)$ и постоянные смещения δ полей $\varphi(X_\theta, \nu)$ при $\theta = \text{const}$

$\delta_{46°} = \text{const} = 0{,}0417$; $\delta_{30°} = \text{const} = 0{,}0125$; *1*, *2* и пр.— φ_i эксп

связью между координатами X и θ, даваемой формулами (2), (3) (см. [3]).

Одновременно обнаружено, что модели поля цилиндрического диода с расходящимся пучком, рассчитанные по формуле (9) работы [3], совпадающей с формулой Гудэ и Мюссона [3], даже для «мелких» моделей, дали неудовлетворительный результат: систематическая ошибка в определении потенциала достигает 5,0% от U (1). Относительные ошибки в прикатодной области достигают 20%. Между тем, поле φ того же диода, найденное моделированием нашим методом, в том числе при «глубоких» (см. рис. 3, 4, 5) моделях, при помощи формул (1), (2) и (3), имеет отклонение от истинного менее чем на 1,0% потенциала анода U (1). Отмечается хорошая точность φ (ξ) в прикатодной области (рис. 1).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Экспериментальная проверка разработанного метода [3] путем расчета, изготовления и испытания моделей (мелких и глубоких) привела к положительным результатам: относительная разность $\Delta\varphi$ между теоретически вычисленными и экспериментально найденными величинами φ находится в пределах от 0,0 до 1,0% от анодного потенциала и не превышает экспериментальных погрешностей электролитической ванны.

Показано единое геометрическое строение всех полей $\psi(X_\theta, \theta) = \psi(X_0, Y)$ на плоскости $\mathscr{X}(X_\theta, \theta)$ или $\mathscr{X}(X_0, Y)$ в глубине электролита.

Показано, что все $\psi_{\theta c}$ при $\theta = \text{const}$ для данного диода — суть одна и та же кривая φ, транслированная вдоль оси X с постоянной величиной смещения $\delta_\theta = \text{const}$.

В вычислительной и экспериментальной работах принимали участие Р. И. Егорова, Е. Н. Пшеничко, В. Н. Дронов.

Выражаю признательность И. Ф. Малышеву и Ф. Г. Железникову за содействие в организации исследовательской работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Брейтман, Подобие физических явлений с геометрической точки зрения, НДВШ (Энергетика), 1958, 1, 98.
2. В. М. Брейтман, Методы размерностей и подобия интегральных в целом, Тр. межвузовской конференции по вопр. физ. и матем. моделирования. Секц. физ. моделирования, МЭИ, 1959, вып. 38.
3. В. М. Брейтман, Метод приближенного расчета ионных оптических систем с учетом пространственного заряда посредством моделирования в трехмерном электролите, Докл. АН СССР, 1959, 127, 6.
4. Дж. Р. Пирс, Теория и расчет электронных пучков, Изд. Советское радио, 1956.
5. К. Шпангенберг, Электронные лампы, Изд. Советское радио, 1955.

Поступила в редакцию
18 XI 1959.

ВЛИЯНИЕ ИОННОЙ БОМБАРДИРОВКИ НА ЭЛЕКТРОННУЮ ЭМИССИЮ ОКСИДНОГО И БОРИДНОГО КАТОДОВ

Е. Т. Кучеренко, В. П. Демьяненко, Г. Н. Тальнова

Проведено исследование влияния ионной бомбардировки на эмиссию оксидного катода в режиме глубокого недокала.

Изучено влияние бомбардировки ионами неона, аргона и ртути на эмиссию боридного катода. Показано, что термоэлектронная эмиссия катода из гексаборида лантана, накаленного до рабочих температур, практически не изменяется при обстреле катода ионами в исследованном интервале энергий и плотностей ионного тока. При пониженных температурах накала получен эффект активирования катода из LaB_6 в случае ионов неона и аргона и эффект отравления — при обстреле ионами ртути.

ВВЕДЕНИЕ

Настоящая работа является продолжением начатого нами ранее [1] исследования влияния ионной бомбардировки на эмиссию оксидного катода *. В первой части работы исследован оксидный катод в режиме глубокого недокала, а во второй — новый объект — катод из гексаборида лантана.

1. ОКСИДНЫЙ КАТОД В РЕЖИМЕ ГЛУБОКОГО НЕДОКАЛА

Анализ результатов работы [1] показал, что физическая картина влияния ионов на эмиссию оксидного катода является довольно сложной и не может быть понята без ряда дополнительных исследований этого явления. Поскольку элементарный акт взаимодействия ионов с поверх-

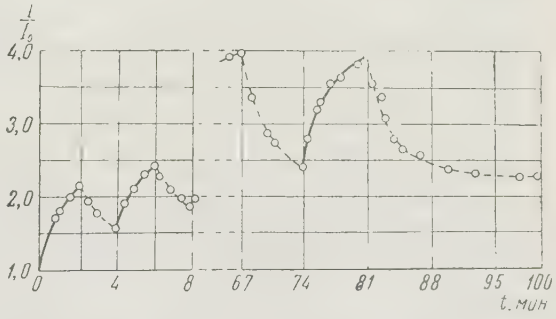


Рис. 1. Типичный ход процесса активирования оксидного катода под действием ионной бомбардировки. $U_p = 200$ *эв*, $I_p = 1{,}8$ *мка/см²* (сплошная кривая — ионный ток включен, штриховая — выключен)

ностью оксидного катода неизбежно сопровождается явлением реактивации, связанным в основном с диффузионными процессами, интересно исследовать процесс распыления оксидного катода в режиме глубокого недокала, когда диффузионные процессы практически могут быть заморожены.

Методика этого эксперимента была аналогична описанной ранее. Отличие состояло в том, что электрическая схема позволяла контролировать эмиссионную способность катода как осциллографически, так и при помощи токового прибора (в режиме глубокого недокала).

Помимо обычной процедуры активирования оксидного катода в условиях высокого вакуума [2], мы проводили, как это качественно описано

* Исследовался плоский катод ø 3 *мм* заводского изготовления.

в [1], активирование катода ионной бомбардировкой. Суть этого процесса иллюстрируется рис. 1. Данный образец катода после термического и электролитического активирования в течение нескольких часов давал стабильную эмиссию ~50 *ма/см*². Эта же эмиссия сохранялась и тогда, когда в систему напускался аргон до давления $2 \cdot 10^{-4}$ *мм* рт. ст. Бомбардируя затем катод ионами в течение 2 *мин*, мы наблюдали рост эмиссии, но она уже оставалась на более высоком уровне, чем до бомбардировки. Повторная бомбардировка оксидного катода тем же током снова приводила к

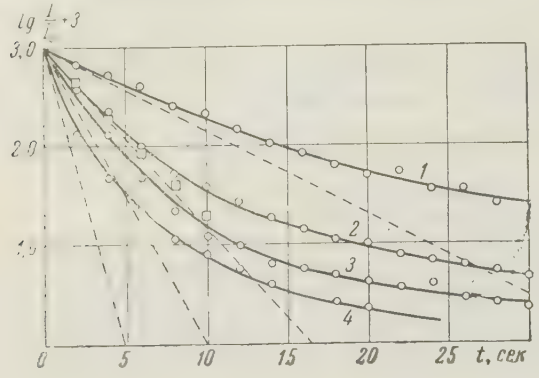


Рис. 2. Начальные части зависимостей $\lg \frac{I}{I_0}$ от времени при $T = 760°$ K ($U_f = 2{,}5$ *в*), $I_p = 4$ *мка/см*², U_p в электроновольтах: *1* — 125; *2* — 200; *3* — 400; *4* — 800.

росту эмиссии и т. д. В конце концов достигалось такое состояние, когда рост эмиссии под влиянием ионной бомбардировки не превышал спада после выключения ионного тока. При этом эмиссионная способность катода увеличивалась более чем в 2 раза. Повышение плотности тока всегда вызывает более эффективный рост эмиссии катода, сохраняя те же самые особенности процесса активации. При многократном повторении описанной процедуры активирования оксидного катода всегда удается достичь эмиссионной способности 2,5—3 *а/см*² (длительность экспоненциальных импульсов 150 *мксек*), при которой катод, имея нормальную рабочую температуру, уже не реагирует на ионную бомбардировку. Аналогичный эффект можно получить и в случае непрерывного воздействия ионного пучка на оксидный катод в течение определенного времени.

Проведя исследование влияния ионной бомбардировки на эмиссионную способность такого хорошо активированного оксидного катода в режиме глубокого недокала, мы получили следующие результаты.

1. Временные зависимости спада тока $\lg \frac{I}{I_0} = f(t)$ при $I_p = \text{const}$ ($U_f = 2{,}5$ *в*) имеют вид, показанный на рис. 2, и в качественном отношении напоминают аналогичные зависимости, полученные в [1] для такого же катода, тепловой режим которого был близок к рабочему. Здесь, как и прежде [1], равновесное значение эмиссии также оказывается зависящим от параметров ионного пучка. Такое поведение катода в режиме глубокого недокала дает основание думать, что взаимодействие иона с поверхностью оксидного катода нельзя свести к простому распылению активного слоя, а следует предположить наличие других элементарных явлений, которые сопутствуют процессу распыления. Одним из наиболее вероятных процессов, сопутствующих распылению оксидного катода, может быть диссоциация окислов на поверхности оксидного слоя, связанная с выделением кислорода. Некоторым подтверждением этого может служить чрезмерно большое увеличение работы выхода оксидного слоя (более чем в 2 раза), полученное в режиме недокала методом прямых Ричардсона до и после воздействия на катод ионной бомбардировки, хотя эмиссионная способность катода при этом уменьшается в 7—8 раз.

2. Логарифмическая обработка кривых типа, показанного на рис. 2, как это делалось в [1], позволила получить величины $\frac{d}{dt}\left(\lg \frac{I}{I_0}\right)\Big|_{t=0} = \alpha$,

непосредственно характеризующие скорость спада эмиссии в исходный момент времени, и построить их зависимости от энергии и плотности ион-

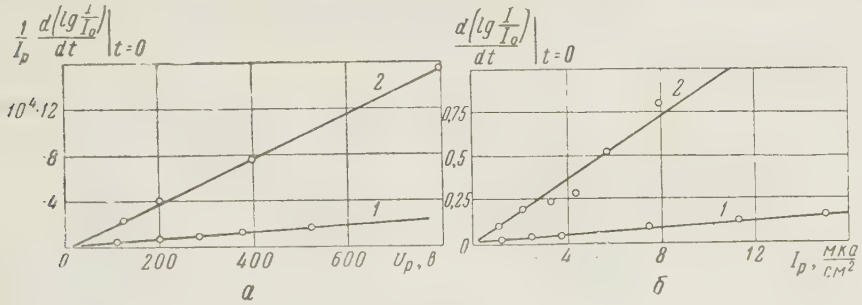


Рис. 3

а — кривая *1*: $U_f = 4{,}8$ *в* (990° К), $I_p = 12$ *мка/см²*, кривая *2*: $U_f = 2{,}5$ *в* (760° К), $I_p = 4$ *мка/см²*; *б* — кривая *1*: $U_f = 4{,}8$ *в* (990° К), $U_p = 300$ *эв*, кривая *2*: $U_f = 2{,}5$ *в* (760° К), $U_p = 300$ *эв*

ного тока (рис. 3, *а*, *б*, кривые *2*). На этих рисунках нанесены также аналогичные зависимости (кривые *1*), взятые из работы [1], для более форсированного теплового режима катода (990° К). Как видно из приведенных кривых, экспериментальные зависимости α, построенные в функции от энергии ионов и плотности тока ионного пучка и в режиме глубокого недокала, являются линейными. Таким образом, в недокальном режиме, если пренебречь реактивацией, должен иметь место закон спада эмиссии во времени, описываемый уравнением (2) в работе [1]:

$$I = I_0 e^{-a(U_p^2 - b)I_p t}. \qquad (1)$$

Если оценить константы a и b из экспериментальных кривых для одной температуры и подставить их в выражение (1), то оно в пределах нескольких секунд качественно правильно описывает ход процесса спада эмиссии во времени (на рис. 2 квадратиками обозначены точки, вычисленные по уравнению (1) для кривой с параметрами $U_p = 300$ *эв*, $I_p = 4 \cdot 10^{-6}$ *а/см²*, $T = 760°$ К). Однако значительное отклонение экспериментальной кривой от зависимости (1) указывает на сложность процесса взаимодействия ионов с поверхностью оксидного катода, которое сопровождается другими явлениями, трудно учитываемыми в этом эксперименте.

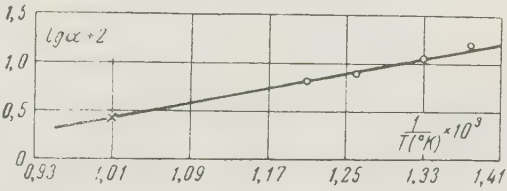


Рис. 4

3. Изучение температурного хода спада эмиссии в режиме глубокого недокала показало, что и в этом случае, когда катод бомбардируется ионным током постоянной плотности и энергии, зависимость

$$\frac{d}{dt}\left(\lg\frac{I}{I_0}\right)\Big|_{t=0} = f\left(\frac{1}{T}\right)$$

имеет экспоненциальный характер. На рис. 4 построена одна такая зависимость, когда катод бомбардировался ионами аргона с энергией 300 *эв* и плотностью тока $1 \cdot 10^{-6}$ *а/см²*. На этой кривой точки, отмеченные кружками, относятся к интервалу температур 730—820° К (сняты в стационарном режиме), а точка, отмеченная крестиком, соответствует температуре 990° К и снята осциллографически. Таким образом, указанная экспоненциальная зависимость подтверждается в широком интервале температур.

2. ВЛИЯНИЕ ИОННОЙ БОМБАРДИРОВКИ НА ЭМИССИЮ БОРИДНОГО КАТОДА

Исследование ионной бомбардировки боридного катода интересно как с точки зрения термоэмиссионной устойчивости, так и с точки зрения выяснения механизма эмиссии гексаборида лантана, о природе которой высказаны различные взгляды [3, 4, 5].

В настоящей работе мы применили нашу методику по исследованию влияния ионной бомбардировки на эмиссию оксидного катода, описанную в [1], к исследованию гексаборида лантана. Отличие состояло в том, что источник ионов имел несколько иное расположение электродов, позволявшее применить магнитное поле и, изменяя величину последнего, подбирать необходимый режим работы источника [6]. Таблетка гексаборида лантана * не имела непосредственного контакта с металлом и была вмонтирована в графитовую оправу с охранным кольцом. Разогрев катода до высоких температур производился электронной бомбардировкой. Температура катода оценивалась при помощи пирометра. Электрическая схема сохраняла все особенности измерительной схемы, приведенной на рис. 3 работы [1]. Проведенные исследования в атмосфере неона и аргона показали следующее.

Рис. 5

а — газ — неон, $T = 1400°$ С, $I_p = 40$ *мка/см²*, энергия ионов (*кэв*): + — 1, ○ — 2, △ — 3; *б*—газ—аргон, $T = 1400°$С, ○ — $U_p = 1$ *кэв*, $I_p = 100$ *мка/см²*, + — $U_p = 3$ *кэв*, $I_p = 150$ *мка/см²*, △ — $U_p = 6$ *кэв*, $I_p = 200$ *мка/см²*; *в* — ртуть, $T = 1260°$ С, $U_p = 0{,}5$ *кэв*, $I_p = 8$ *мка/см²*

1. Электронная эмиссия боридного катода, накаленного до температуры 1400—1500° С, не испытывает заметного изменения под влиянием бомбардировки ионами аргона и неона с энергией в несколько киловольт и плотностью тока до 200 *мка/см²*. Это проиллюстрировано соответствующими точками на рис. 5, *а*. Данные рис. 5, *а* получены при помощи описанной выше методики в атмосфере неона, когда давление газа было $\sim 4 \cdot 10^{-4}$ *мм* рт. ст. и энергия ионов изменялась в интервале 1000—3000 *в*, а плотность тока ионов была ~40 *мка/см²*.

Чтобы иметь возможность повысить энергию и плотность ионного тока, бомбардирующего катод, последний был установлен за вытягивающей системой источника ионов, описанного в [6, 7], и проведены исследования в атмосфере аргона. В этом случае система находилась под непрерывной откачкой, и давление в области ионного пучка не превышало $5 \cdot 10^{-5}$ *мм* рт. ст. Результаты исследования влияния бомбардировки боридного катода ионами аргона с энергией 1—6 *кв* и плотностью ионного тока 100—200 *мка/см²* показаны на рис. 5, *б*. Здесь также в области температур, близких к рабочим, не наблюдается никакого эффекта изменения эмиссии во времени под влиянием ионной бомбардировки.

2. Заметное влияние ионной бомбардировки на эмиссию боридного катода наблюдается при пониженных температурах накала. Как видно из рис. 6, при некоторых режимах работы катода ионная бомбардировка вызывает значительное уменьшение эмиссионного тока за первые 10—15 *сек*, переходящее затем в довольно быстрый рост, превосходящий спад

* Прессованные таблетки LaB_6 были любезно изготовлены в Институте металлокерамики и спецсплавов АН УССР.

эмиссии. Через несколько минут, однако, рост эмиссии замедляется, и кривая переходит в насыщение. Так, для температуры катода 1130° С, который бомбардировали пучком ионов неона с энергией 1000 *эв* в течение 5 *мин*, эмиссионная способность катода выросла более чем в 3,5 раза. Выключение ионного тока в этих условиях сопровождается завися-

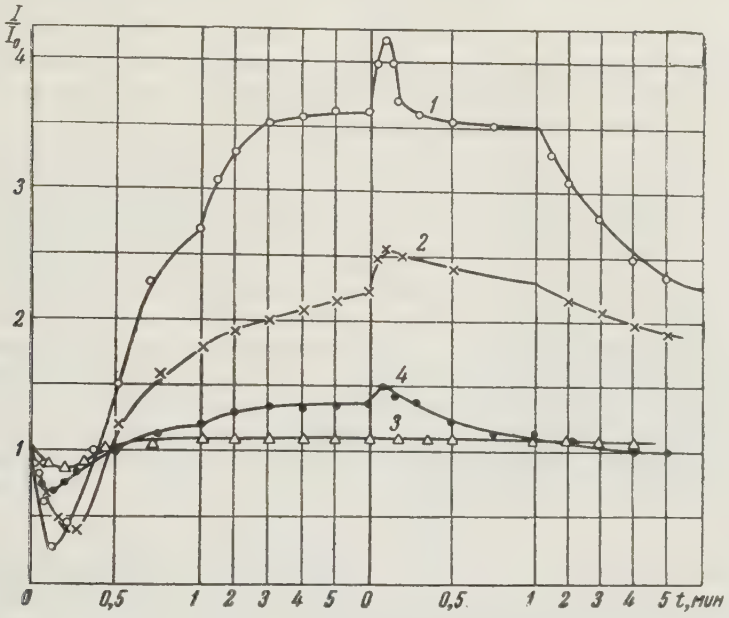


Рис. 6. Влияние ионной бомбардировки на эмиссию бориднного катода:

газ — неон, $I_p = 50$ *мка/см²*, $U_p = 1$ *кэв*, Tв° С; *1* — 1130; *2* — 1210; *3* — 1360; *4* — газ — аргон, $T = 1120°$ С, $I_p = 30$ *мка/см²*, $U_p = 660$ *эв*

щим от температуры катода всплеском эмиссии, переходящим в дальнейший плавный спад. С повышением температуры катода наблюдаемые особенности в изменении эмиссии под влиянием ионной бомбардировки уменьшаются (кривые *2* и *3*, рис. 6) и при некоторой температуре совсем исчезают. Аналогичный ход временно́го изменения эмиссии при недокальном режиме наблюдается и в аргоне (кривая *4*, рис. 6).

Качественное изучение влияния плотности ионного тока на ход кривых изменения эмиссии в режиме недокала показало, что с увеличением ионного тока при прочих равных условиях возрастает как начальный спад эмиссии, так и ее относительный рост.

3. Обнаруженное нами поведение бориднного катода при ионной бомбардировке не согласуется с опубликованным утверждением о довольно легкой распыляемости лантана с поверхности этого катода [3]. В самом деле, автор [3], поместив катод из LaB_6 в ртутный разряд, наблюдал при некоторых условиях необратимое спадание разрядного тока, что, естественно, могло быть связано с распылением ионами ртути пленки лантана. Мы же в своих экспериментах, бомбардируя катод ионами неона и аргона, не получили ощутимого изменения эмиссии бориднного катода, накаленного до температур, близких к рабочим, и всегда наблюдали рост эмиссионной способности катода, когда он работал в режиме недокала. Такая противоречивость результатов заставила нас воспроизвести опыт автора [3], тщательно соблюдая требования вакуумной гигиены. Изготовленная для этой цели газоразрядная отпаянная ртутная лампа имела бориднный катод, анод и подвижный электрод возле катода. Для

связывания остаточных газов и кислорода внутри полого анода находилась титановая спираль, накаленная до температуры 700° С. В этих условиях при зажигании разряда мы не наблюдали резкого спада разрядного тока, даже когда падение на разряде превышало 100 *в*. Однако при недокалах, когда катод работал в температурно ограниченном режиме, удавалось наблюдать обратимые изменения разрядного тока и падения напряжения на разряде, напоминающие релаксационные колеба-

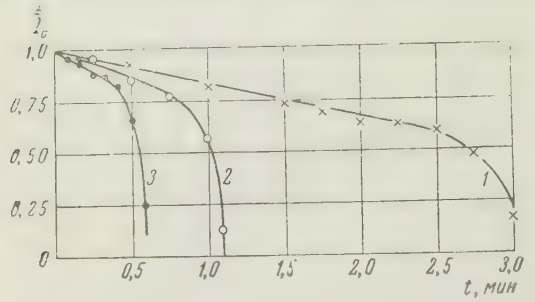


Рис. 7. Относительное изменение эмиссии боридного катода, работающего в условиях ртутного разряда. $T = 1250$°С. Разрядный ток и падение напряжения на разряде: *1* — 25 *ма*, 24 *в*; *2* — 30 *ма*, 31 *в*; *3* — 41 *ма*, 40 *в*

ния. Эти изменения разрядного тока можно было связать с изменением эмиссионной способности боридного катода под влиянием ионной бомбардировки. Для качественной оценки наблюдаемого эффекта проводился следующий опыт. В режиме глубокого недокала измерялась эмиссия боридного катода на подвижный электрод (I_0). После этого температура катода повышалась до определенной величины, и зажигался разряд. При

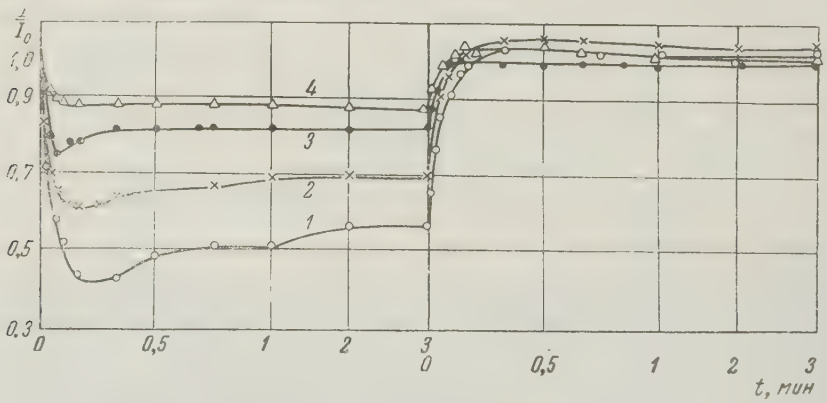


Рис. 8. Типичные кривые изменения эмиссии катода из LaB_6 при бомбардировке его ионами ртути. $U_p = 500$ *эв*, $I_p = 25$ *мка/см²*, T в °С: *1* — 1120; *2* — 1150; *3* — 1200; *4* — 1250

этом катод бомбардировался ионами ртути с энергией, равной катодному падению напряжения. Выключая затем через некоторое время разряд и снижая температуру катода, до прежнего значения, мы снова оценивали эмиссионную способность катода (I). Далее, при выдержке катода некоторое время без включения разряда, снова достигалась его начальная эмиссионная способность, и процедура бомбардировки повторялась. Полученное отношение токов I/I_0 служило мерой эмиссионной активности катода, подвергшегося бомбардировке ионами ртути в течение времени t.

На рис. 7 представлены экспериментальные зависимости I/I_0 от времени для трех различных режимов разряда. Как видно из кривых, увеличение разрядного тока и падения напряжения на разряде приводит к более быстрому спаданию величины I/I_0, т. е. под влиянием бомбардировки ионами ртути имеют место процессы, понижающие эмиссионную способность боридного катода, работающего при пониженных температурах накала. Эти экспериментальные результаты не согласуются с выше-

приведенным результатом по влиянию бомбардировки катода из LaB_6 ионами неона и аргона, где в недокальном режиме за те же отрезки времени всегда наблюдался рост эмиссионной способности последнего. Чтобы исключить при сопоставлении этих опытов неконтролируемую в случае ртути величину — плотность ионного тока, нами было произведено количественное исследование влияния бомбардировки ионами ртути в условиях, аналогичных опыту с аргоном и неоном.

Типичная серия кривых относительного спада эмиссионного тока (когда бомбардировка включена) и восстановления его (когда ионный ток выключен) показана на рис. 8. Здесь, так же как и в случае аргона и неона, в начальный момент времени наблюдается резкий спад эмиссии под влиянием ионной бомбардировки, который затем переходит в небольшой рост, но эмиссия так и остается на уровне отравленного катода. Выключение ионного тока при всех исследованных нами параметрах ионного пучка всегда сопровождалось очень быстрым восстановлением эмиссионной способности боридного катода. Здесь также для каждого значения энергии и плотности тока ионного пучка можно подобрать такую температуру катода, при которой он не реагирует на ионную бомбардировку (см. рис. 5, *в*).

4. Анализируя полученный нами экспериментальный материал по ионной бомбардировке гексаборида лантана, есть основания считать, что термоэлектронная эмиссия LaB_6 при его рабочих температурах не чувствительна к бомбардировке катода ионами неона, аргона и ртути в исследованном интервале энергий и плотностей ионного тока (аргон: $U_p = 0{,}5 - 10$ *кв*, $I_p = 100$ *мка*/*см*^{2}; неон: $U_p = 0{,}5 - 3$ *кв*, $I_p = 40$ *мка*/*см*^{2}; ртуть: $U_p = 0{,}5 - 2$ *кв*, $I_p = 25$ *мка*/*см*^{2}).

Однако изменение эмиссионной способности боридного катода под влиянием ионной бомбардировки, наблюдаемое при пониженных значениях его температуры, позволяет полагать, что эмиссия этого типа катода должна быть связана с состоянием термоэмиссионной активности его поверхности. Если при рабочих температурах отсутствие ощутимого спада эмиссии под влиянием ионной бомбардировки можно было бы объяснить большой скоростью диффузии атомов лантана к поверхности [3], то наблюдаемое изменение эмиссии в недокальном режиме при бомбардировке катода ионами неона, аргона и ртути, очевидно, связано с какими-то обратимыми структурными или химическими изменениями в состоянии поверхности LaB_6, в которых не второстепенную роль могут играть химическая активность ионов и их масса.

В заключение авторы приносят благодарность Н. Д. Моргулису за участие в обсуждении результатов работы и студенту В. Г. Авраменко, принимавшему участие в экспериментах по первой части работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Е. Т. Кучеренко, В. П. Демьяненко, Г. Н. Тальнова, Изв. вузов МВО СССР (Физика), 1959, 2, 160.
2. Г. Герман, С. Вагенер, Оксидный катод, ГТИ, 1949; С. В. Птицын, Физические явления в оксидном катоде, ГТИ, 1949.
3. J. M. Lafferty, J. Appl. Phys., 1951, 22, 3, 299.
4. Г. В. Самсонов, В. С. Нешпор, Г. А. Кудинцева, Радиотехника и электроника, 1957, 2, 5, 631.
5. М. И. Елинсон, Г. Ф. Васильев, Радиотехника и электроника, 1958, 3, 7, 945.
6. Е. Т. Кучеренко, О. К. Назаренко, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 8, 1253.
7. М. Д. Габович, Е. Т. Кучеренко, ЖТФ, 1956, 26, 5, 996.

Поступила в редакцию
13 XI 1959

РАДИОТЕХНИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

1960 № 9

РАБОТА ВЫХОДА ТОНКИХ ПЛЕНОК ОКИСИ БАРИЯ НА МОЛИБДЕНОВОЙ ПОДЛОЖКЕ

Т. С. Кирсанова, И. Е. Сахаров

Описана схема для измерения работы выхода тонких пленок окиси бария методом сдвига вольтамперных характеристик, которая позволяет значительно сократить время измерения и снизить интенсивность облучения образца электронами.

Исследовано изменение работы выхода пленок окиси бария различной толщины на молибдене при различных временах прогрева в температурном интервале 1100—1480°К. Показано, что для объяснения характера кривых дезактивации пленок недостаточно ограничиться гипотезой об испарении окиси бария.

ВВЕДЕНИЕ

Исследование временны́х зависимостей работы выхода тонких пленок окиси бария на металлических подложках при прогреве их в определенной области температур дает возможность сделать некоторые заключения о кинетике происходящих при этом процессов [1, 2, 3]. Поскольку можно ожидать, что при использовании разных подложек будут иметься отличия и в поведении пленок, интересно изучить изменения работы выхода в определенных условиях на различных подложках. Настоящая статья и посвящена изучению работы выхода системы окись бария на молибдене.

1. МЕТОД ИЗМЕРЕНИЙ И ПРИБОРЫ

Изменение работы выхода пленки измерялось по сдвигу вольтамперных характеристик диода, анодом которого служила исследуемая поверхность. При конструировании установки к схеме были предъявлены следующие требования:

1) процесс измерения должен быть как можно короче,

2) схема должна допускать возможность измерений по начальным участкам вольтамперных характеристик, чтобы избежать интенсивной бомбардировки поверхности образцов электронами больших энергий.

На рис. 1 изображена блок-схема измерительной установки. Между анодом и катодом экспериментального диода приложены небольшое переменное напряжение с амплитудой $\tilde{u}_0$, источником которого служит трансформатор, и постоянная разность потенциалов, представляющая собой алгебраическую сумму напряжения, задаваемого блоком смещения, и выходного напряжения усилителя. Если через диод протекает ток, то добавляются постоянное и переменное напряжения, выделяющиеся на входном сопротивлении усилителя за счет протекания постоянной и переменной составляющих анодного тока.

Разность потенциалов, определяющая ток через диод, складывается из приложенного между анодом и катодом прибора внешнего напряжения и контактной разности потенциалов поверхностей электродов. Работа схемы сводится к тому, чтобы поддерживать эту суммарную разность потенциалов приблизительно постоянной, компенсируя любое изменение контактной разности потенциалов соответствующим изменением внеш-

него напряжения. Достигается это следующим образом. Переменное падение напряжения, образующееся на входном сопротивлении R усилителя за счет переменной составляющей анодного тока, усиливается при помощи усилителя с большим коэффициентом усиления и затем подается на детектор. В схеме предусмотрена компенсация переменных сигналов,

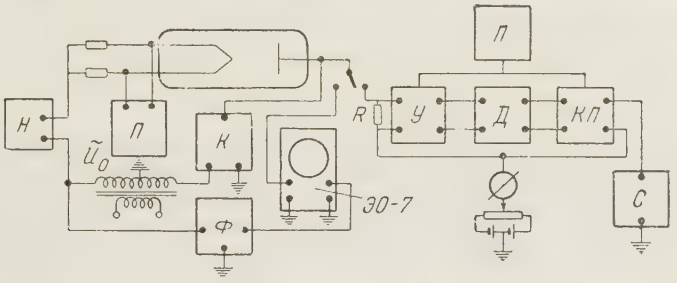


Рис. 1. Блок-схема для измерений изменений контактной разности потенциалов методом сдвига характеристик:

У — усилитель; *б* — детектор; *КП* — катодный повторитель; *С* — блок смещения; *К* — блок компенсации; *Ф* — фазовращатель; *П* — блоки питания; *Н* — компенсирующее напряжение

возникающих на входе усилителя за счет емкости анод — катод прибора или вследствие внешних наводок, так что выходное напряжение усилителя пропорционально только переменной составляющей анодного тока. Это напряжение в сумме с напряжением, задаваемым блоком смещения, и падением потенциала на входном сопротивлении образует, как сказано выше, внешнюю задерживающую разность потенциалов. Полярность выходного напряжения при этом такова, что увеличение сигнала на входе усилителя приводит к увеличению задерживающего напряжения.

Амплитуда переменной составляющей анодного тока зависит от амплитуды переменного напряжения $\tilde{u}_0$, которая в условиях опыта поддерживалась постоянной, и от крутизны характеристики $I_a = f(u_3)$. Крутизна характеристики в свою очередь зависит от напряжения задержки. Если рабочая точка выбрана так, чтобы анодный ток был далек от насыщения, то крутизна характеристики растет с уменьшением задерживающего напряжения.

Из сказанного ясно, что любое увеличение крутизны характеристики (например, смещение рабочей точки) приведет к увеличению переменного входного сигнала и, следовательно, к изменению постоянного выходного сигнала усилителя, причем последнее будет таково, что вызванное им увеличение напряжения задержки сместит рабочую точку в сторону уменьшения крутизны. Наоборот, вызванное какими-либо причинами уменьшение крутизны заставит схему изменить внешнее напряжение так, что рабочая точка сместится в сторону увеличения крутизны характеристики. Таким образом, схема является своеобразным «стабилизатором крутизны характеристики».

В описываемых опытах единственной причиной изменения крутизны характеристики может быть сдвиг рабочей точки, вызванный изменением контактной разности потенциалов, так как другие возможные причины, например нестабильность накала катода и т. п., сведены к минимуму. В этом случае изменение внешнего напряжения компенсирует изменение контактной разности потенциалов, и, таким образом, рабочая точка почти не смещается по характеристике, оставаясь в нашем случае в области малых токов. Изменения внешнего напряжения легко можно измерить обычным образом. В данной схеме для этого служит стрелочный прибор

Вычисления, сделанные в предположении, что в рабочей области

характеристики $I = I_0 e^{-\frac{\varepsilon u_з}{kT}}$, где $u_з$ — задерживающий потенциал; I_0 — ток насыщения; I — ток при данном значении $u_з$, дают следующее соотношение между изменением контактной разности потенциалов ($\Delta V_к$) и внешнего напряжения, которое непосредственно измеряется ($\Delta u_{изм}$):

$$|\Delta u_{изм}| = |\Delta V_к| \frac{1}{1 + \frac{1 - \left(RI\frac{\varepsilon}{kT}\right)^2}{\tilde{u}_0 IRn\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right)^2}}, \qquad (1)$$

где $\tilde{u}_0$ — амплитуда переменного напряжения, приложенного к прибору; R — входное сопротивление усилителя; n — коэффициент, показывающий, во сколько раз изменение постоянного сигнала на выходе усилителя больше изменения амплитуды переменного сигнала на входе, n приблизительно равно коэффициенту усиления усилителя.

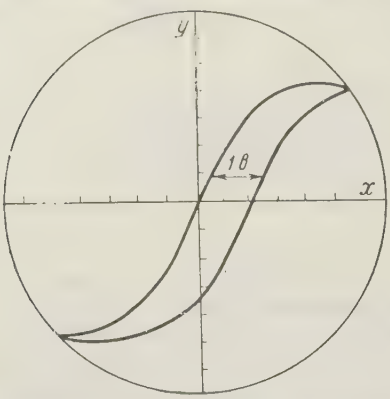


Рис. 2. Кривые задержки на экране осциллографа

Из формулы (1) видно, что соответствие $|\Delta u_{изм}|$ и $|\Delta V_к|$ тем лучше, чем больше произведение $\tilde{u}_0 IRn\left(\frac{\varepsilon}{kT}\right)^2$. Так как значительно увеличивать $\tilde{u}_0$ или ток нецелесообразно, а величина R лимитируется сеточными токами входной лампы усилителя, то наиболее рациональным путем увеличения этого произведения является увеличение коэффициента усиления усилителя. Применение усилителя с $n \simeq 10^6$ позволило измерять $\Delta V_к$ по изменению внешнего напряжения с вполне достаточной точностью.

Таким образом, в результате применения описанной схемы время измерения сведено к минимуму, так как изменения работы выхода отсчитываются непосредственно по стрелочному прибору и, кроме того, схема автоматически ограничивает ток на мишень. Пользование этой схемой позволило отказаться от электронного прожектора и применить в качестве источника электронов вольфрамовую нить, так как крутизна характеристик подобного катода и электронного прожектора в области очень малых токов одинакова, поскольку в обоих случаях она определяется соотношением

$$\frac{1}{I}\frac{dI}{du_з} = \frac{\varepsilon}{kT}. \qquad (2)$$

Так как описанная схема не приспособлена для снятия вольтамперной характеристики прибора, то параллельно был собран характериограф, позволявший просматривать характеристику на экране осциллографа. Это давало возможность легко выбирать и контролировать режимы опытов. Типичная кривая задержки приведена на рис. 2.

Кроме того, частью схемы, содержащей характериограф, можно было пользоваться для непосредственного определения изменения контактной разности потенциалов по сдвигу характеристики на экране осциллографа. Сдвиг измерялся компенсационным методом: в цепь катода был включен регулируемый источник напряжения H, при помощи которого сместившаяся в результате изменения контактной разности потенциалов характеристика возвращалась в центр экрана. При этом измерялось необходимое для этого напряжение. Подобные измерения в некоторых случаях проводились параллельно с измерениями на основной части схемы для выяснения надежности работы последней.

Работа основной измерительной схемы контролировалась еще и непосредственным способом: при неизменной контактной разности потенциалов электродов прибора от вышеупомянутого источника задавалось некоторое точно измеримое напряжение, с которым и сравнивались показания выходного прибора. Оба способа проверки схемы показали, что погрешность ее не превышает 0,05 *в*.

Экспериментальный прибор представлял собой диод плоской конструкции. Общий вид его приведен на рис. 3. Прибор оформлен в виде

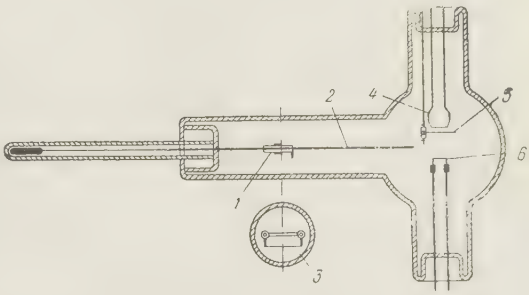


Рис. 3. Общий вид прибора для измерения изменений контактной разности потенциалов по методу смещения характеристик:

1 — подвижная каретка с катодом; *2* — молибденовые вводы, по которым перемещается каретка; *3* — катод; *4* — напылитель; *5* — заслонка; *6* — *П*-образная мишень

сферы с тремя отростками, в которые впаивались ножки. Образец и напылитель монтировались на ножках, расположенных друг против друга. Перпендикулярно к ним на ножке со стеклянной трубкой монтировался катод — вольфрамовая нить диаметром 0,1 *мм* и длиной ~30 *мм*. Катод экранировался никелем, что предохраняло его от напыления окиси бария. Катод можно было перемещать по молибденовым вводам из положения, в котором производилось измерение, в стеклянный отросток во время напыления окиси бария на молибденовую ленту и ее прогрева. Прогрев осуществлялся непосредственным пропусканием тока через молибденовую ленту. Температура ленты определялась пирометром с учетом поправки на спектральную излучательную способность молибдена. Предварительно перед измерениями молибденовая лента прогревалась при температуре 2000° С в течение 8—10 *час*. Измерения проводились в отпаянных приборах при давлении остаточных газов $(1—2)\cdot 10^{-9}$ *мм* рт. ст.

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

В каждом приборе сначала исследовалась зависимость работы выхода пленки окиси бария от толщины покрытия при напылении окиси бария на подложку, находившуюся при комнатной температуре. Типичные кривые приведены на рис. 4. Нетрудно видеть, что изменение работы выхода с толщиной покрытия носит монотонный характер и по своему виду подобно зависимости на вольфрамовой подложке [3]. Если в случае вольфрамовой подложки снижение работы выхода от значения, соответствующего чистому вольфраму, составляло 2,6—2,8 *эв*, то в случае молибденовой подложки это снижение было несколько меньше (2,3—2,5 *эв*). Это приводило к тому, что работа выхода конечного состояния, как в случае вольфрамовой, так и в случае молибденовой подложки, была одинаковой и равнялась 1,7—1,9 *эв*. Разброс значений работы выхода в различных приборах не превышал 0,3 *эв*.

Затем были проведены исследования зависимости работы выхода пленки от времени прогрева при определенных температурах. Для этого пленка наносилась на молибденовую ленту и прогревалась при данной температуре, при этом производились измерения работы выхода системы при различных временах прогрева. Исследование производилось в температурном интервале 1100—1480° К. Типичные кривые приведены для примера на рис. 5. Сводный график зависимости работы выхода от температуры при различных временах прогрева представлен на рис. 6. Построение сводного графика подробно описано в [3].

Рассмотрение полученных результатов и сопоставление их с результатами работы [3] показывает, что в главных чертах явления при прогреве тонких пленок (наиболее тонкими покрытиями, исследованными нами на молибденовой подложке, были пленки, толщина которых соответствовала начальной работе выхода 3,3—3,5 *эв*) протекают так же, как и в случае вольфрамовой подложки. Разница заключается только в том, что если на вольфрамовой подложке при высоких температурах 1350—1450° К в первые минуты наблюдалось снижение работы выхода ниже начального значения, то на молибденовой подложке вплоть до температуры 1480° К заметить это не удается. Наоборот, при температуре 1100° К на молибденовой подложке наблюдается отчетливое снижение работы выхода ниже начального значения, что на вольфрамовой подложке (температура 1080° К) выражено значительно слабее.

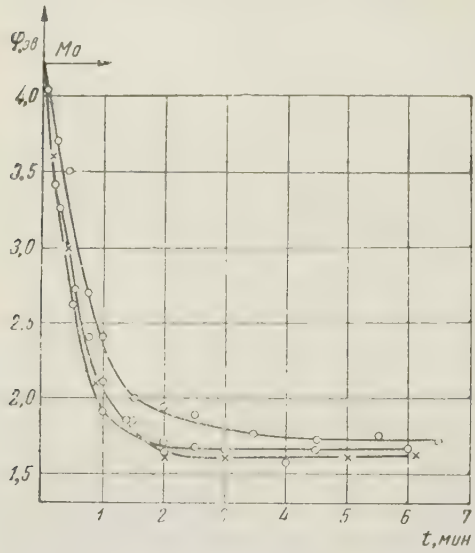


Рис. 4. Кривые зависимости изменения работы выхода от времени напыления на молибденовой подложке. Стрелкой показана работа выхода чистого молибдена. Кривые соответствуют различным приборам

При толщинах пленок, соответствующих начальной работе выхода порядка 2,4—2,5 *эв*, характер зависимости работы выхода от времени прогрева пленок окиси бария несколько отличается от такового на вольфраме. Если на вольфрамовой подложке прогрев пленок, толщина которых соответствовала 2,4 *эв*, сразу приводил к повышению работы выхода при всех температурах (кроме 1200° К), то в случае молибденовой подложки характер кривых дезактивации несколько иной и более подобен характеру кривых для пленок большей толщи-

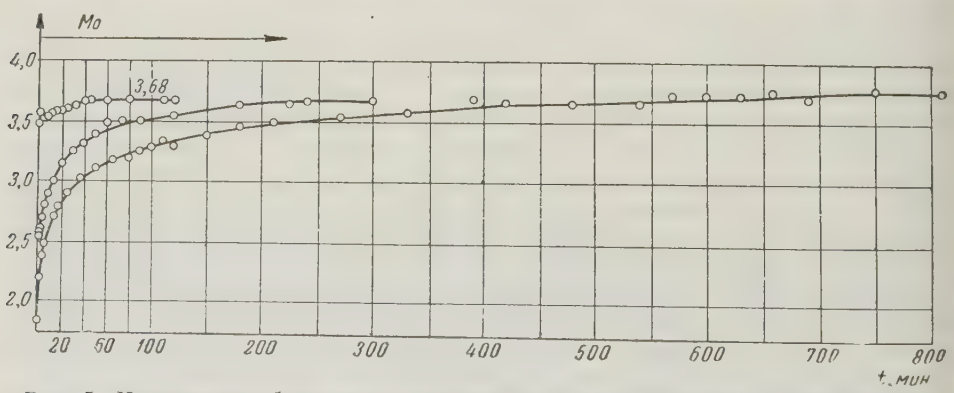


Рис. 5. Изменение работы выхода системы BaO—Mo со временем прогрева при температуре 1400°К для различных толщин пленок

ны с начальной работой выхода 1,8—1,9 *эв*. После начального подъема работы выхода наблюдалось снижение работы выхода (при температурах 1100—1270° К); при температуре 1270° К — даже ниже первоначального значения. При высоких температурах 1340—1400° К снижения работы выхода не наблюдалось. Что же касается пленок, толщина которых соответствовала работе выхода 1,8—1,95 *эв*, то в начале прог-

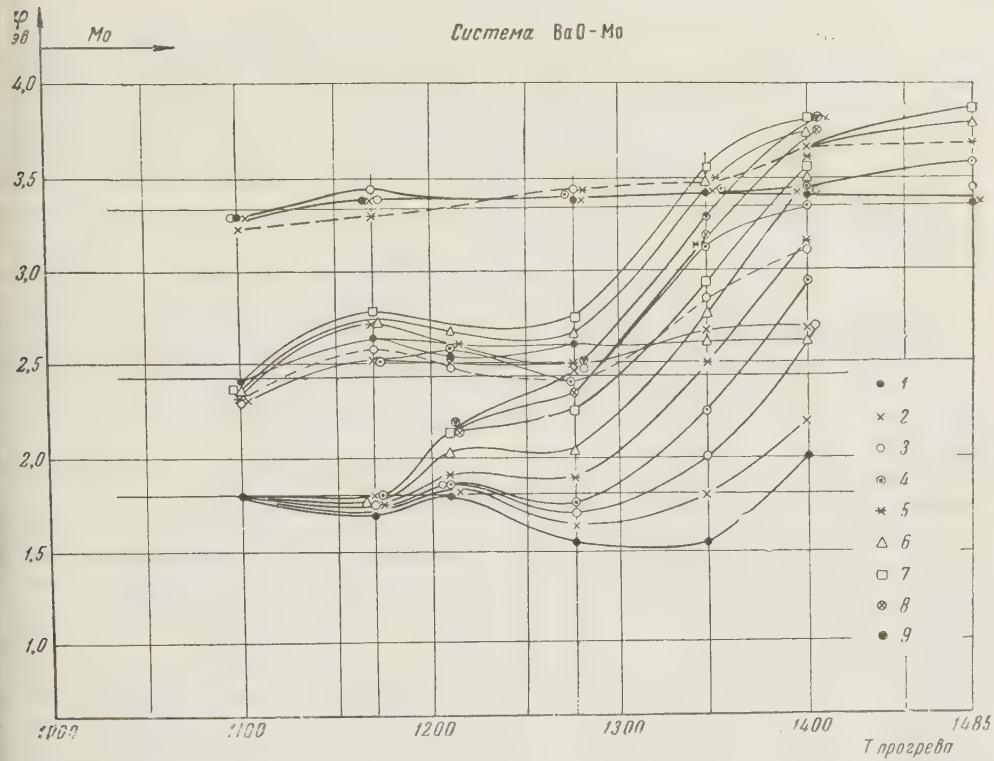


Рис. 6. Сводный график зависимостей изменения работы выхода систем BaO—Mo от температуры подложки при различных временах прогрева для пленок трех толщин. Время прогрева:

1—30 *сек*; *2*—2 *мин*; *3*—10 *мин*; *4*—30 *мин*; *5*—1 *час*; *6*—3 *час*; *7*—5 *час*; *8*—7 *час*; *9*—13 *час*

рева наблюдалось снижение работы выхода, которое сменялось более или менее резким ростом, в зависимости от температуры прогрева.

Из приведенных результатов видно, что основные выводы, сделанные на основании исследования системы BaO — W, подтверждаются результатами настоящей работы, а именно:

1) температура, при которой начинаются изменения работы выхода, существенно зависит от толщины пленки;

2) основное направление процессов, происходящих при прогреве пленок, приводит к повышению работы выхода.

Таблица, в которой приведены значения работы выхода после продолжительного (5—13 *час*) прогрева при различных температурах, иллюстрирует это положение.

Система BaO — Mo

Температура прогрева, °K	φ ($\varphi_{нач}$ = = 2,5 *эв*)	φ ($\varphi_{нач}$ = = 1,8—1,95 *эв*)	Температура прогрева, °K	φ ($\varphi_{нач}$= =2,5 *эв*)	φ ($\varphi_{нач}$= =1,8—1,95)
1100	2,4	1,95	1270	2,8	2,4
1170	2,55	1,8	1340	3,6	3,2
1210	2,75	2,25	1400	3,7	3,75

Однако в первые минуты прогрева, особенно у пленок с начальной работой выхода 2,5 и 1,8—1,9 *эв*, наблюдается снижение работы выхода ниже начального значения

В случае молибденовой подложки процесс, приводящий к увеличению работы выхода, начинается при более высоких температурах, чем в случае окиси бария на вольфраме. Этот процесс становится заметным для пленок, толщина которых соответствует $\varphi = 3{,}4$ *эв*, начиная с температуры прогрева 1340 К, для пленок с $\varphi = 2{,}4$ *эв* — с 1270 К и для пленок с $\varphi = 1{,}8$ *эв* — с 1170 К. При более низких температурах (1100 К) наблюдалось небольшое снижение работы выхода даже для пленок с начальными значениями $\varphi = 3{,}4$ и 2,5 *эв*.

3. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

1. Изменение работы выхода пленок окиси бария на молибденовой подложке с толщиной покрытия происходит монотонно. Полученные данные находятся в хорошем соответствии с результатами Нарита [4] по исследованию тонких пленок, напыляемых с неактивированного источника на молибден.

В частности, конечные значения работы выхода согласуются со значением, равным 1,85 *эв*, приводимым Нарита.

Сопоставление зависимости работы выхода от толщины пленок для окиси бария на молибденовой и вольфрамовой [1, 2, 3] подложках показывает, что в обоих случаях ход кривых качественно одинаков, если прогрев пленок не производится. Наши результаты не соответствуют результатам работы [5].

Возможно, что монотонность хода зависимости работы выхода от толщины покрытия присуща и некоторым другим системам. Так для пленок окиси тория на платиновой подложке [6] была получена монотонно спадающая кривая. В этом случае прогрев пленки, по-видимому, не вызывал изменения ее состава.

2. Кривые дезактивации системы BaO — Mo в основных чертах подобны кривым дезактивации системы BaO — W. В определенных условиях заметное изменение работы выхода начинается со снижения, а не с роста работы выхода. Вероятно, это указывает на то, что процессам, связанным с ростом работы выхода в этих условиях, должны предшествовать другие процессы, приводящие к снижению работы выхода, что особенно заметно при толщинах пленок более монослоя.

Ввиду того, что прогрев при высоких температурах порядка 1500° К повышал работу выхода вплоть до значения, характерного для чистого молибдена, можно предполагать, что рост работы выхода и при других более низких температурах связан с процессом испарения. Однако мы не располагаем данными для того, чтобы ответить на вопрос — что является продуктом испарения?

Полученные нами результаты находятся в качественном соответствии с данными работ [7—11]; процесс, приводящий к увеличению работы выхода и, вероятно, связанный с испарением, в случае вольфрамовой подложки происходит при более низких температурах, чем в случае молибденовой. Таким образом, аномалии в ходе кривых и различие в поведении пленок на вольфраме и молибдене можно объяснить тем, что в нашем случае, возможно, происходят химические реакции и при этом имеет место испарение бария и окиси бария.

Вместе с тем при изменении температуры подложки может иметь место агломерация окиси бария, которая, по-видимому, существенно повлияет на ход изучаемых процессов.

Выявление и разделение отдельных элементарных процессов, происходящих при нагревании пленок окиси бария, является задачей дальнейших исследований.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность руководителю работы А. Р. Шульману за ценные указания и постоянный интерес к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. М. Гаврилюк, Укр. физ. ж., 1956, 1, 73.
2. Ю. С. Ведула, В. М. Гаврилюк, Укр. физ. ж., 1958, 3, 5.
3. А. Р. Шульман, Т. С. Кирсанова, В. К. Павлов, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 5, 840.
4. С. Нарита, Перев. в сб. Эффективные термокатоды, ГЭИ, 1958.
5. G. M. Moore, H. W. Allison, Phys. Rev., 1950, **77**, 246.
6. А. Р. Шульман, А. П. Румянцев, ЖТФ, 1955, 25, 1892.
7. W. C. Rutledge, E. S. Rittner, J. Appl. Phys., 1957, 28, 167.
8. R. C. Hughes, P. P. Coppola, V. R. Evans, J. Appl. Phys., 1952, **23**, 635.
9. I. Brodie, R. O. Jenkins, Brit. J. Appl. Phys., 1957, 8, 27.
10. P. P. Coppola, R. C. Hughes, Proc. I. R. E., 1956, **44**, 351.
11. Э. С. Риттнер, Перев. в сб. Оксидный катод, ГЭИ, 1957.

Ленинградский политехнический
институт им. М. И. Калинина

Поступила в редакцию
5 VIII 1959

1960 № 9

НОВЫЕ ДАННЫЕ О ВЛИЯНИИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ НА УХОД ИОНОВ ИЗ ПЛАЗМЫ В ГЕЛИИ И АРГОНЕ

И. А. Васильева, В. Л. Грановский, А. Ф. Черноволенко

Аномальная зависимость скорости ухода ионов от магнитного поля выражена особенно сильно, если это поле воздействует не только на плазму и анодную область, но и на катодную область. В этом случае аномалии наступают тем раньше, чем больше сила тока в газе. Они связаны с появлением беспорядочных колебаний тока, в то время как правильные колебания типа бегущих слоев таких аномалий не вызывают.

Для проверки гипотезы Саймона исследовалось влияние на уход носителей к боковым стенкам трубки появления в ней металлической стенки, перпендикулярной магнитному полю. Введение этой стенки не влияет в пределах точности эксперимента (1—2%) на уход ионов из плазмы при $B/p \leqslant 5 \cdot 10^5$ *гс/мм* рт. ст.

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе [10] было показано, что в стационарной плазме в прямой цилиндрической трубке с диэлектрическими стенками (боковыми и торцовыми), наполненной гелием при $p = 0{,}03$—$1{,}1$ *мм* рт. ст., радиальный уход электронов и ионов в однородном продольном магнитном поле при токах в трубке $\leqslant 0{,}1$ *а* происходит путем связанной (амбиполярной) диффузии и что в диапазоне полей до $B = 1300$ *гс* зависимость коэффициента поперечного ухода $D(B)$ приблизительно подчиняется формуле Таунсенда теории диффузии при парных столкновениях [1, 2] с некоторыми небольшими отступлениями от нее. Такие и даже бо́льшие отступления от формулы Таунсенда прямо или косвенно наблюдались и раньше [3—7]. О причинах их возникновения были высказаны два предположения: а) они связаны с появлением нестационарных процессов в плазме, например локальных колебаний или турбулентности, б) они обусловлены эффектом «короткого замыкания» плазмы участками металлических стенок трубки, перпендикулярными магнитным силовым линиям [8].

В настоящей работе, являющейся продолжением работы [10], поставлены следующие задачи: выяснить, как влияют на появление аномалий (немонотонностей) зависимости радиального ухода ионов от магнитного поля (сила тока в трубке; расположение катода по отношению к магнитному полю; появление в плазме колебаний и их тип; появление в торце трубки металлической стенки, перпендикулярной направлению магнитного поля).

1. УСЛОВИЯ ЭКСПЕРИМЕНТА

Для решения поставленных задач, как и в [10], экспериментально определялись плотность ионного тока на боковую стенку j_{pw} и градиент концентрации ионов вблизи стенки $(\Delta \rho_p / \Delta r)_w$ в различных магнитных полях. Из этих данных по формуле

$$j_{pw} = -D \left(\frac{\Delta \rho_p}{\Delta r} \right)_w \qquad (1)$$

определялась величина D (B), которую целесообразно называть коэффициентом ухода ионов.

Плотность ионного тока на стенку j_{pw} и концентрация ионов ρ_p определялись из ионных частей зондовых характеристик, причем j_{pw} определялась с погрешностью 1—3%, а $\Delta\rho_p$ — с большей погрешностью, доходившей до 25%. Эта погрешность определяла собой погрешность в определении D, доходившую до 30%.

Как упоминалось в [10], причиной погрешностей при таком способе измерений могут быть вторичные эффекты на зондах. Для проверки этого предположения были проведены специальные опыты. Они показали, что влияние вторичных эффектов на зонде, расположенном вблизи стенки, настолько незначительно (ток вторичных электронов не превышает 0,1% общего зондового тока), что ими можно пренебречь при оценке погрешности измерений.

Одновременно с зондовыми измерениями проводились осциллографические наблюдения переменных составляющих зондового и анодного токов. Для этого в зондовую и анодную цепи включались омические сопротивления, напряжения с которых подавались на горизонтальные пластины осциллографа.

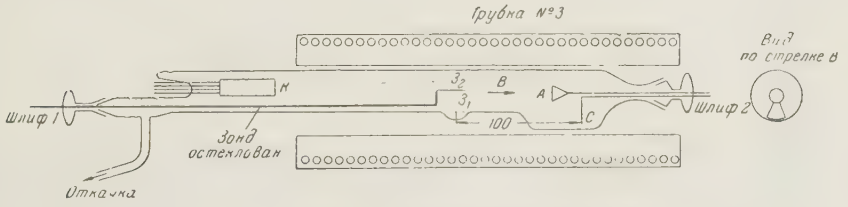


Рис. 1. Экспериментальная трубка:

A — анод; K — катод; $З_1$ — неподвижный стеночный зонд с охранным кольцом; $З_2$ — подвижный цилиндрический зонд; C — сегмент в торцовой части трубки типа *3*

В работе были использованы три типа экспериментальных трубок, одна из которых представлена на рис. 1. Трубки были сделаны из молибденового стекла. Они помещались в соленоид, дающий магнитные поля до 2600 *гс*. Аноды во всех трубках сделаны в виде конуса для уменьшения анодных колебаний, катоды — оксидные с косвенным подогревом. Поперечные сечения тех и других были значительно меньше сечения трубки (радиус последней 15 *мм*), чтобы избежать возможного эффекта «закорачивания» плазмы электродами трубки по крайней мере вблизи стенок.

Для измерения плотности направленного тока ионов на стенку j_{pw} служили плоские стеночные зонды, выполненные в виде молибденовых дисков диаметром 4 *мм* с охранными кольцами; со стороны, обращенной к стенке трубки, они были закрыты слюдой. Концентрация ионов на разных расстояниях от стенки трубки ρ_{pw} определялась цилиндрическими зондами из молибденовой проволоки диаметром 0,2 *мм* и длиной 6—10 *мм*; они могли помещаться на различных расстояниях от стенки трубки поворотом шлифа № 1, с которым были жестко скреплены. Шлифы снабжены указателями углов поворота.

Трубка типа *1* ($L_{a-к} = 160$ *мм*) целиком помещалась в соленоид таким образом, чтобы весь промежуток от катода до анода находился в сильном магнитном поле, составляющем не менее 95% поля в середине соленоида. В более длинной трубке типа *2* ($L_{a-к} = 305$ *мм*) катодная часть, отогнутая кверху под прямым углом, оставалась вне соленоида. Анод, положительный столб и зонды находились в области сильного однородного магнитного поля, а катод оказывался по возможности вне поля: фактически поле здесь составляло не более 5% от поля в середине соленоида (о трубке типа *3* см. ниже § 3).

Экспериментальные трубки наполнялись гелием, предварительно очищенным в активированном угле, охлаждаемом жидким азотом, в течение 1,5— 2 *час.*

Перед наполнением газом трубки тщательно обезгаживались прогревом стеклянных и металлических частей до давления (при нормальном накале катода) $2 \cdot 10^{-6}$ *мм* рт. ст. Кроме того, трубки перед измерениями тренировались в разряде в течение 3 *час.*

2. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ СКОРОСТИ УХОДА ИОНОВ ИЗ ПЛАЗМЫ

Измерения в трубке типа 1 (катод в магнитном поле) проводились при давлении гелия 0,5 *мм* рт. ст., токах в трубке 0,03; 0,1; 0,3; 1 *а* и продольном магнитном поле 0—2500 *гс.*

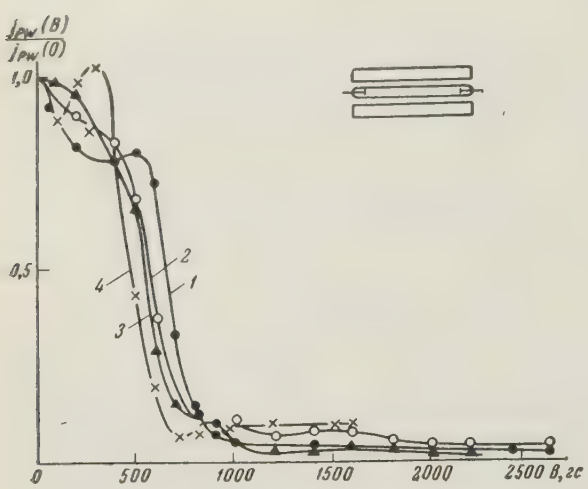


Рис. 2

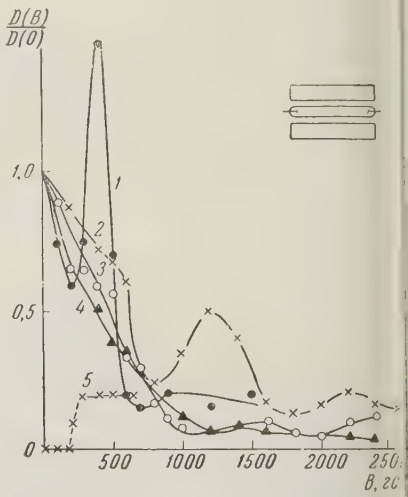


Рис. 3

Рис. 2. Относительная зависимость плотности тока ионов на стенку от магнитного поля в He при $p = 0{,}5$ *мм* рт. ст. в трубке типа *1*:

1 — $i_a = 0{,}3$ *а*; *2* — $i_a = 0{,}1$ *а*; *3* — $i_a = 0{,}03$ *а*; *4* — $i_a = 1$ *а*

Рис. 3. Относительная зависимость коэффициента ухода ионов в направлении, перпендикулярном магнитному полю, от магнитного поля в He при $p = 0{,}5$ *мм* рт. ст. в трубке типа *1*:

1 — $i_a = 1$ *а*; *2* — $i_a = 0{,}3$ *а*; *3* — $i_a = 0{,}1$ *а*; *4* — $i_a = 0{,}03$ *а*; *5* — шумовая амплитуда анодного тока $i_a = 1$ *а*

На рис. 2 представлена относительная величина ионного тока к стенке $j_{pw}(\ )/j_{pw}(0)$; на рис. 3 — относительная величина коэффициента ухода $D\ (B)/D\ (0)$; параметр кривых — сила тока в трубке i_a.

Из рис. 2 видно, что токи ионов на стенку трубки меняются немонотонно; в максимуме при $i_a = 1$ *а* и $B \simeq 300$ *гс* ионный ток поперек магнитного поля даже больше, чем в отсутствие поля.

Из рис. 3 видно, что зависимость коэффициента ухода от магнитного поля при больших токах в трубке является еще более немонотонной. При токе 1 *а*, $D\ (B)$ проходит через высокий максимум в $B = 400$ *гс*; при меньших токах $D\ (B)$ проходит через максимумы, меньшие по величине и имеющие место в большем магнитном поле.

На рис. 3 приведена и кривая относительной амплитуды колебаний (шумов) анодного тока с постоянной составляющей 1 *а*. Из сопоставления кривых этого рисунка видно, что возрастание коэффициента ухода ионов начинается одновременно с ростом шумовых колебаний в плазме.

Измерения в трубке типа 2. Результаты измерений в трубке типа *2* с катодом, вынесенным из магнитного поля, представле-

ны на рис. 4—6 (давление гелия 0,5 *мм* рт. ст.) и рис. 7, 8 (давление гелия 0,055 *мм* рт. ст.).

На рис. 4 и 7 построены зависимости $j_{pw}(B)/j_{pw}(0)$, на рис. 5 — $D(B)/D(0)$, на рис. 6 и 8 — $i_{\sim}(B)/i_{=}$. Параметром кривых на всех рисунках служит сила тока в трубке (i_a).

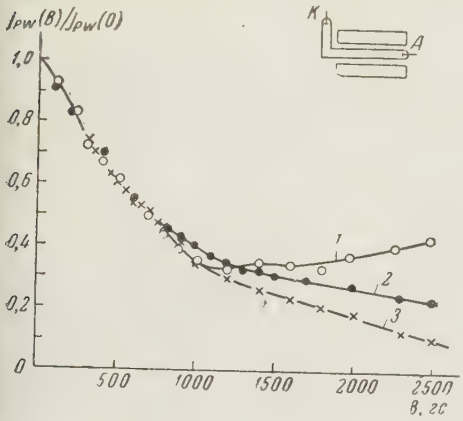


Рис. 4

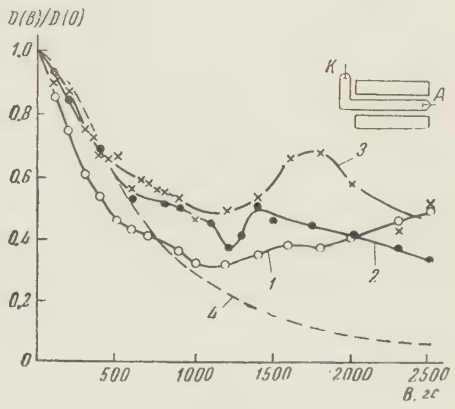


Рис. 5

Рис. 4. Относительная зависимость плотности тока ионов на стенку от магнитного поля в He при $p = 0{,}5$ *мм* рт. ст. в трубке типа *2*:

1 — $i_a = 0{,}1$ *а*; *2* — $i_a = 0{,}3$ *а*; *3* — $i_a = 1$ *а*

Рис. 5. Относительная зависимость коэффициента ухода ионов в направлении, перпендикулярном магнитному полю, от магнитного поля в He при $p = 0{,}5$ *мм* рт. ст. в трубке типа *2*:

1 — $i_a = 0{,}1$ *а*; *2* — $i_a = 0{,}3$ *а*; *3* — $i_a = 1$ *а*; *4* — кривая типа $\frac{1}{1+(B/B_{1/2})^2}$ при $B_{1/2} = 620$ *гс*

Из рис. 4 и 5 видно, что скорости ухода ионов при всех трех токах в трубке типа *2* монотонно и практически одинаково убывают при усилении магнитного поля примерно до 1200 *гс*; затем наблюдаются аномалии.

Рис. 6 показывает, что именно в магнитных полях ~1200 *гс* возникают и затем быстро растут по амплитуде шумовые колебания в анодном токе *. При $i_a = 1$ *а* и $B < 500$ *гс* также наблюдаются колебания, но это правильные колебания частоты 40 *кгц*, связанные с существованием бегущих слоев.

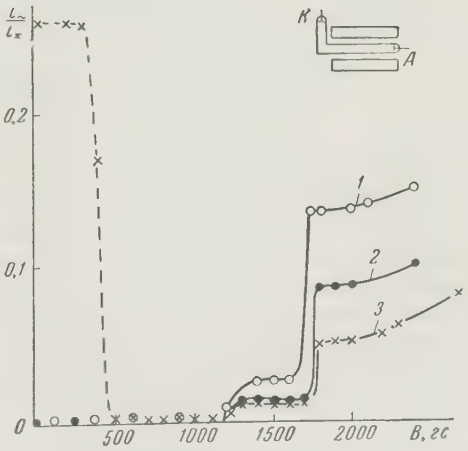


Рис. 6. Относительная зависимость шумовой амплитуды колебаний анодного тока от магнитного поля в He при $p = 0{,}5$ *мм* рт. ст. в трубке типа *2*:

1 — $i_a = 0{,}1$ *а*; *2* — $i_a = 0{,}3$ *а*; *3* — $i_a = 1$ *а*; *4* — амплитуда подвижных слоев, $\nu = 40$ *кгц* при $i_a = 1$ *а*

При давлении 0,055 *мм* рт. ст. (рис. 7) монотонное уменьшение скорости ухода ионов происходит только до магнитного поля 400 *гс*; затем уход ионов увеличивается, причем все кривые (для токов 0,1; 0,3; 1 *а*) проходят через более или менее ярко выраженный максимум.

* Относительные зависимости $i_{\sim}(B)/i_{=}$ шумовой амплитуды анодного и зондового токов совпадают между собой. Поэтому здесь и в дальнейшем построены эти зависимости, снятые в анодной цепи тока.

Из рис. 8 видно, что при этом давлении в поле 400 *гс* возникают, а между 900 и 1300 *гс* сильно возрастают, шумовые колебания тока. Максимумы кривых $j_{pw}(B)/j_{pw}(0)$ и $D(B)/D(0)$ имеют место в тех же магнитных полях, где наблюдаются наиболее сильные шумовые колебания.

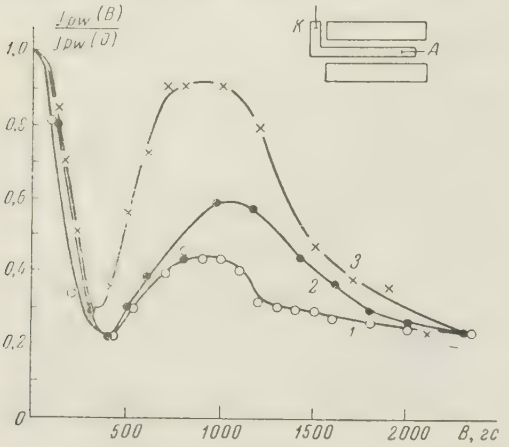


Рис. 7

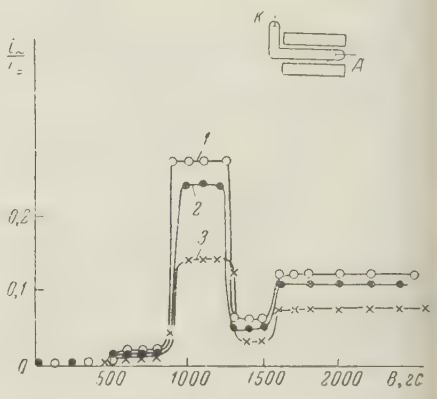


Рис. 8

Рис. 7. Относительная зависимость плотности тока ионов на стенку от магнитного поля в He при $p = 0{,}055$ *мм* рт. ст. в трубке типа *2*:

1 — $i_a = 0{,}1$ *а*; *2* — $i_a = 0{,}3$ *а*; *3* — $i_a = 1$ *а*

Рис. 8. Относительная зависимость шумовой амплитуды колебаний анодного тока от магнитного поля в He при $p = 0{,}055$ *мм* рт. ст. в трубке типа *2*:

1 — $i_a = 0{,}1$ *а*; *2* — $i_a = 0{,}3$ *а*; *3* — $i_a = 1$ *а*

Колебания в магнитном поле 900 *гс* вырастают резким скачком (это и показано на рис. 8), также круто они срываются при 1300 *гс*. Эти резкие переходы всегда повторяются, но напряженности, при которых эти скачки имеют место, зависят от скорости изменения магнитного поля во времени. При этом поля могут изменяться на 50—100 *гс*. Кривые, изображенные на рис. 8, сняты при очень малой скорости изменения поля.

3. ПРОВЕРКА ЭФФЕКТА КОРОТКОГО ЗАМЫКАНИЯ ПЛАЗМЫ

Для проверки гипотезы Саймона были проведены наблюдения с введением в торцовую часть трубки металлического сегмента. Такие опыты производились в специальной трубке типа *3* (см. рис. 1), содержавшей второй шлиф с укрепленным на нем сегментом *C*. Сегмент *C* мог при помощи шлифа № 2 вращаться относительно оси трубки. В каждом опыте ему давались два положения. В одном положении сегмент пересекал силовые линии магнитного поля и совпадающие с ними линии тока, проходящие через зонд. Сегмент мог «закорачивать» их с линиями тока, идущими вблизи оси трубки. В другом положении сегмент уводился в сторону от линий, проходящих через зонды, и не мог закорачивать их с осью.

Каждое наблюдение состояло в том, что при постоянных давлении, токе в трубке, магнитном поле и напряжении на зонде определялся зондовый ток при двух указанных положениях сегмента. Этот ток практически не изменялся при перемещении сегмента.

Результаты таких опытов представлены в табл. 1. В ней приведены отношения токов на зонд в двух различных положениях сегмента ($j_\times$ — сегмент закорачивает исследуемую часть плазмы, j_- — сегмент уведен в сторону). Строка 1 относится к току в гелии при $p = 0{,}08$ *мм*

рт. ст., $i_a = 0{,}1$а, напряжении на зонде относительно анода $U = 100$ *в* и магнитном поле $B = 2500$ *гс*; при этом $B/p = 3 \cdot 10^4$ *гс/мм* рт. ст., а отношение длины свободного пробега электрона к ларморовскому радиусу его вращения $\lambda_e / R_e \simeq 4{,}5 \cdot 10^2$. Как видно из табл. 1, отношение $j_\times / j_-$ с точностью до 2% равно единице.

Таблица 1

Отношение $\frac{j_\times}{j_-}$						
He	0,99	1,00	1,00	1,01	1,01	0,99	1,00
Ar	1,02	0,99	1,00	0,99	0,99	1,00	1,02

Саймон [8, 9] считал, что эффект короткого замыкания по торцам трубки должен иметь место при больших отношениях B/p, когда существует сильная анизотропия подвижностей электронов. Поэтому имело смысл провести измерения, подобные описанным выше, при меньших давлениях. Это было проведено в аргоне при давлениях $5 \cdot 10^{-3}$ *мм* рт. ст. и магнитных полях до 2500 *гс*, при этом $B/p \simeq 5 \cdot 10^5$ *гс/мм* рт. ст. Зависимость ионного тока на стенку от магнитного поля (рис. 9) здесь того же типа как в He при $p = 0{,}055$ *мм* рт. ст., но вся картина сместилась в сторону меньших магнитных полей.

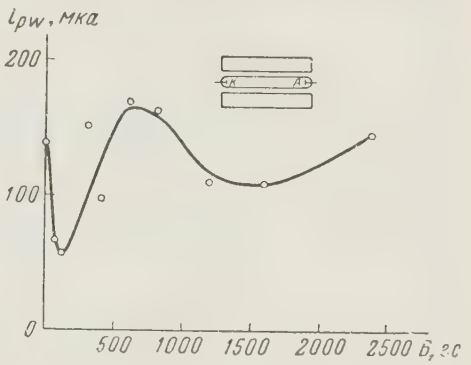


Рис. 9. Зависимость плотности тока ионов на стенку трубки типа *3* от магнитного поля в Ar при $p = 7{,}5 \cdot 10^{-3}$ *мм* рт. ст., $i_a = 0{,}130a$

Далее, при этих условиях были произведены такие же измерения, как представленные в табл. 1, строка 1. Они даны во второй строке таблицы ($i_a = 0{,}16$ *а*, $U = 150$ *в*), из которой видно, что и при $\lambda_e / R_e = 3 \cdot 10^3$ введение проводящего торца не оказывает влияния на уход частиц к стенкам трубки с точностью до 2%.

Таблица 2

B, *гс*	2000	2200	2500
$\frac{D_\times}{D_-}$	1,08	0,91	1,09

В табл. 2 представлены значения коэффициентов ухода в тех же условиях эксперимента. Коэффициенты ухода определялись принятым в этой работе методом, но измерения проводились дважды при различных положениях сегмента *C*. Табл. 2 показывает, что значения D (B), относящиеся к различным положениям сегмента, практически одинаковы.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

а) Из приведенных экспериментальных данных видно, что при определенных условиях существует область значений магнитных полей (от 0 до 10^2—10^3 *гс*), где спад ионного тока на стенку трубки и коэффициента ухода ионов с ростом магнитного поля происходит монотонно. Это имеет место, если магнитное поле не действует на катодную область; в противном случае это происходит только при токе $i_a \leqslant 0{,}1$ *а* (рис. 2—5, 7, 9). Можно показать также, как это сделано в [10], что спад коэффициента ухода ионов в этой области значений B происходит согласно теории пар-

ных соударений в предположении, что диффузия амбиполярна. Для этого надо построить кривую типа

$$\frac{D(B)}{D(0)} = \frac{1}{1 + \left(\frac{B}{B_{1/2}}\right)^2}, \qquad (2)$$

где $B_{1/2}$ определяется тем магнитным полем, в котором коэффициент ухода уменьшается вдвое. Такое построение произведено на рис. 5 (пунктирная линия), где видно также расхождение экспериментальных кривых с кривой, вычисленной по Таунсенду в более сильных магнитных полях.

б) Сопоставление зависимостей $j_{пш}(B)/j_{пш}(0)$ и $D(B)/D(0)$ с зависимостями шумовых колебаний тока от магнитного поля (рис. 3, 5, 6 и 8) указывает на тесную связь между ростом шумов и возникновением «аномалий» в уходе ионов на стенки трубки.

Зависимость $D(B)$ проходит в большинстве случаев через максимум. При давлении 0,055 *мм* рт. ст. этот максимум совпадает с максимумом шумовой амплитуды колебаний (рис. 8). При давлении 0,5 *мм* рт. ст. такой связи нет. Здесь, возможно, играет роль то обстоятельство, что изменение магнитного поля изменяет не только амплитуду, но и спектр шумов *; преобладание же тех или иных частот в шумовых колебаниях может по-разному сказываться на скорости ухода частиц из плазмы.

в) Не все виды колебаний, возникающие в плазме, могут облегчить уход ионов к боковым стенкам трубки в магнитном поле. Подвижные слои с частотой $\nu = 40$ *кгц*, имеющие место при $p = 0{,}5$ *мм* рт. ст., $i_a = 1$ *а* в слабых магнитных полях, не оказывают никакого влияния на зависимость ухода носителей на стенки от магнитного поля (рис. 4—6). Ход кривой $D(B)/D(0)$ при токе 1 *а* оказывается таким же, как при токах 0,3 и 0,1 *а*, когда страт нет.

г) Сравнение кривых рис. 2, 3 (катод в магнитном поле) с кривыми рис. 4, 5 (катод вне магнитного поля) показывает, что при $p = 0{,}5$ *мм* рт. ст. в первом случае отступления от таунсендовской зависимости сильнее и начинаются раньше. Это значит, что воздействие магнитного поля на катодную область сказывается на скорости ухода ионов из плазмы. С другой стороны, известно, что при действии магнитного поля на катодную область возникают колебания тока, которые распространяются и на плазму [11]. Это обстоятельство вновь указывает на большую роль колебаний в плазме в аномальном ходе зависимости $D(B)$. Вопрос о характере колебаний, приводящих к указанным аномалиям, о распределении полей в них и механизме воздействия на уход ионов пока остается открытым.

д) Сопоставляя полученные нами результаты с экспериментальными данными Ленерта [4, 5], надо учитывать различия в условиях и постановке обеих работ.

Наиболее близки по условиям к экспериментам Ленерта опыты, результаты которых представлены на рис. 5. Сравнение кривых этого рисунка при токах 0,1 и 0,3 *а* с соответствующей кривой Ленерта [5] показывает, что магнитное поле, при котором начинаются аномалии, оказывается равным 1200 *гс* в обеих работах.

Основное различие между результатами Ленерта и нашими состоит в том, что у Ленерта никогда не получаются максимумы в зависимостях продольного электрического поля от магнитного поля.

Это может быть объяснено либо тем, что анод в опытах Ленерта вынесен из магнитного поля, либо тем, что метод Ленерта не регистрирует не-

* Наблюдения изменения спектрального состава шумов в магнитном поле описаны в дипломной работе А. И. Шмелевой (кафедра электроники Физического факультета МГУ, 1958 г.).

посредственно уход заряженных частиц, а только суммарную потерю энергии как с заряженными частицами, так и с излучением.

Сравнивая наши результаты с результатами Жаринова [6], находим, что основное утверждение Жаринова о резком росте тока на стенку трубки при столь же резком появлении колебаний в магнитном поле совпадает с нашими наблюдениями.

е) Опыты по проверке «эффекта Саймона» [8, 9] показали, что если введение в трубку проводящего торца и оказывает какое-то действие на уход ионов из плазмы, то оно настолько незначительно, что его вполне можно не учитывать вплоть до $B/p = 5 \cdot 10^5$ *гс/мм* рт. ст. По Саймону же это действие должно изменить скорость ухода носителей по крайней мере на порядок величины при таких отношениях B/p.

Неверным является отрицание Саймоном влияния колебаний на зависимость $D(B)$.

ВЫВОДЫ

1. Классическая зависимость скорости ухода ионов из плазмы от магнитного поля нарушается уже при $B_{крит} \simeq 10^2$ *гс*, если магнитное поле воздействует, помимо плазмы (положительного столба), также на катодную область.

2. При $B_{крит}$ возникают беспорядочные колебания тока (шумы) в плазме. Их появление увеличивает скорость ухода ионов из плазмы. Напротив, правильные колебания такого типа, как бывает при бегущих слоях, не влияют на зависимость $D(B)$.

3. Величина $B_{крит}$ увеличивается с ростом давления. При воздействии магнитного поля на катодную область $B_{крит}$ уменьшается с ростом тока в трубке.

4. Введение в экспериментальную трубку проводящей стенки, перпендикулярной магнитному полю, не оказывает влияния на уход ионов из плазмы.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. S. Townsend, Philos. Mag., 1938, 25, 7, 459.
2. S. Chapman, T. G. Cowling, The mathematical theory of non-uniform gases, Cambridge, 1939.
3. A. Guthrie, P. K. Wakerling, The characteristics of electrical discharges in magnetic fields, Chapter 2 by D. Bohm, E. H. S. Burhop, H. S. W. Massey, N. Y., 1949.
4. Б. Ленерт, Докл. на 2-й Международной конференции по мирному использованию атомной энергии, 1958.
5. Ф. К. Хох, Б. Ленерт, Докл. на 4-й Международной конференции по ионизационным явлениям в газах, 1959.
6. А. В. Жаринов, Атомная энергия, 1959, 7, 3, 215, 220.
7. В. Бостик, М. Левин, Проблемы современной физики, 1956, 2, 161.
8. A. Simon, Phys. Rev., 1955, 98, 437.
9. А. Саймон, Р. В. Найдиф, Докл. на 2-й Международной конференции по мирному использованию атомной энергии, 1958.
10. И. А. Васильева, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 12, 2051.
11. З. И. Бзарова, М. Я. Васильева, ЖТФ (в печати).

Поступила в редакцию
18 I 1960

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕИОНИЗАЦИИ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА В МАГНИТНОМ ПОЛЕ СВЧ-МЕТОДОМ

С. К. Гужова, А. С. Сыргий

Резонаторным СВЧ-методом исследовалась скорость деионизации разреженного гелия в однородном магнитном поле 0—1300 *гс* при давлении 0,32—0,08 *мм* рт. ст. В конечной стадии деионизации при концентрациях, меньших 10^{10} *см*$^{-3}$ зависимость коэффициента поперечной амбиполярной диффузии от магнитного поля согласуется с формулой Таунсенда [1].

ВВЕДЕНИЕ

Скорость деионизации разреженного газа, помещенного в магнитное поле, уменьшается из-за влияния магнитного поля на коэффициент поперечной амбиполярной диффузии. Теория диффузии при парных столкновениях дает зависимость коэффициента униполярной диффузии от магнитного поля (формула Таунсенда) [1]; подобная же зависимость получается и для коэффициента амбиполярной диффузии:

$$D_{a\perp} = \frac{D_a(0)}{1 + \frac{b_e b_p}{c_0^2} B^2}, \qquad (1)$$

где $D_{a\perp}$ — коэффициент поперечной амбиполярной диффузии; $D_a(0)$ — коэффициент амбиполярной диффузии в отсутствие магнитного поля; b_e и b_p — подвижности электронов и положительных ионов; c_0 — скорость света; B — магнитное поле. Экспериментальные данные о скорости деионизации в магнитном поле говорят о значительно меньшем влиянии магнитного поля на постоянную времени деионизации и коэффициент амбиполярной диффузии, чем предсказывает формула (1) [2, 3].

В работе [2] это несоответствие объясняется возникновением в магнитном поле плазменных волн магнитно-гидродинамического типа.

В работе [4] показано, что в магнитном поле при начальных концентрациях, больших 10^{10} *см*$^{-3}$ заметную роль в деионизации газа играет объемная рекомбинация. Поэтому малое влияние магнитного поля на постоянную времени деионизации может быть вызвано преобладанием этого процесса, на который магнитное поле не влияет.

Задача настоящей работы — исследовать влияние магнитного поля на скорость деионизации и коэффициент амбиполярной диффузии разреженного гелия при концентрациях, меньших 10^{10} *см*$^{-3}$, где деионизация в магнитном поле происходит в основном за счет амбиполярной диффузии.

1. МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Если деионизация газа происходит только путем амбиполярной диффузии заряженных частиц и если $D_a = \text{const}$ (например, в конечной стадии деионизации, где плазма изотермична и $D_a = 2b_p T_g$; T_g — температура нейтрального газа), то концентрация заряженных частиц изменяется

по экспоненциальному закону $n = n_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$. Тогда по наклону прямой

$$\ln \frac{n}{n_0} = f(t) \qquad (2)$$

находим постоянную времени деионизации τ, а отсюда коэффициент амбиполярной диффузии.

В настоящей работе применяется резонаторный метод определения зависимости (2). Этот метод основывается на изменении резонансной частоты резонатора в зависимости от концентрации электронов плазмы, помещенной в резонатор.

При малых концентрациях плазмы, когда величина электронного тока мала по сравнению с током смещения, т. е. $\sigma_i \ll \omega_0 \varepsilon_0$ (σ_i — мнимая часть проводимости, ω_0 — резонансная частота резонатора без плазмы, ε_0 - диэлектрическая постоянная вакуума), возмущение, вносимое плазмой в поле резонатора, мало. Поэтому поле в резонаторе без плазмы ($\vec{E}_0$) может быть заменено полем при наличии плазмы ($\vec{E}$). Энергия, получаемая газом от зондирующего СВЧ-поля, должна быть малой, что ограничивает величину $\vec{E}$ в сантиметровом диапазоне волн до нескольких вольт на сантиметр. В этих условиях применима теория малых возмущений [5], которая дает следующее выражение для сдвига собственной частоты ω_0 резонатора в зависимости от средней концентрации электронов $\bar{n}$:

$$\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0} = \frac{\Delta\omega}{\omega_0} = -\frac{1}{2} \frac{\bar{n} e^2}{m \omega_0^2 \varepsilon_0} f(r, \theta, z), \qquad (3)$$

где

$$f(r, \theta, z) = \frac{\int_v n(v) E^2(v)\, dv}{\bar{n} \int_v E^2(v)\, dv} = C; \qquad (4)$$

e, m — заряд и масса электрона; v — объем резонатора; C — форм-фактор плазмы, который является постоянной величиной для определенного типа колебаний.

Формула (3) справедлива, если величина расстройки резонатора $\Delta\omega/\omega_0$ мала, т. е. добротность соответственно должна оставаться высокой при наличии плазмы, для чего коэффициент заполнения резонатора плазмой должен быть малым.

Когда плотность электронов плазмы растет [6], т. е. $\sigma_i \sim \omega_0 \varepsilon_0$, линейная зависимость $\Delta\omega$ от $\bar{n}$ в формуле (3) нарушается, так как в этом случае $\vec{E}$ становится отличным от $\vec{E}_0$ из-за: а) пространственного заряда, который обычно вызывает резонанс плазмы, б) экранирования плазмой своей внутренней части от внешнего поля, в) охвата высших типов колебаний, которые прибавляют к $\vec{E}_0$ несколько полей высших типов.

Таким образом, верхний предел измерения $\bar{n}$ вызван резонансом плазмы при макроскопической поляризации и перекрытием высших гармоник. Нижний предел определяется точностью измерения сдвига резонансной частоты.

Введение плазмы в магнитное поле усложняет теорию, так как ε (диэлектрическая проницаемость плазмы) в этом случае становится тензором. Однако экспериментально можно осуществить такие условия, когда влияние тензорного характера ε в магнитном поле на зондирующее СВЧ-

поле может быть ослаблено. Если вектор $\vec{E}$ СВЧ-поля в резонаторе с плазмой направить вдоль аксиального магнитного поля $\vec{B}$, то анизотропия плазмы в магнитном поле, обусловливающая появление радиальных полей и токов, не повлияет на продольное зондирующее поле $\vec{E}$. Это условие выполняется для полей типов TM_{0m0}, TM_{110} [7]; в области малых концентраций ($\sigma_i \ll \omega_0 \varepsilon_0$) в этом случае применима теория малых возмущений.

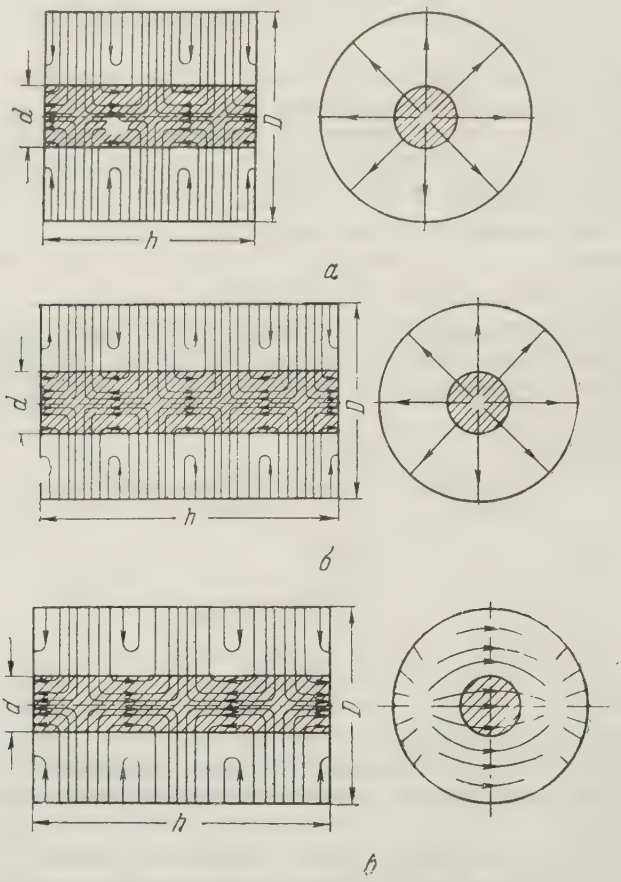


Рис. 1. Электрическое поле зондирующего сигнала:
$а$ — TM_{012}; $б$ — TM_{014}; $в$ — TM_{113}

В настоящей работе для измерения постоянной времени деионизации в магнитном поле использовались: третья и четвертая гармоники по z колебаний типа TM_{010} (рис. 1, *а*, *б*) и третья гармоника колебаний типа TM_{110} (рис. 1, *в*). Электрическое поле этих типов волн в области плазмы (заштрихованная область), аксиально симметричной относительно цилиндрического резонатора, направлено в основном вдоль магнитного поля и максимально у оси резонатора, что повышает его чувствительность к низким концентрациям электронов.

2. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ УСТАНОВКА

Блок-схема установки дана на рис. 2. На внешние электроды кварцевой трубки (радиус $a = 0{,}7$ *см*, длина $l = 18$ *см*), помещенной в резонатор, подавалось импульсное напряжение от генератора четырехметро-

вых волн. Длительность ВЧ-импульса 20 *мксек* с задним фронтом меньше 5 *мксек*, частота повторения 50 *гц*.

Зондирующее СВЧ-поле получалось от клистронного генератора на частоте 8300—9900 *Мгц*; максимальная мощность генерируемых колебаний 1 *мвт*. Сигнал, проходящий в момент резонанса через резонатор, детектировался и осциллографировался; его частота измерялась абсорбционным волномером. Для измерений использовались два цилиндрических резонатора, к торцам которых поставлены запредельные волноводы, чтобы уменьшить потери через места входа разрядной трубки. В одном резонаторе (диаметр D =5,5 *см*, высота h=8,1*см*, диаметр трубки d=1,4 *см*) на частоте 8850 *Мгц* возбуждались колебания типа TM_{113}, а на частоте 9100 *Мгц*—колебания типа TM_{014}. Добротность этого резонатора в отсутствие плазмы 900—850, а при наличии плазмы—150—100. Во втором резонаторе (D = 5,7 *см*, h = 5,7 *см*, d = 1,4 *см*) на частоте 9100 *Мгц* возбуждались колебания типа TM_{013}; его добротность 400—350 в отсутствие плазмы и 100—50 при наличии плазмы.

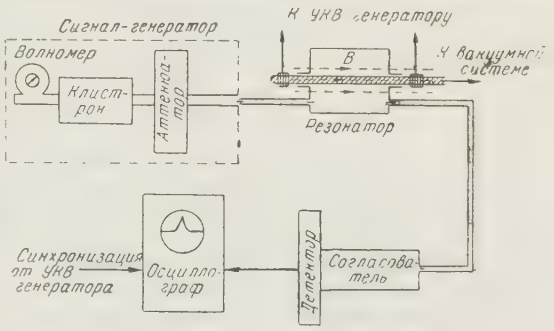


Рис. 2. Блок-схема установки

Источником магнитного поля служил соленоид, который давал максимальное магнитное поле 1340 *гс*; отклонение магнитного поля от однородности в области плазмы не превышало 3%.

Гелий очищался активированным углем при температуре жидкого азота.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ, ОБЪЯСНЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Опыты проводились в гелии при давлениях: 0,32; 0,14 и 0,08 *мм* рт. ст.

На рис. 3 приведены кривые деионизации $\ln \Delta\omega \equiv \ln n + \text{const} = f(t)$ ($\Delta\omega$ — в делениях волномера) при давлении 0,32 *мм* рт. ст. и различных магнитных полях, полученные на следующих типах волн: TM_{013}

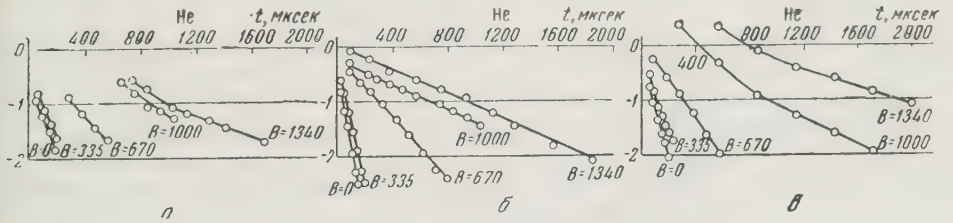


Рис. 3. Зависимость $\ln \bar{n} + \text{const} = f(t)$ при p = 0,32 *мм* рт. ст.:
а — TM_{013}; *б* — TM_{014}; *в* — TM_{113}

(рис. 3, *а*), TM_{014} (рис. 3, *б*) и TM_{113} (рис. 3, *в*); на рис. 4 и 5 даны такие же зависимости при давлениях 0,14 *мм* рт. ст. (рис. 4) и 0,08 *мм* рт. ст. (рис. 5), полученные на типе волны TM_{113} (B всюду в гауссах).

Общим для всех кривых деионизации является более крутой ход процесса в начальном участке кривой; с увеличением магнитного поля этот участок становится заметнее. Такое отклонение зависимости $\ln \bar{n} = f(t)$ от прямой линии может быть вызвано как наличием заметных потерь за-

ряженных частиц за счет объемной рекомбинации, роль которой в магнитном поле растет [4], так и невыполнением на этом участке условия $\sigma_i \ll \omega_0 \varepsilon_0$ при наличии которого выведена формула (3).

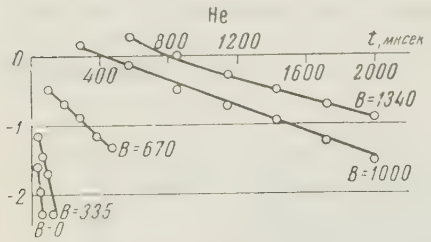


Рис. 4

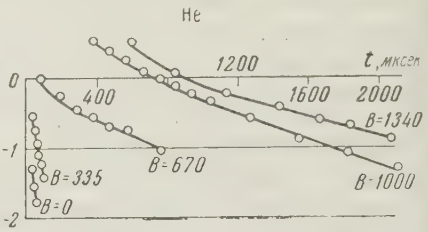


Рис. 5

Рис. 4. То же, что и на рис. 3, но при $p = 0{,}14$ *мм* рт. ст.; тип волны TM_{113}
Рис. 5. То же, что и на рис. 3 и 4, но при $p = 0{,}08$ *мм* рт. ст.; тип волны TM_{113}

По наклону кривых деионизации (рис. 3, 4, 5) в самой поздней стадии процесса, где концентрации меньше 10^{10} $см^{-3}$, определялась постоянная времени деионизации τ. Зависимость $\tau = f(B)$ приведена на рис. 6 для всех трех давлений при зондирующем поле TM_{113}. Величины τ, получен-

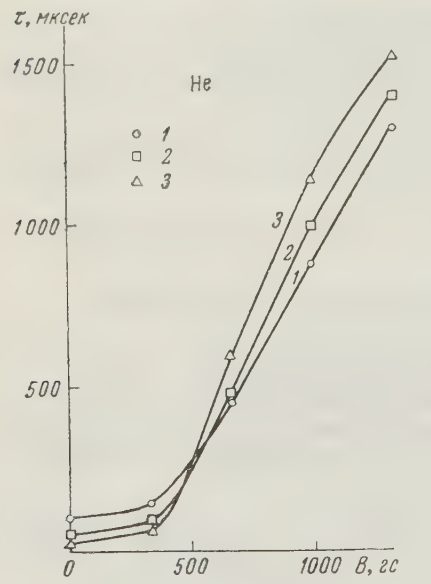


Рис. 6

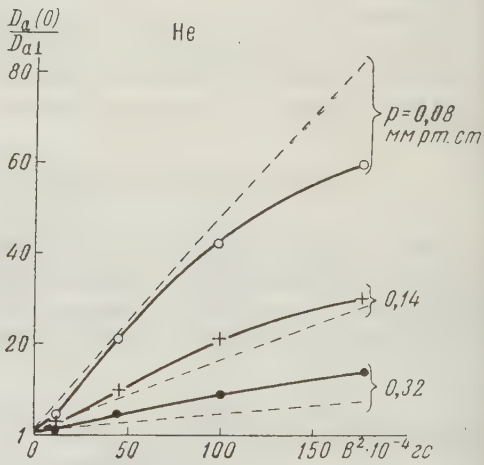


Рис. 7

Рис. 6. Зависимость постоянной времени деионизации от магнитного поля: *1* — $p = 0{,}32$ *мм* рт. ст.; *2* — $p = 0{,}14$ *мм* рт. ст.; *3* — $p = 0{,}08$ *мм* рт. ст.
Рис. 7. Зависимость $D_a(0)/D_{a\perp} = f(B^2)$; пунктиром обозначена зависимость, полученная по формуле (1)

ные на всех упомянутых выше типах волн, находятся в хорошем согласии друг с другом. Из этих зависимостей (рис. 6) видно, что постоянная времени деионизации увеличивается с ростом магнитного поля. При $B = 0$ τ растет с давлением; начиная с магнитных полей порядка 600 *гс*, τ убывает с ростом давления, что можно объяснить уменьшением частоты столкновений, которые в магнитном поле способствуют попаданию заряженных частиц на стенку.

Коэффициент поперечной амбиполярной диффузии был рассчитан по формуле

$$D_{a\perp} = \frac{a^2}{5{,}76}\left[\frac{1}{\tau(B)} - \frac{\pi^2}{l^2} D_a(0)\right]. \qquad (5)$$

Полученные значения $D_{a\perp}$ сведены в таблицу. Величина pD_a при $B = 0$ находится в пределах 240—280 *мм·см²·сек⁻¹*. На рис. 7 дана зависимость $D_a(0)/D_{a\perp} = f(B^2)$; пунктиром обозначена эта же зависимость по форму

Значения $D_{a\perp}$ (*см²·сек⁻¹*)

p, *мм* рт. ст.	*B*, *гс*				
	0	335	670	1000	1340
0,32	850	610	190	100	70
0,14	1700	940	180	80	60
0,08	2830	1420	140	70	50

ле (1). Полученные экспериментальные данные находятся в удовлетворительном согласии с выводами теории диффузии при парных столкновениях.

ВЫВОДЫ

1. Магнитное поле уменьшает скорость деионизации; степень влияния магнитного поля на скорость деионизации растет с уменьшением давления.

2. Начиная с магнитных полей порядка 600 *гс*, величина $\partial\tau/\partial p$ (рис. 6) меняет знак, что согласуется с выводами теории диффузии при парных столкновениях.

3. Для концентраций, меньших 10^{10} *см⁻³*, зависимость коэффициента поперечной диффузии от магнитного поля согласуется с формулой Таунсенда.

Авторы приносят благодарность В. Л. Грановскому за предложение темы и ценные указания.

ЛИТЕРАТУРА

1. J. S. Townsend, Philos. Mag., 1938, 25, 7, 459.
2. W. Bostik, M. Levine, Phys. Rev., 1955, **97**, 13.
3. А. С. Сыргий, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 11, 1854.
4. А. С. Сыргий, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 9, 1522.
5. J. C. Slater, Rev. Mod. Phys., 1956, **18**, 441.
6. K. B. Persson, Phys. Rev., 1957, **106**, 191.
7. С. Браун, Доклад № 387 (США), Вторая (женевская) Международная конференция по мирному использованию атомной энергии, 1958.

Поступила в редакцию
1 II 1960

1960 № 9

СКОРОСТЬ ДЕИОНИЗАЦИИ РАЗРЕЖЕННОГО ГЕЛИЯ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ. Ч. II

А. С. Сыргий, В. Л. Грановский

Методом измерения интегральной величины ионного тока на стенку и начального количества зарядов в объеме плазмы исследовалась относительная роль двух процессов — диффузии и объемной рекомбинации — в ходе деионизации разреженного газа (гелия) в магнитном поле 0—1500 *гс*. При давлении газа 10^{-2}—10^{-1} *мм* рт. ст. и концентрации носителей $\geqslant 10^{11}$ *см*^{3} в сильном магнитном поле преобладают потери зарядов путем объемной рекомбинации.

ВВЕДЕНИЕ. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Скорость деионизации распадающейся плазмы при помещении ее в однородное магнитное поле снижается из-за уменьшения коэффициента поперечной (по отношению к магнитному полю) диффузии ($D_\perp$) заряженных частиц. Если скорость деионизации характеризовать постоянной времени, по крайней мере в начале (τ_0) и в конце ($\tau_к$) процесса [1], то, как показывает опыт, эти величины действительно растут при усилении магнитного поля [2, 3]. Однако они растут гораздо меньше, чем это предсказывает теория, учитывающая убыль зарядов в плазме только вследствие диффузии их к стенкам и последующей рекомбинации на поверхности последних.

Увеличение средней продолжительности жизни свободных электронов и ионов в сильном магнитном поле может привести к значительному возрастанию вероятности их рекомбинации в объеме газа, роль которой должна, наконец, стать преобладающей [4].

Если бóльшая доля потерь зарядов происходит путем объемной рекомбинации, то дальнейшее увеличение магнитного поля не должно существенно сказываться на скорости деионизации, так как на коэффициент объемной рекомбинации магнитное поле не влияет (по крайней мере в первом приближении).

Задача настоящей работы — выяснить влияние магнитного поля на относительную роль объемной рекомбинации и диффузии в ходе деионизации газа. В частности, должны найти объяснение экспериментальные данные, полученные в работе [3].

1. МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ

Возможным методом определения доли зарядов, теряемой за счет каждого из видов рекомбинации (поверхностной или объемной), могло бы быть исследование вида зависимости

$$\ln \frac{n_p}{n_{p0}} = f_1(t) \qquad (1)$$

или

$$\frac{1}{n_p} = f_2(t) \qquad (2)$$

(n_p — концентрация положительных ионов).

Отклонение зависимости (1) от прямой линии, представляющей деионизацию путем диффузии (и рекомбинации на стенках) при $D_a = \text{const}$, говорит о наличии объемной рекомбинации. Отклонение же зависимости (2) от прямой, характеризующей объемную рекомбинацию при $D_a = 0$ и коэффициенте рекомбинации $\beta = \text{const}$, указывает на наличие заметных диффузионных потерь. Но, как было показано [4], заметного отклонения зависимости (1) от прямой в магнитном поле при $n_{p0} \leqslant 10^{11}$ *см*$^{-3}$ практически не должно быть заметно, несмотря на то, что при этом уже происходит значительная рекомбинация в газе. С другой стороны, в работе [5] установлено, что и зависимостью (2) можно пользоваться для обнаружения в газе одновременного наличия обоих видов потерь только при $\beta n_{p0} a^2/D_a \geqslant 100$, что означает отклонение от линейности примерно в 5 раз; но даже тогда ошибка в определении β по наклону прямой может превышать 50%. Таким образом, эти методы нечувствительны даже к заметным изменениям характера потерь зарядов, поэтому они непригодны для решения нашей задачи.

Выбранная нами методика основана не на изучении хода явления во времени (хотя его и приходится определять), а на сравнении между собой двух интегральных величин: общего количества положительных ионов $[N(t_0)]$, существующих во всей плазме в начальный момент t_0, и количества положительных ионов (N_D), ушедших из плазмы путем диффузии к стенкам за время от t_0 до ∞ (т. е. до конца процесса)*.

Величины $N(t_0)$ и N_D связаны равенством

$$N(t_0) = N_D + N_R, \tag{3}$$

где N_R — число ионов, исчезнувших за то же время путем рекомбинации в объеме газа.

Равенство (3) опирается на единственное предположение, что после $t = t_0$ новой ионизации в газе не происходит.

Величина N_D определяется ионным током ко всей поверхности стенок трубки за все время после $t = t_0$:

$$N_D = \frac{1}{e_0} \int_{t_0}^{\infty} dt \int_{(S)} j_{pw} ds;$$

j_{pw} — плотность ионного тока к стенке на участке ds.

В случае цилиндрической трубки длины h и радиуса a и магнитного поля, параллельного оси трубки, ток идет на боковую стенку (перпендикулярно магнитному полю) и на оба основания (параллельно полю); поэтому при осесимметричном распределении плазмы в трубке

$$N_D = N_{D\perp} + N_{D\parallel} = \frac{2\pi a}{e_0} \int_{t_0}^{\infty} dt \int_0^h j_{pw}(z,\ a)\, dz +$$

$$+ \frac{2\pi}{e_0} \int_{t_0}^{\infty} dt \int_0^a j_{pw}(0,\ r)\, r\, dr + \frac{2\pi}{e_0} \int_{t_0}^{\infty} dt \int_0^a j_{pw}(h,\ r)\, r dr; \tag{4}$$

$j_{pw}(z,\ a)$; $j_{pw}(0,\ r)$, $j_{pw}(h,\ r)$ — плотность ионного тока на боковую стенку и на каждый из торцов трубки; j_{pw} находится на опыте измерением ионного тока на плоский зонд у стенки по известной методике, поэтому в (4) нет величин, не известных из опытов.

---

* Аналогичный метод был ранее использован для другой задачи в работе И. А. Лукацкой и В. Л. Грановского [6].

Величина $N(t_0) = \int\limits_{(V)} n_p(t_0)\,dV$ (V — объем трубки). При сделанных выше предположениях

$$N(t_0) = 2\pi \int\limits_0^h dz \int\limits_0^a n_p(z,\ r,\ t_0)\,r dr. \tag{5}$$

Величину $n_p(r,\ z,\ t_0)$ в плазме, распадающейся в магнитном поле, можно определить по ионному току на положительный зонд, находящийся в точке $(r,\ z)$, и средней тепловой скорости ионов в этот момент:

$$n_p(r,\ z,\ t_0) = \frac{4}{e_0 \bar{u}_p} j_p(r,\ z,\ t_0).$$

Тогда

$$N(t_0) = \frac{8\pi}{e_0 \bar{u}_p} \int\limits_0^h dz \int\limits_0^a j_p(z,\ r,\ t_0)\,r dr. \tag{5'}$$

В исследуемом нами газе (гелий) и при использованных давлениях ($10^{-2} - 10^{-1}$ *мм* рт. ст.) можно считать, что в отсутствие магнитного поля объемной рекомбинации нет и, следовательно, $N(t_0) = N_D$. Тогда мы можем при $B = 0$ приравнять выражения (4) и (5′); это дает нам нормировку интеграла (5′) и позволяет определить коэффициент при нем (включающий неизвестную величину $\bar{u}_p$), если j_{pw} и $j_p(z,\ r)$ всюду измерены. Значением этого коэффициента мы пользуемся в дальнейшем, при $B \neq 0$.

2. АППАРАТУРА

Экспериментальная трубка и схема измерений изображены на рис. 1, *а*, *б*. Для измерения тока диффузии на боковую стенку служил плоский стеночный зонд P_1 в виде диска с охранным кольцом; на зонд и кольцо подавался отрицательный потенциал -100 *в*. Ток на P_1, как и на все остальные зонды, осциллографировался. Его показания с учетом распределения тока по длине трубки (см. ниже) позволяли определять $N_{D\perp}$.

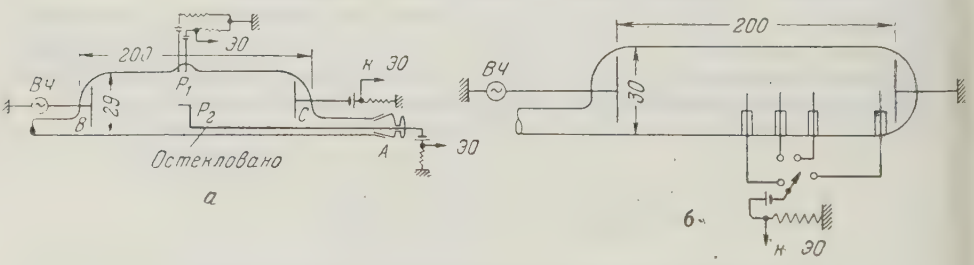


Рис. 1. Экспериментальные трубки и схема измерений

Ионные токи на оба торца при распаде плазмы в отсутствие электрического поля можно считать равными. Чтобы их измерить, в трубку были введены плоские дисковые электроды B и C. На один из электродов (C) подавалось отрицательное смещение ~ 60 *в*; этим от него в распадающейся плазме отталкивались электроны и он превращался в плоский отрицательный зонд. С его помощью определялось $N_{D\parallel}$.

Распределение концентрации ионов по сечению трубки определялось при помощи тонкого цилиндрического зонда P_2, который при помощи шлифа A мог перемещаться по сечению трубки.

Распределение плазмы по длине трубки (а следовательно, и распределение ионного тока j_{pw} по длине) изучалось в специально изготовленной трубке (рис. 1, *б*), содержащей 4 зонда, расположенных в разных сечениях. Они позволяли определить зависимость $n_p(z)$, а следовательно, и $j_{pw}(z, a)$. При помощи цилиндрических зондов определялся интеграл, входящий в выражение $N(t_0)$.

Ионизация газа производилась импульсами тока от генератора четырехметровых волн; импульсы длительностью 20 *мксек* повторялись 50 раз в секунду.

Трубка помещалась в соленоид, который давал однородное магнитное поле до 1500 *гс*. Гелий предварительно очищался активированным углем при температуре жидкого азота.

3. РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ

Опыты проводились в гелии при трех давлениях: 0,06; 0,11 и 0,33 *мм* рт. ст.

На рис. 2 приведены в виде примера данные об ионных токах на подвижный зонд в момент времени $t_0 = 40$ *мксек* и $p = 0{,}33$ *мм* рт. ст. на различных расстояниях от оси и при разных B (параметр кривых). Они показывают распределение n по сечению трубки. По таким кривым с учетом распределения по длине вычислялся интеграл в выражении $N(t_0)$.

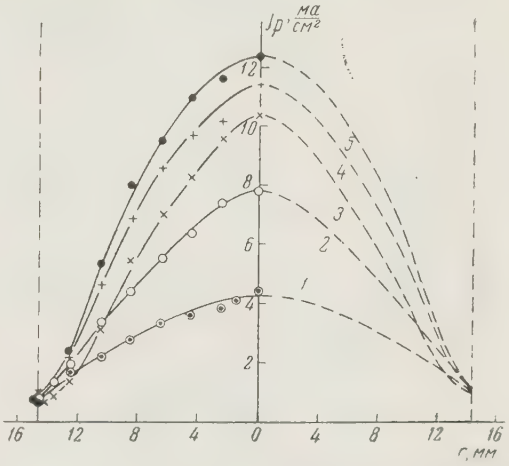


Рис. 2. Плотность ионного тока на подвижный зонд как функция расстояния от оси трубки при $p = 0{,}33$ *мм* рт. ст.:

1 — $B = 0$; *2* — $B = 300$ *гс*; *3* — $B = 600$ *гс*; *4* — $B = 900$ *гс*; *5* — $B = 1200$ *гс*

О распределении n и j_p по длине трубки можно судить по кривым рис. 3, построенным по показаниям четырех зондов в трубке типа рис. 1, *б*. Они относятся к $p = 0{,}33$ *мм* рт. ст., к $t_0 = 40$ *мксек* и $B = 0$ (рис. 3, *а*) и к более позднему времени $t_0 = 160$ *мксек* при $B = 600$ *гс* (рис. 3, *б*). (для сравнения приводится синусоида — штрихпунктирная кривая).

Примеры кривых ионного тока на стеночный зонд в функции времени при $p = 0{,}06$ *мм* рт. ст. и разных B приведены на рис. 4. По кривым этого типа с учетом распределения j_{pw} по длине трубки вычислялось $N_{D\perp}$. На рис. 5 приведены примеры аналогичных кривых ионного тока на электроды, т. е. к торцам трубки при $p = 0{,}33$ *мм* рт. ст. и разных B. Такие кривые служили для определения $N_{D\parallel}$.

Вычисленные таким образом значения $N(t_0)$, $N_{D\parallel}$, $N_{D\perp}$ сводились в таблицы, подобные таблице, относящейся к случаю $p = 0{,}33$ *мм* рт. ст. В этой таблице величины $N(t_0)$ уже нормированы так, чтобы при $B = 0$ $N(t_0) = N_{D\perp} + N_{D\parallel}$. Для этого пришлось взять значение $\bar{u}_p \simeq (1{,}4-2) \times 10^5$ *см/сек*, что соответствует $T_p \simeq (3-5) \cdot 10^2$ °K. В распадающейся плазме такой порядок величины, очевидно, недалек от истинного и указывает на законность проводимой нами нормировки $N(t_0)$.

На рис. 6 приведены построенные по данным таблицы отношения

$$\frac{N_{D\parallel}}{N(t_0)} \cdot 10, \qquad \frac{N_{D\perp}}{N(t_0)} \qquad \text{и} \qquad \frac{N_D}{N(t_0)}$$

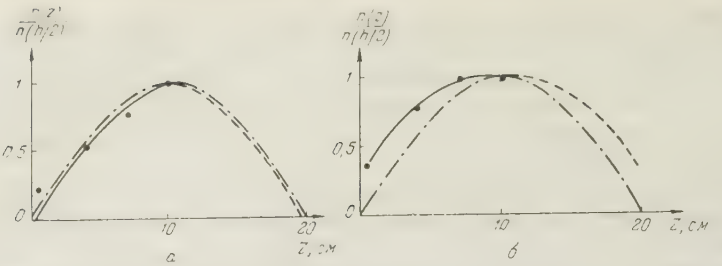


Рис. 3. Распределение плазмы по длине трубки при $p = 0{,}33$ *мм* рт. ст. (штрих-пунктиром обозначена синусоида)

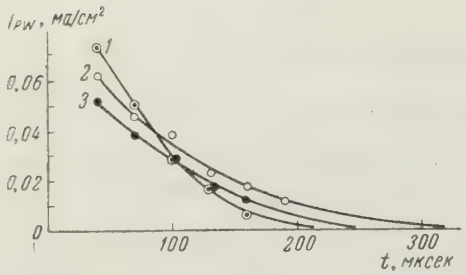


Рис. 4. Плотность ионного тока на стенку как функция времени при $p = 0{,}06$ *мм* рт. ст.:

1 — $B = 0$, *2* — $B = 300$ *гс*, *3* — $B = 1200$ *гс*

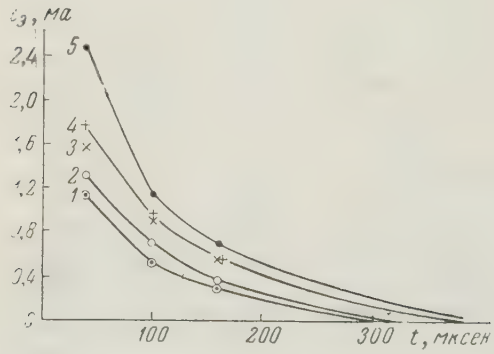


Рис. 5

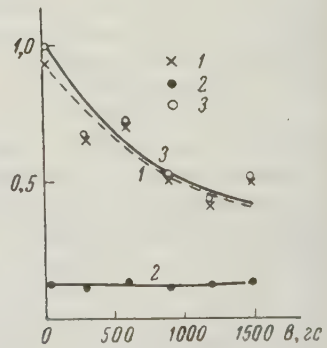


Рис. 6

Рис. 5. Ионный ток на электроды как функция времени при $p = 0{,}33$ *мм* рт. ст.;

1 — $B = 0$; *2* — $B = 300$ *гс*; *3* — $B = 600$ *гс*; *4* — $B = 900$ *гс*, *5* — $B = 1200$ *гс*

Рис. 6

1 — $\frac{N_{D\perp}}{N(t_0)} = f(B)$; *2* — $\frac{N_{D\parallel}}{N(t_0)} \cdot 10 = f(B)$; *3* — $\frac{N_D}{N(t_0)} = f(B)$

при $p = 0{,}33$ *мм* рт. ст.

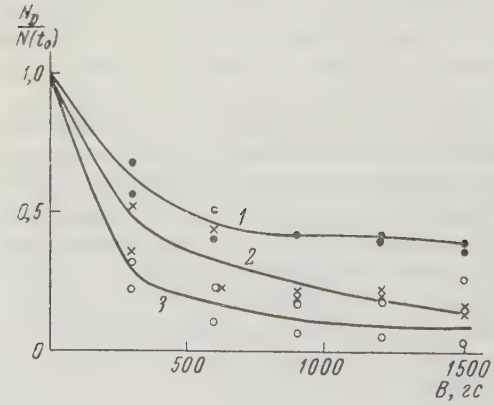


Рис. 7. Доля зарядов, исчезающих за счет амбиполярной диффузии, как функция магнитного поля: *1* — $p = 0{,}33$ *мм* рт. ст.; *2* — $p = 0{,}11$ *мм* рт. ст.; *3* — $p = 0{,}06$ *мм* рт. ст.

при разных B в моменты времени $t_0 = 40$ *мксек*. Такие же графики получены и при $t_0 = 100$ и 160 *мксек*.

Количество ионов, диффундирующих вдоль поля ($N_{D\parallel}$), во всех случаях составляет малую часть всех имеющихся ионов, хотя при усилении поля оно возрастает несколько по сравнению с количеством ионов, уходящих к боковой стенке (перпендикулярно полю). Поэтому в дальнейшем мы рассматривали только ионы, уходящие к боковой стенке.

Величина $N_D/N\,(t_0)$ (доля всех ионов, исчезающая путем ухода к стенке) при разных давлениях приведена на рис. 7. Из него видно, что при сильных магнитных полях далеко не все ионы остаточной плазмы исчезают путем диффузии к стенкам, а существенную роль играет объемная рекомбинация. Роль диффузии в деионизации газа в сильном H-поле тем меньше, чем ниже давление газа.

4. ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Распределение плазмы по длине при $B = 0$ (рис. 3, *а*) близко к синусоиде; в магнитном поле наблюдается некоторое отступление от такого распределения — распределение по длине становится более однородным (рис. 3, *б*), что можно объяснить увеличением относительной роли объемной рекомбинации в исчезновении зарядов *.

В распадающейся плазме гелия низкого давления при $B = 0$ и $n \leqslant \leqslant 10^{12}\ см^{-3}$ основные потери зарядов происходят за счет амбиполярной диффузии к стенке. В магнитном поле при $n \geqslant 10^{11}\ см^{-3}$ отношение $N_D/N\,(t_0)$ уменьшается с ростом поля (рис. 7); следовательно, роль объемной рекомбинации растет. При тех же магнитных полях объемная рекомбинация оказывается сильнее при меньших давлениях газа, так как уменьшается число столкновений, которые в магнитном поле способствуют попаданию частиц на стенку.

Полученные по этому методу экспериментальные данные могут быть сравнены с выводами из теории, изложенной в [4].

Диффузионные и рекомбинационные потери — N_D и N_R — могут быть вычислены следующим образом:

$$N_D = N_{D\perp} + N_{D\parallel}, \quad N_{D\perp} = -2\pi a D_{a\perp} \int_t \int_z \left(\frac{\partial n}{\partial r}\right)_{r=a} dz\,dt,$$

$$N_{D\parallel} = -4\pi D_{a\parallel} \int_t \int_r \left(\frac{\partial n}{\partial z}\right)_{z=h} r\,dr\,dt, \quad \text{(см. (4))},$$

$$N_R = \int_t \int_V \beta n^2\,dV\,dt. \tag{6}$$

Выражение для n взято следующим:

$$n = n_0 J_0\left(\eta_1' \frac{r}{a}\right) \sin\frac{\pi z}{h} \frac{k_1^2\, e^{-k_1^2 t}}{k_1^2 + \dfrac{\pi^2 (\eta_1')^2}{32} \beta n_0 \left(1 - e^{-k_1^2 t}\right)}, \tag{7}$$

где

$$\eta_1' = 2{,}405; \quad k_1^2 = \left(\frac{2{,}405}{a}\right)^2 D_{a\perp} + \left(\frac{\pi}{h}\right)^2 D_{a\parallel},$$

т. е. предполагается, что n меняется во времени так же, как и n (см.

* Во всех расчетах распределение по длине аппроксимировано как синусоидальное.

формулу (16) работы [4]). Подставляя (7) в (5) и (6), находим

$$\frac{N_R}{N_D} = \frac{4J_1(\eta_1')}{\pi\eta_1'}\left[\frac{y}{\ln(y+1)} - 1\right] \simeq 0{,}28\left[\frac{y}{\ln(y+1)} - 1\right], \qquad (8)$$

где

$$y = \frac{\pi^2(\eta_1')^2\beta n_0}{32k_1^2} \simeq 1.8\,\frac{\beta n_0}{k_1^2}.$$

Учитывая, что

$$\frac{N_D}{N(t_0)} = \frac{N_D}{N_D + N_R} = \frac{1}{1 + \dfrac{N_R}{N_D}}$$

и используя (8), находим

$$\frac{N_D}{N(t_0)} = \frac{1}{1 + 0{,}28\left[\dfrac{y}{\ln(y+1)} - 1\right]}. \qquad (9)$$

Зависимость $N_D / N(t_0) = f(B)$ была рассчитана по формуле (9) при тех же условиях, которые фигурировали в эксперименте: значение n_0 принято $5 \cdot 10^{11}$ *см*$^{-3}$; принимается также

$$D_{a\perp} = \frac{D_{a0}}{1 + \dfrac{b_{p0}b_{e0}}{c_0^2}B^2}.$$

На рис. 8 и 9 сравниваются экспериментальная и полученная по формуле (9) зависимости $N_D / N(t_0) = f(B)$ при двух давлениях: 0,33 (рис. 8) и 0,11 *мм* рт. ст. (рис. 9).

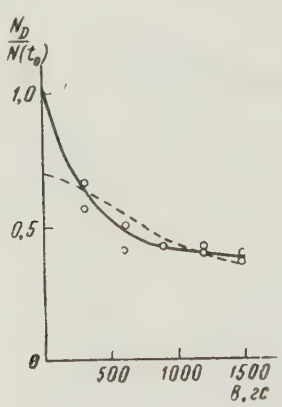


Рис. 8

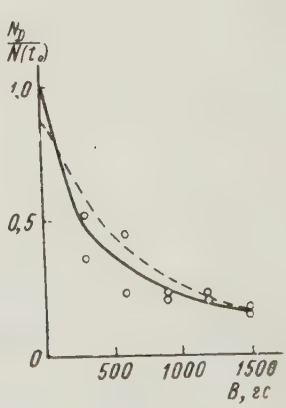


Рис. 9

Рис. 8. То же, что на рис. 7, $p = 0{,}33$ *мм* рт. ст.; пунктир — теоретическая кривая

Рис. 9. То же, что на рис. 7 и 8, $p = 0{,}11$ *мм* рт. ст.; пунктир — теоретическая кривая

Учитывая приближенную оценку начальных концентраций, можно только указать на одинаковый ход теоретических и экспериментальных кривых.

Из результатов этой работы следует, что приведенные в [3] в табл. и на рис. 9 значения D_0 и D_k не представляют собой истинных коэффици

B, гс	$t_0 = 40$ мксек		
	$N(t_0) \cdot 10^{-13}$	$N_{D\perp} \cdot 10^{-13}$	$N_{D\parallel} \cdot 10^{-13}$
0	5,26	5,16	0,1
300	8,2	5,4	0,14
600	9,15	6,5	0,19
900	11,4	5,8	0,21
1200	13,8	5,75	0,27
1500	13,3	6,64	0,27

B, гс	$t_0 = 100$ мксек		
	$N(t_0) \cdot 10^{-13}$	$N_{D\perp} \cdot 10^{-13}$	$N_{D\parallel} \cdot 10^{-13}$
0	2,72	2,68	0,05
300	4,2	2,94	0,065
600	4,88	3,84	0,11
900	5,72	3,38	0,11
1200	6,44	3,1	0,14
1500	6,44	3,22	0,14

B, гс	$t_0 = 160$ мксек		
	$N(t_0) \cdot 10^{-13}$	$N_{D\perp} \cdot 10^{-13}$	$N_{D\parallel} \cdot 10^{-13}$
0	1,15	1,13	0,02
300	1,87	1,46	0,03
600	2,28	2,03	0,06
900	2,68	1,72	0,06
1200	2,9	1,57	0,08
1500	2,9	1,6	0,08

нтов диффузии, а являются некоторыми эффективными величинами характеризующими скорость потери ионов плазмой под действием двух факторов — диффузии и объемной рекомбинации.

ВЫВОДЫ

1. Малое влияние магнитного поля на постоянную времени деионизации, наблюденное в работе [3], можно объяснить резким увеличением роли объемной рекомбинации при наличии магнитного поля и $n_0 > 10^{10}$ *см*$^{-3}$, считая коэффициент объемной рекомбинации независящим от магнитного поля по крайней мере в первом приближении.

2. Метод сравнения интегральных величин ионных токов позволяет определить роль диффузии и объемной рекомбинации в процессе деионизации.

3. Роль объемной рекомбинации в потере зарядов растет с повышением магнитного поля и с уменьшением давления, достигая примерно 90% при $p = 0{,}06$ *мм* рт. ст. и $n_0 \simeq 5 \cdot 10^{11}$ *см*$^{-3}$.

4. Таким образом, полученные экспериментальные данные согласуются с выводами теории, учитывающей одновременно диффузию при парных столкновениях (к ней может быть применена формула Таунсенда) и объемную рекомбинацию, принимаемую независящей от магнитного поля.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Грановский, Изв. АН СССР, Сер. физ., 1938, 4, 419.
2. W. Bostik, M. Levine, Phys. Rev., 1955, 97, 13.
3. А. С. Сыргий, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 11, 1854.
4. А. С. Сыргий, В. Л. Грановский, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 7, 1129.
5. E. P. Gray, D. E. Kerr, IV International conference on ionization phenomena in gases, Upsala, 1959.
6. В. Л. Грановский, И. А. Лукацкая, Электричество, 1953, 8.

Физический факультет Московского
государственного университета
им. М. В. Ломоносова
Кафедра электроники

Поступила в редакцию
18 I 1960

1960 № 9

ПЕРЕХОДНЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕМЕНТОВ *Т*-ОБРАЗНОЙ ЭКВИВАЛЕНТНОЙ СХЕМЫ ДЛЯ ДРЕЙФОВОГО ТРИОДА

Т. М. Агаханян

Приводятся переходные функции элементов *Т*-образной эквивалентной схемы для дрейфового триода, полученные на основании решения уравнения непрерывности.

ВВЕДЕНИЕ

Как известно [1], эквивалентная схема полупроводникового триода получается синтезированием отдельных элементов, из которых наиболее важными являются емкости переходов, омическое сопротивление базы и совокупность элементов, отображающих процессы в базовой области триода. Дрейфовые триоды отличаются от диффузионных триодов в основном тем, что при переносе заряда через базу у первых преобладает дрейфовое движение носителей, а у последних — диффузионное. Поэтому эквивалентные схемы указанных типов триодов отличаются лишь элементами, описывающими процессы в базовой области, т. е. элементами, представляющими собой эквивалентную схему собственно-транзистора.

Эквивалентную схему собственно-транзистора можно составить на основании решения уравнения непрерывности [2] с использованием уравнения для плотности тока.

Для плоскопараллельной геометрии триода уравнение непрерывности для концентрации неравновесных носителей заряда m можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial m}{\partial t} = -\frac{m}{\tau_{\text{н}}} - \frac{1}{\tau_E}\frac{\partial m}{\partial \xi} + \frac{1}{2\tau_D}\frac{\partial^2 m}{\partial \xi^2}, \qquad (1)$$

и уравнение для плотности тока

$$I = wq\left[\frac{m}{\tau_E} - \frac{1}{2\tau_D}\frac{\partial m}{\partial \xi}\right]. \qquad (2)$$

В этих уравнениях $\xi = x/w$ — безразмерная переменная; w — ширина базы; x — координата вдоль базы; $\tau_{\text{н}}$, τ_D и τ_E представляют собой соответственно постоянную накопления, среднее время диффузии и время дрейфа и определяются следующими выражениями:

$$\frac{1}{\tau_{\text{н}}} = \frac{1}{\tau_{\text{эф}}} + \frac{\partial}{\partial x}E\mu; \quad \tau_D = \frac{w^2}{2D}, \quad \tau_E = \frac{w}{\mu E}, \qquad (3)$$

где $\tau_{\text{эф}}$ — эффективная величина времени жизни носителей [2]; D — коэффициент диффузии; μ — подвижность неосновных носителей; E — напряженность электрического поля в базе.

Строгое решение уравнения непрерывности для реального дрейфового триода затруднительно, так как коэффициенты этого уравнения ($\tau_{\text{н}}$, τ_E, τ_D) в данном случае являются функциями от координат рассматриваемой точки. Это объясняется, во-первых, тем, что концентрация при-

месей в базе дрейфового триода непостоянна: с изменением концентрации примесей изменяется как подвижность носителей [3], так и коэффициент диффузии, поэтому время дрейфа τ_E, среднее время диффузии τ_D и постоянная накопления $\tau_н$ оказываются функциями от координат. Во-вторых, в современных дрейфовых триодах закон распределения примесей в базе определяется не экспоненциальной функцией, а функцией erfc (x) [4], поэтому напряженность поля вдоль базы изменяется. Последнее обстоятельство также приводит к тому, что коэффициенты уравнения непрерывности оказываются функциями от координат.

Частотные характеристики дрейфового триода, в области базы которого напряженность поля постоянна, рассмотрены в работах Кремера [5]. Переходные характеристики коэффициента передачи тока (также в случае $E = \text{const}$) приведены в [6, 7].

Переходные характеристики элементов эквивалентной схемы, которые приводятся ниже, получены на основании решения уравнения (1) в предположении, что коэффициенты этого уравнения постоянные величины. Это означает, что вместо функциональных зависимостей $\tau_н$, τ_E и τ_D использовались некоторые средние значения этих величин. При этом уравнение непрерывности является линейным и, очевидно, что переходные характеристики триода будут выражаться такими же функциями, какие получаются в случае постоянства напряженности поля. Казалось бы, при этом исключается возможность учета влияния изменения скорости дрейфа, обусловленного нарастанием напряженности поля вдоль базы.

Влияние изменения скорости дрейфа при решении линейного уравнения непрерывности в статье учитывается тем, что в уравнении (1) коэффициент при концентрации носителей m определяется не только эффективным значением времени жизни, как это имеет место при $E = \text{const}$, а еще градиентом скорости дрейфа (см. выражение (3) для $\tau_н$).

Эта поправка, конечно, не позволяет полностью учесть влияние изменения напряженности поля, однако она существенна, ибо многие важные параметры триода определяются величиной $\tau_н$. Дело в том, что импульсные и высокочастотные свойства полупроводниковых триодов в значительной степени определяются накоплением зарядов в базе. В диффузионных триодах, а также в дрейфовых триодах при экспоненциальном распределении примесей, когда напряженность поля в базе $E = \text{const}$, накопление зарядов количественно характеризуется эффективным значением времени жизни $\tau_{эф}$. Если же напряженность поля непостоянна, как это имеет место в современных дрейфовых триодах, то накопление зарядов в базе определяется не столько $\tau_{эф}$, сколько градиентом скорости дрейфа $\frac{\partial}{\partial x}\mu E$.

Средние значения $\tau_н$, τ_E и τ_D, знание которых необходимо для расчетов, могут быть определены из соответствующих измерений, произведенных непосредственно в реальном триоде. При этом, как показывают эксперименты, совпадения между расчетными и экспериментальными характеристиками триода получаются удовлетворительными.

На практике наибольшее распространение получили упрощенные T-образные эквивалентные схемы триода, поэтому ниже рассматриваются переходные функции элементов этих схем.

1. СХЕМА С ОБЩЕЙ БАЗОЙ

На рис. 1, *а* приведена T-образная эквивалентная схема триода. В этой схеме $r_б$ — омическое сопротивление базы, $C_{эп}$ и $C_{кп}$ — емкости соответственно эмиттерного и коллекторного переходов, а остальные элементы схемы (α, $Z_э$, $Z_к$ и $\mu_{эк}$) представляют собой величины, характеризующие свойства собственно-транзистора.

Переходные характеристики коэффициента передачи тока эмиттера α и входного сопротивления собственно транзистора $Z_э$ можно определить на основании анализа работы короткозамкнутого на выходе собственно транзистора при подаче на его вход единичной ступеньки тока. Сопротивление коллектора $Z_к$ и коэффициент диффузионной обратной связи $\mu_{эк}$ характеризуют эффект изменения ширины базы [8], и их переходные характеристики удобно определять из рассмотрения работы собственно транзистора при холостом ходе на эмиттере в случае, когда на коллектор подается единичная ступенька напряжения.

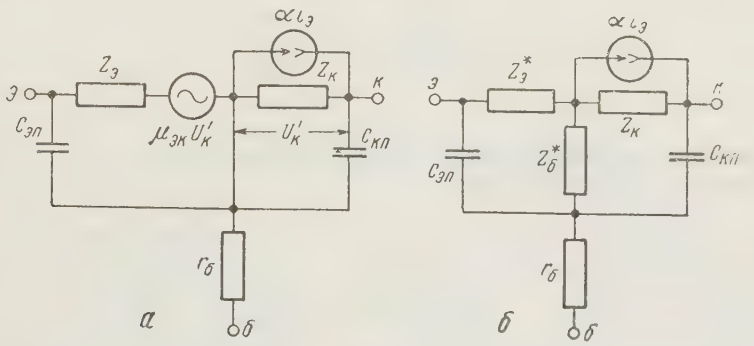


Рис. 1. Эквивалентная схема триода (при эмиттерном входе):
а — с генератором напряжения; *б* — с диффузионным сопротивлением базы

Переходная функция коэффициента передачи тока эмиттера $\alpha(t)$ определяется следующим выражением:

$$\alpha(t) = \alpha\left[1 + \frac{2\gamma}{\alpha} e^{\eta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{(-1)^k a_k^2 \sqrt{\eta^2 + a_k^2}}{b_k^2 (\eta^2 + \eta + a_k^2)} e^{-\frac{t}{2\tau_D} a_k^2}\right], \qquad (4)$$

где α — величина коэффициента передачи тока эмиттера на низших частотах; γ — коэффициент инъекции эмиттера; $\eta = \tau_D / \tau_E$ — степень неравномерности распределения примесей в области базы; $b_k = \sqrt{\eta^2 + a_k^2 + 2\frac{\tau_D}{\tau_н}}$; $a_k\,(k = 1, 2, \ldots)$ — положительные корни трансцендентного уравнения

$$\operatorname{tg} a_k = -\frac{a}{\eta}.$$

Переходные характеристики коэффициента передачи тока $h_\alpha = \alpha(t)/\alpha$ для различных значений η приведены на рис. 2. На этом же рисунке, для сравнения, приведена переходная характеристика h_α для диффузионного триода ($\eta = 0$).

Переходная функция коэффициента передачи тока эмиттера (4) сходится достаточно быстро и сравнительно просто интегрируется; при ее помощи можно решать ряд задач. Однако для инженерных расчетов ею пользоваться не совсем удобно. Используя бесконечный ряд (4), можно составить приближенное выражение для $\alpha(t)$. Наиболее простое приближение можно получить, если сохранить только первый член ряда (4) и считать

$$\alpha(t) = \begin{cases} 0 & \text{для } 0 \leqslant t \leqslant t_з, \\ \alpha\left(1 - e^{-\frac{t - t_з}{\tau_\alpha}}\right) & \text{для } t_з \leqslant t < \infty, \end{cases} \qquad (5)$$

где

$$\tau_\alpha = \frac{\tau_D}{1{,}21\,(1 + 0{,}45\,\eta)^2} \tag{6}$$

— постоянная времени коэффициента передачи тока эмиттера; $t_з = \tau_\alpha\,(0{,}21 + 0{,}3\,\eta)$ — время задержки.

На основании (5) можно составить приближенную частотно-фазовую характеристику коэффициента передачи тока эмиттера:

$$\alpha\,(j\omega) = \alpha \frac{e^{-j\varkappa\frac{\omega}{\omega_\alpha}}}{1 + j\,\frac{\omega}{\omega_\alpha}}, \tag{7}$$

где $\omega_\alpha = 1/\tau_\alpha$ — граничная частота α; $\varkappa = 0{,}21 + 0{,}3\,\eta$ — так называемый коэффициент фазового сдвига.

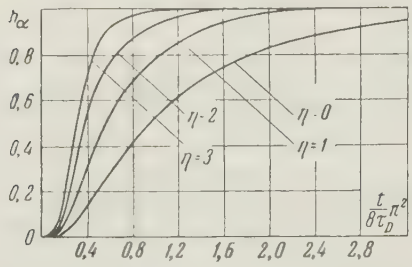


Рис. 2. Переходные характеристики α

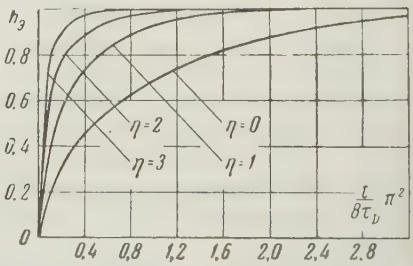


Рис. 3. Переходные характеристики Z

Переходная функция входного сопротивления собственно-транзистора $Z_э(t)$ также представляет собой бесконечный ряд экспоненциальных членов

$$Z_э\,(t) = r_э\left[1 - \frac{2\vartheta}{\alpha\,\mathrm{sh}\,\vartheta}\; e \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k^2}{b_k^2\,(\eta^2 + \eta + a_k^2)}\, e^{-\frac{t}{2\tau_D} b_k^2}\right], \tag{8}$$

где $r_э \simeq \varphi_T / I_э$ — входное сопротивление собственно-транзистора на низших частотах; $\varphi_T = KT/q$ — температурный потенциал; $I_э$ — постоянная составляющая тока эмиттера;

$$\vartheta = \sqrt{\eta^2 + 2\,\frac{\tau_D}{\tau_н}}.$$

На рис. 3 приведены переходные характеристики входного сопротивления собственно-транзистора $h_э = Z_э\,(t)/r_э$ для различных значений η, в том числе и для $\eta = 0$ (диффузионный триод).

Для практических расчетов приближенно можно считать, что

$$Z_э\,(t) = r_э\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau_\alpha}}). \tag{9}$$

Это равносильно представлению эмиттерного перехода собственно-транзистора в виде сопротивления $r_э$, шунтированного диффузионной емкостью $C_э$, величину которой можно определить по формуле

$$C_э = \frac{\tau_\alpha}{r_э}. \tag{10}$$

Это приближение сравнительно грубое, но его преимущество заключается в том, что степень экспоненты в выражении (9) совпадает со степенью экспоненциального члена приближенной функции для $\alpha(t)$. Это обстоятельство позволяет на единицу сократить число корней характеристического уравнения цепей, содержащих триод, и тем самым заметно упростить расчеты. При более точных расчетах можно использовать несколько первых членов ряда (8).

Переходная функция сопротивления коллектора определяется следующим соотношением:

$$Z_к(t) = r_к\left[1 - \frac{1+\operatorname{cth}\eta}{\eta+\vartheta\operatorname{cth}\vartheta}\,\eta e^{-\frac{t}{\tau_н}} - \right.$$

$$\left. - \frac{4\tau_D}{\tau_н(\eta+\vartheta\operatorname{cth}\vartheta)}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{k^2\pi^2 e^{-\frac{t}{2\tau_D}(\vartheta^2+k^2\pi^2)}}{(\vartheta^2+k^2\pi^2)(\eta^2+k^2\pi^2)}\right], \qquad (11)$$

где

$$r_к = \frac{\vartheta\tau_н}{2I_к\tau_D\alpha\delta\operatorname{sh}\vartheta}\,e^{\eta} \qquad (12)$$

— сопротивление коллектора на низших частотах; $I_к$ — постоянная составляющая тока коллектора; $\delta = \frac{\partial w}{\partial V_к}\Big/ w$ — относительное изменение ширины базы, обусловленное изменением напряжения коллектора.

Бесконечный ряд (11) сходится настолько быстро, что с очень высокой точностью можно считать

$$Z_к(t) = r_к(1 - e^{-\frac{t}{\tau_н}}). \qquad (13)$$

Из этого приближения следует, что диффузионная емкость коллектора, шунтирующая сопротивление $r_к$, определяется следующей формулой:

$$C_{кD} = \frac{\tau_н}{r_к}. \qquad (14)$$

Переходная характеристика коэффициента диффузионной обратной связи $\mu_{эк}(t)/\mu_{эк}$ совпадает с переходной характеристикой коэффициента передачи тока эмиттера h_α. Величина коэффициента обратной связи на низших частотах определяется следующим выражением:

$$\mu_{эк} = \frac{2\tau_D\alpha\delta\varphi_T e^{-2\eta}}{qwm_{0э}e^{V_э/\varphi_T}}, \qquad (15)$$

где $m_{0э}$ — равновесная концентрация неосновных носителей в базе у эмиттерного перехода; q — заряд электрона; $V_э$ — напряжение постоянного смещения на эмиттерном переходе.

На рис. 1, *б* приведена другая Т-образная эквивалентная схема триода, позволяющая в ряде случаев упростить расчеты. В этой схеме, в отличие от схемы рис. 1, *а*, внутренняя обратная связь, обусловленная изменением ширины базы, характеризуется не коэффициентом обратной связи $\mu_{эк}$, а диффузионным сопротивлением базы $Z_б^*$. Для эквивалентности обеих схем необходимо, чтобы

$$Z_б^* = \mu_{эк}Z_к, \quad Z_э^* = Z_э - Z_б^*(1-\alpha). \qquad (16)$$

Переходная функция диффузионного сопротивления базы определяется следующим выражением:

$$Z_б^*(t) = r_б^*\left[1 - \frac{\eta \operatorname{sh}\vartheta}{\vartheta \operatorname{sh}\eta} e^{-\frac{t}{\tau_н}} - 4\frac{\tau_D \operatorname{sh}\vartheta}{\tau_н \vartheta}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{(-1)^k k^2\pi^2 e^{-\frac{t}{2\tau_D}(k^2\pi^2+\vartheta^2)}}{(\vartheta^2 + k^2\pi^2)(\eta^2 + k^2\pi^2)}\right], \quad (17)$$

а переходная функция частичного сопротивления эмиттера

$$Z_э^*(t) = r_э^*\left[1 - 2\frac{r_э}{r_э^* \operatorname{sh}\vartheta}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{e^{\eta} - (-1)^k}{(\vartheta^2 + k^2\pi^2)(\eta^2 + k^2\pi^2)} e^{-\frac{t}{2\tau_D}(k^2\pi^2+\vartheta^2)}\right], \quad (18)$$

где

$$r_б^* = \frac{\tau_н \varphi_T \vartheta e^{-\eta}}{qw \operatorname{sh}\vartheta\, m_{0э} e^{V_э/\varphi_T}} = r_э \frac{\tau_н}{2\alpha\tau_D}\left(\frac{\vartheta}{\operatorname{sh}\vartheta}\right)^2; \quad (19)$$

$$r_э^* = r_э - r_б^*(1-\alpha) = r_э\left[1 - \frac{\tau_н(1-\alpha)}{2\tau_D\alpha}\left(\frac{\vartheta}{\operatorname{sh}\vartheta}\right)^2\right]. \quad (20)$$

С достаточной точностью для практических расчетов можно считать, что

$$Z_б^*(t) = r_б^*(1 - e^{-\frac{t}{\tau_н}}). \quad (21)$$

Это означает, что внутреннюю обратную связь можно характеризовать сопротивлением $r_б^*$, шунтированным емкостью

$$C_б^* = \frac{\tau_н}{r_б^*}. \quad (22)$$

Частичное сопротивление эмиттера $Z_э^*$ приближенно также можно представить в виде сопротивления $r_э^*$, шунтированного емкостью

$$C_э^* = \frac{\tau_\alpha}{r_э^*}. \quad (23)$$

2. СХЕМА С ОБЩИМ ЭМИТТЕРОМ

Для анализа схем на полупроводниковых триодах, работающих с базовым входом, удобно использовать эквивалентные схемы, приведенные на рис. 4, *а*, *б*. В этих схемах, в отличие от схем на рис. 1, *а*, *б*, вместо коэффициента передачи тока эмиттера α фигурирует коэффициент передачи тока базы

$$\beta = \frac{\alpha}{1-\alpha}, \quad (24)$$

вместо $Z_к$ и $C_{кп}$ соответственно эквивалентное сопротивление коллектора

$$Z_к^* = \frac{Z_к}{1+\beta} \quad (25)$$

и эквивалентная емкость коллекторного перехода

$$C_{кп}^* = C_{кп}(1+\beta). \quad (26)$$

Из всех элементов схем на рис. 4, *а*, *б* выше не рассматривался только коэффициент передачи тока базы β.

Переходная характеристика коэффициента передачи тока базы $\beta(t)$ определяется следующим выражением:

$$\beta(t) = \beta\left[1 + \frac{\eta^2 \tau_н e^{-\frac{t}{\tau_н}}}{\tau_D \beta (e^{-\eta} \operatorname{sh}\eta - \eta)} - \frac{2}{\beta} e^{\eta} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\nu_k^3 e^{-\frac{t}{2\tau_D} d_k}}{[\nu_k^2 - \eta(1 - \nu_k \operatorname{cth}\nu_k)]\, d_k \operatorname{sh}\nu_k}\right], \quad (27)$$

где β — величина коэффициента передачи на низших частотах;

$$d_k = \eta^2 + 2\frac{\tau_D}{\tau_н} - \nu_k^2;$$

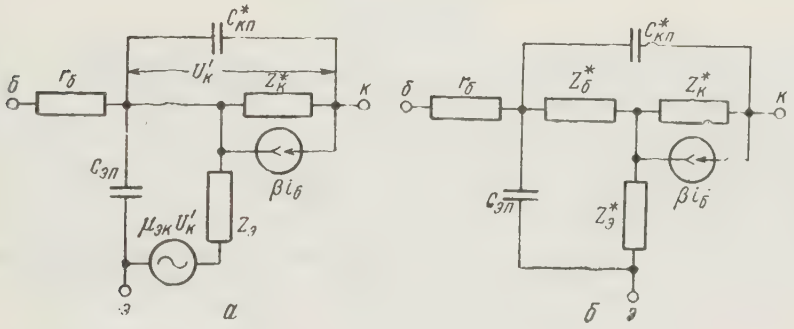


Рис. 4. Эквивалентная схема триода (при базовом входе):
а — с генератором напряжения; *б* — с диффузионным сопротивлением базы

ν_k $(k = 1, 2, \ldots)$ — расположенные в левой полуплоскости комплексной переменной корни трансцендентного уравнения

$$\eta \frac{\operatorname{sh}\nu_k}{\nu_k} + \operatorname{ch}\nu_k = \gamma e^{\eta}. \quad (28)$$

Даже при сравнительно точных расчетах можно считать

$$\beta(t) = \beta(1 - e^{-\frac{t}{\tau_н}}).$$

Из этого соотношения следует, что граничная частота коэффициента передачи тока базы определяется следующим выражением:

$$\omega_\beta = \frac{1}{\tau_н}. \quad (29)$$

Используя приближенное выражение (7), можно показать, что граничная частота коэффициента передачи тока эмиттера ω_α и граничная частота коэффициента передачи тока базы ω_β связаны между собой следующим выражением:

$$\omega_\alpha = \omega_\beta \frac{1 + \varkappa}{1 - \alpha}. \quad (30)$$

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Импульсные или высокочастотные характеристики дрейфового триода определяются тремя величинами: τ_D, τ_E и $\tau_н$. Первые две из этих величин характеризуют движение носителей вдоль базы, а последняя — накопление зарядов в базе. При использовании эквивалентных схем триода удобно вместо τ_D и τ_E иметь дело с постоянной времени коэффициента

передачи тока эмиттера τ_α или граничной частотой ω_α и коэффициентом фазового сдвига $\varkappa$. Эти величины также характеризуют движение носителей вдоль базы (поэтому являются эквивалентными τ_D и τ_E) и могут быть определены из частотно-фазовой характеристики $\alpha(j\omega)$. Что касается постоянной накопления $\tau_н$, то ее среднее значение можно определить по амплитудно-частотной или переходной характеристике коэффициента передачи тока базы β. Заметим, что так как τ_α, $\varkappa$ и $\tau_н$ связаны между собой соотношением (30), то достаточно измерить только две величины, например при измеренных величинах τ_α и $\tau_н$, $\varkappa$ можно вычислить по формуле (30).

ЛИТЕРАТУРА

1. Лоу, Эндрес, Зевелс, Вельдхауэр, Ченг, Основы полупроводниковой техники (перев. с англ.), Изд. Советское радио, 1958.
2. В. Шокли, Теория электронных полупроводников (перев. с англ.), ИЛ, 1953.
3. А. Ф. Иоффе, Полупроводники в современной физике, Изд. АН СССР, 1954.
4. W. C. Dunlap, Diffusion of impurities in germanium, Phys. Rev., 1954, 94, 6, 1531.
5. H. Krömer, Zur Theorie des Diffusions- und des Drifttransistors, Arch. elektr. Übertrag., 1954, 8, № 5, 8, 11, z. 223, 363, 498.
6. R. C. Johnston, Transient response of drift transistors, Proc. I. R. E., 1958, 46, 5, 830.
7. Т. М. Агаханян, Переходная характеристика коэффициента передачи тока дрейфового триода, НДВШ (Радиотехника и электроника), 1958, 1, 207.
8. J. N. Early, Effect of space-charge layer widening in junction transistor, Proc. I. R. E., 1952, 40, 11, 1401.

Поступила в редакцию
18 XI 1959

КРАТКИЕ СООБЩЕНИЯ

ОПТИМАЛЬНОЕ ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ НА ФОНЕ ПОМЕХ НЕИЗВЕСТНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ

С. Е. Фалькович

1. Пусть производится прием сигналов $s(t;\alpha)$, представляющих собой заданную функцию времени t и совокупности случайных параметров α, на фоне помех $n(t)$, которые можно аппроксимировать гауссовыми белыми шумами. Спектральная интенсивность помех N_0 неизвестна и является случайной, но постоянной на каждом интервале наблюдения $(0;\ T)$, величиной. Требуется по принятому колебанию $x(t)$ $(0<t<T)$, пользуясь критерием Неймана-Пирсона, произвести выбор между двумя конкурирующими гипотезами: гипотезой N— $x(t)=n(t)$ и гипотезой SN—$x(t)=n(t)+s(t;\alpha)$. Известно [1, 2], что оптимальный выбор сводится к сравнению коэффициента правдоподобия Λ с пороговым числом Λ_0 и в рассматриваемом случае определяется соотношением

$$\Lambda=\frac{\int\limits_V p_2(\alpha)\,d\alpha\int\limits_0^\infty \frac{p_1(N_0)}{N_0^m}\exp\left[-\frac{Z^2m+Q^2(\alpha)-2x_1(\alpha)}{N_0}\right]dN_0}{\int\limits_0^\infty \frac{p_1(N_0)}{N_0^m}\exp\left[-\frac{Z^2m}{N_0}\right]dN_0}\geqslant\Lambda_0, \tag{1}$$

где $p_1(N_0)$ и $p_2(\alpha)$ — функции распределения интенсивности помех и совокупности случайных параметров сигнала; V — ансамбль всех возможных значений векторной случайной величины α; $2m$ — мерность пространства помехи ($m=\Delta fT$; Δf — ширина спектра помехи), которая согласно принятой аппроксимации является неограниченно большим (практически очень большим) числом;

$$x_1(\alpha)=\int\limits_0^T x(t)\,s(t;\alpha)\,dt;\qquad Q^2(\alpha)=\int\limits_0^T s^2(t;\alpha)\,dt; \tag{2}$$

$$Z^2=\frac{1}{m}\int\limits_0^T x^2(t)\,dt. \tag{3}$$

Число Z^2, как это показано ниже, определено так, что при $m\to\infty$ оно имеет конечный предел.

2. Перепишем выражение (1), придав ему несколько иной вид:

$$\Lambda=\frac{\int\limits_V p_2(\alpha)\,d\alpha\int\limits_0^\infty p_1(N_0)\exp\left[-\frac{Q^2(\alpha)-2x_1(\alpha)}{N_0}\right]\left[\frac{1}{N_0}\exp\left(-\frac{Z^2}{N_0}\right)\right]^m dN_0}{\int\limits_0^\infty p_1(N_0)\left[\frac{1}{N_0}\exp\left(-\frac{Z^2}{N_0}\right)\right]^m dN_0}\geqslant\Lambda_0. \tag{4}$$

Асимптотические оценки интегралов, стоящих в числителе и знаменателе (4) при больших значениях m можно получить методом перевала [3]. Идея этого метода применительно к нашему случаю основана на том, что функция

$$f(N_0)=\frac{1}{N_0}\exp\left(-\frac{Z^2}{N_0}\right), \tag{5}$$

входящая в оба подынтегральных выражения, имеет один резко выраженный максимум в точке $N_0=Z^2$. Чем больше значение параметра m, тем резче выражен максимум функции $[f(N_0)]^m$. Поэтому при больших m основной вклад в значения интегралов

дает окрестность точки максимума ($Z^2 - h$; $Z^2 - h$). Применение упомянутого метода позволяет представить выражение (5) в виде отношения подынтегральных функций в точке максимума ($N_0 = Z^2$):

$$\Lambda \sim \int_V p_2(\alpha) \exp\left[-\frac{Q^2(\alpha) - 2x_1(\alpha)}{Z^2}\right] d\alpha \geqslant \Lambda_0. \tag{6}$$

При $m \to \infty$ знак асимптотической оценки $\sim$ переходит в знак равенства.

3. Рассмотрение выражения (6) позволяет сделать следующие заключения. Для определения оптимальной системы не требуется знания априорного закона распределения $p_1(N_0)$. Аналитическое выражение коэффициента правдоподобия Λ для систем с неизвестной интенсивностью помех совпадает с аналитическим выражением для коэффициента правдоподобия Λ в системах с фиксированной интенсивностью помех, если в последнем N_0 заменить на Z^2. Соответственно, заменяя N_0 на Z^2, можно все известные результаты теории обнаружения на фоне белых шумов с фиксированной интенсивностью применить к рассматриваемому случаю. Так, например, если заданы конкретная система случайных параметров α и функция распределения $p_2(\alpha)$, неравенство (1) при фиксированной интенсивности N_0 обычно преобразуют в

$$Y \geqslant Y_0(N_0), \tag{7}$$

где Y — монотонно возрастающая функция коэффициента правдоподобия Λ, зависящая от входных данных $x(t)$ и называемая далее оптимальным выходным эффектом системы; $Y_0(N_0)$ — пороговый уровень выходного эффекта, зависящий от заданной вероятности ложной тревоги F, а также от ряда априорных сведений, среди которых мы записали только величину N_0. В соответствии со сказанным выше, в рассматриваемом случае вместо (7) следует писать

$$Y \geqslant Y_0(Z^2). \tag{8}$$

В обоих выражениях (7) и (8) Y_0— одна и та же функция. Отличие последнего соотношения состоит в том, что так же как и выходной эффект Y пороговый уровень Y_0 является функцией не только априорных, но и входных данных $x(t)$. Поэтому оптимальная система должна состоять из двух каналов — канала формирования Y, структура которого достаточно подробно обсуждена в литературе, и канала формирования порогового уровня Y_0. Схема обработки входных данных $x(t)$ для получения числа Z^2 непосредственно следует из выражения (3). Остается только определить оптимальный вид функции $Y_0(Z^2)$.

4. Выпишем соответствующие формулы для нескольких частных случаев, обычно рассматриваемых в литературе. Фигурирующий в формулах коэффициент C определяется заданным уровнем ложной тревоги F.

а) Сигнал не содержит случайных параметров:

$$\Lambda = \exp\left(-\frac{Q^2 - 2x_1}{Z^2}\right); \qquad Y_0 = x_{10} = \frac{Q^2}{2} + CZ^2. \tag{9}$$

б) Случайным параметром является начальная фаза сигнала $s(t)$:

$$\Lambda = \exp\left(-\frac{Q^2}{Z^2}\right) I_0\left(\frac{2Y}{Z^2}\right); \qquad Y_0 \simeq \frac{Q^2}{2} + CZ^2. \tag{10}$$

Здесь и в дальнейшем Y — огибающая высокочастотного колебания $x_1(t)$, которое равно

$$x_1(t) = \int_t^{t+T} x(t_1)\, s(t_1 - t)\, dt_1, \tag{11}$$

в момент времени $t = 0$.

в) Случайными параметрами сигнала $s(t;\alpha)$ являются начальная фаза и амплитуда, которая полагается распределенной по закону Релея,

$$\Lambda = \frac{Z^2}{\langle Q^2\rangle + Z^2} \exp\left[-\frac{Y^2}{Z^2(\langle Q^2\rangle + Z^2)}\right]; \qquad Y_0 \simeq CZ \tag{12}$$

(скобки $\langle\ \rangle$ означают статистическое усреднение).

При некогерентном накоплении следует считать, что параметр α включает в себя совокупность начальных фаз, статистически независимых на различных периодах повторения.

5. В заключение приведем расчет вероятности ложной тревоги F и вероятности обнаружения D для случая в), представляющего наибольший практический интерес. Вероятности F и D определяются путем усреднения по Z^2 вероятностей $F(Z^2,$

и $D(Z^2)$, получающихся при условии, что пороговый уровень равен $Y_0(Z^2)$:

$$F(Z^2) = \exp\left[-\frac{Y_0^2(Z^2)\langle N_0\rangle}{2\sigma^2 N_0^*}\right]; \tag{13}$$

$$D(Z^2) = \exp\left[-\frac{Y_0^2(Z^2)\langle N_0\rangle}{2\sigma^2(N_0^* + \langle Q^2\rangle)}\right], \tag{14}$$

где N_0^* — реализация случайной величины N_0 на интервале наблюдения $(0; T)$; σ^2 — дисперсия случайной величины x_1.

Число Z^2 представляет собой результат продолжительного интегрирования процесса $x^2(t)$ и, следовательно, приближенно является нормальной случайной величиной. При условии реализации гипотезы N

$$Z^2 \simeq N_0^*\left(1 + \Theta\sqrt{\frac{1}{m}}\right), \tag{15}$$

где Θ — нормальная нормированная величина ($\langle\Theta\rangle = 0$, $\langle\Theta^2\rangle = 1$). При реализации гипотезы SN

$$Z^2 = N_0^*\left(1 + \frac{Q^2}{mN_0^*} + \Theta\sqrt{\frac{1}{m}}\right). \tag{16}$$

Для достаточно больших m в обоих случаях

$$Z^2 \simeq N_0^*. \tag{17}$$

Принимая во внимание выражения (12) и (17), получаем

$$F = F(Z^2) = \exp\left(-\frac{C^2}{2\sigma^2}\langle N_0\rangle\right), \tag{18}$$

т. е. выбор оптимального вида (12) функции $Y_0(Z^2)$ обеспечивает в рассматриваемом случае постоянство вероятности F при различных значениях реализации интенсивности помех N_0^*.

Вероятность обнаружения D при этом равна

$$D = \int_0^\infty p_1(N_0^*)\exp\left[\frac{N_0^*}{N_0^* + \langle Q^2\rangle}\ln F\right] dN_0^* \tag{19}$$

или

$$D \simeq 1 + \frac{1}{q^2}\ln F + \sum_{k=2}^{\infty}\frac{\langle\eta^k\rangle}{k!}\left(\frac{\ln F}{q^2}\right)^k, \tag{20}$$

$$q^2 = \frac{\langle Q^2\rangle}{\langle N_0\rangle}; \quad \eta = \frac{N_0^*}{\langle N_0\rangle}. \tag{21}$$

Рассмотрение выражения (20) позволяет заключить, что при больших вероятностях обнаружения (0,9 и более) независимо от закона распределения $p_1(N_0)$ и, в частности, при фиксированной интенсивности помех

$$D \simeq 1 + \frac{1}{q^2}\ln\frac{1}{F}. \tag{22}$$

При сравнительно малых значениях D (порядка 0,5 и менее) вероятность обнаружения зависит от закона распределения $p_1(N_0)$.

ЛИТЕРАТУРА

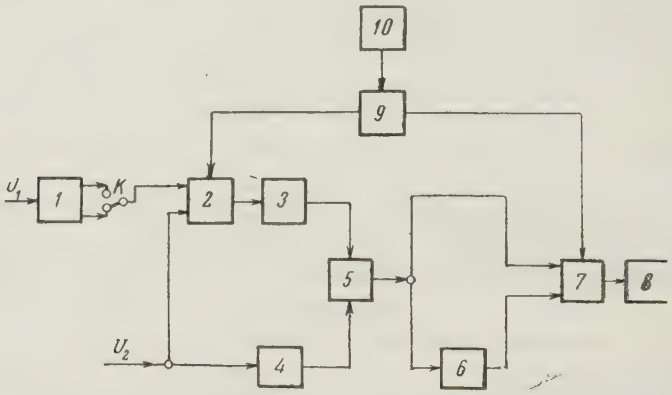
1. В. В. Петерсон, Г. Д. Бердсал, В. К. Фокс, Теория обнаружения сигналов, Сб. Теория информации и ее приложения, Физматгиз, 1959.
2. Сиберт, Некоторые применения теории обнаружения в радиолокации, Радиотехника и электроника за рубежом, 1959, 1, 26.
3. М. А. Лаврентьев, Б. В. Шабот, Методы теории функций комплексного переменного, Физматгиз, 1958.

Поступило в редакцию
16 XII 1959

НУЛЕВОЙ МОДУЛЯЦИОННЫЙ МЕТОД ИЗМЕРЕНИЯ РАЗНОСТИ ФАЗ В ШИРОКОМ ДИАПАЗОНЕ ЧАСТОТ

Ю. А. Скрипник

В работе [1] изложен принцип построения нулевых модуляционных фазометрических схем для измерения фазовых углов в пределах $90 \pm 75°$ ($270 \pm 75°$) в широком диапазоне частот. Преимущества нулевого модуляционного метода желательно использовать и при измерении других фазовых углов, например, для определения малых разностей фаз ($0 \pm 15°$), а также фазовых углов, близких к $180°$ ($180 \pm 15°$). Ниже описан принцип построения нулевых модуляционных схем для измерения выше указанных углов.



Сравниваемые по фазе сигналы U_1 и U_2 (см. рисунок) поступают на двухканальный электронный переключатель *2*, причем один из сигналов (U_1) проходит через фазоинверсный каскад *1*. При помощи ключа K на вход переключателя подается напряжение либо в фазе ($K_1 U_1$), либо в противофазе с входным сигналом ($-K_1 U_1$), где K_1 — коэффициент передачи фазоинверсного каскада.

С выхода переключателя сравниваемые сигналы поочередно с низкой частотой подаются на усилитель — ограничитель *3* и далее на один из входов электронного суммирующего каскада *5*. Одновременно один из сравниваемых сигналов (U_2) через второй идентичный усилитель — ограничитель *4* (без коммутации) поступает на второй вход суммирующего каскада *5*.

При работе переключателя с низкой частотой в один из полупериодов коммутации, когда на сумматор поступают оба сравниваемых сигнала, формируются суммарные колебания с амплитудой, равной

$$U' = K_2 \sqrt{U_{10}^2 + U_{20}^2 + 2U_{10}U_{20}\cos\varphi} = K_2 U_0 \sqrt{2(1+\cos\varphi)}, \qquad (1)$$

где $U_{10} = U_{20} = U_0$ — основные гармоники сравниваемых сигналов, преобразованных в прямоугольные по форме напряжения с постоянной амплитудой в блоках *3* и *4*; K_2 — коэффициент передачи суммирующего каскада; φ — разность фаз сравниваемых сигналов.

В следующий полупериод коммутации, когда на оба входа сумматора подан один и тот же сигнал, формируются суммарные колебания с амплитудой, равной

$$U'' = K_2 \sqrt{U_{20}^2 + U_{20}^2 + 2U_{20}^2} = 2K_2 U_0. \qquad (2)$$

В результате выходное напряжение сумматора при непрерывной работе переключателя оказывается промодулированным по амплитуде по прямоугольной огибающей с частотой коммутации сравниваемых сигналов.

Очевидно, что глубина модуляции суммарных колебаний

$$m = \frac{U'' - U'}{U'' + U'} = \frac{1 - \cos\frac{\varphi}{2}}{1 + \cos\frac{\varphi}{2}} \qquad (3)$$

пропорциональна измеряемой разности фаз и обращается в нуль при нулевой разности фаз. При других значениях разности фаз ($\varphi \neq 0$ и $U' \neq U''$) выходное напряжение сумматора периодически изменяется, т. е. модулируется по амплитуде входным переключателем с глубиной, пропорциональной выражению (3).

Для определения измеряемой разности фаз нулевым методом выходное напряжение сумматора *5* поступает на второй двухканальный электронный переключатель 7, который работает синхронно с первым (*2*), что достигается при помощи генератора звуковой частоты *10* и управляющего триггера 9. В один из входных каналов переключателя *7* включен магазин затуханий *6*. Входные каналы переключателей *2* и *7* сфазированы таким образом, что суммарный сигнал с амплитудой U'' поступает на переключатель *7* с определенным затуханием, величина которого устанавливается магазином *6*.

При введении вполне определенного затухания переключателем *7* коммутируются импульсы напряжений с высокочастотным наполнением, имеющие равные амплитуды, т. е. выходное напряжение сумматора демодулируется магазином затуханий.

При полной демодуляции

$$U' = K_3 U'', \tag{4}$$

где $K_3 = e^{-b}$ —коэффициент передачи магазина затуханий по напряжению; b — затухание в неперах.

Из равенства (4) можно определить измеряемую разность фаз:

$$K_3 = \frac{U'}{U''} = \sqrt{\frac{1}{2}(1 + \cos\varphi)} = \cos\frac{\varphi}{2} = e^{-b},$$

откуда

$$\varphi = 2\arccos e^{-b}; \tag{5}$$

таким образом, зная b, из равенства (5) можно вычислить измеряемую разность фа независимо от частоты сравниваемых сигналов.

При измерении фазовых углов, близких к 180°, на переключатель *2* ключом K подают напряжение, сдвинутое на 180° по отношению к входному сигналу.

Для индикации момента демодуляции напряжение с выхода переключателя *7* подается на супергетеродинный приемник *8*, который избирательно усиливает суммарные колебания основных гармоник и затем выделяет низкочастотную огибающую, пропорциональную разности фаз. Отсутствие сигнала звуковой частоты на выходе приемника свидетельствует о полной демодуляции выходного напряжения сумматора магазином затуханий и, следовательно, об уравновешивании фазометрической схемы.

Таким образом, при помощи рассмотренных нулевых модуляционных схем в принципе возможно измерение любого фазового угла в пределах 0—360° с высокой точностью в широком диапазоне частот. Благодаря одноканальности модуляционной схемы полностью отсутствуют фазочастотные погрешности, что позволяет применять в качестве нуль-индикатора схему избирательного приемника с острой настройкой УПЧ. Тогда в результате максимального сужения полосы пропускания приемника можно резко снизить влияние внешних помех (в том числе и флуктуационных) на точность измерения. Описанный метод может быть использован для поверки и калибровки существующей фазометрической аппаратуры, а также для оценки частотно-фазовых погрешностей элементов радиоаппаратуры.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ю. А. Скрипник, Новый метод измерения разности фаз в широком диапазоне частот, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 12, 2091.

Киевский политехнический институт

Поступило в редакцию 22 II 1960

ВОЛНОВОДНЫЕ СВОЙСТВА ДВУХСПИРАЛЬНОЙ ЗАМЕДЛЯЮЩЕЙ СИСТЕМЫ ДЛЯ ОДНОГО ЧАСТНОГО СЛУЧАЯ

М. Ф. Сэм

В настоящем сообщении изложены результаты исследования волноводных свойств одного из частных случаев двухспиральной коаксиальной линии, рассмотренной в ряде работ [1, 2].

Используя обычную модель двухспиральной линии в виде двух анизотропно проводящих коаксиальных цилиндров радиусов a и b ($b > a$), находящихся в волноводе диаметром $2d$ ($d > b$), будем считать анизотропную проводимость внешнего цилиндра модели бесконечной только в направлении оси линии. Очевидно, такой случай соответствует двухспиральной линии с углом ψ наклона витков внешней спирали к оси линии, равным нулю, и его можно получить, заменив внешнюю спираль системой проводников, расположенных по окружности радиуса b параллельно оси волновода.

Дисперсионное уравнение для такой системы получается из уравнения (31) или (33) работы [1], если положить $\psi = 0$, оно имеет вид

$$Y^2 = \frac{I_1(a\gamma)\, I_0(b\gamma)\,[I_1(d\gamma)\, K_1(a\gamma) - I_1(a\gamma)\, K_1(d\gamma)]}{I_0(a\gamma)\, I_1(d\gamma)\,[I_0(b\gamma)\, K_0(a\gamma) - I_0(a\gamma)\, K_0(b\gamma)]}\, \mathrm{tg}^2\varphi,$$

где

$$Y^2 = \frac{\gamma^2}{k^2}; \quad \gamma^2 = \beta^2 - k^2; \quad \mathrm{tg}\,\varphi = \frac{2\pi a}{h_a};$$

h_a — шаг внутренней спирали. Замедление $v_\Phi / c = k / \beta$ определяется при этом соотношением $v_\Phi / c = 1 / \sqrt{1 + Y^2}$.

Используя асимптотические выражения для модифицированных функций Бесселя I_0, I_1, K_0, K_1, в случае высоких частот ($a\gamma \gg 1$) получим

$$Y^2 = \mathrm{tg}^2\varphi \quad (1) \qquad (1)$$

и $v_\Phi / c = \cos\varphi$, что совпадает с результатами для одиночной спирали.

Для случая низких частот ($a\gamma \ll 1$) получим

$$Y^2 = \frac{1 - \dfrac{a^2}{d^2}}{2 \ln \dfrac{b}{a}}\, \mathrm{tg}^2\varphi, \qquad (2)$$

в то время как для одиночной спирали в волноводе имеем

$$Y^2 = \frac{1 - \dfrac{a^2}{d^2}}{2 \ln \dfrac{d}{a}}\, \mathrm{tg}^2\varphi.$$

Сопоставляя выражения (1) и (2), можно прийти к выводу, что характер изменения дисперсии при переходе от высоких частот к низким определится множителем

$$Q = \frac{1 - \dfrac{a^2}{d^2}}{2 \ln \dfrac{b}{a}}.$$

Нетрудно видеть, что в отличие от одиночной спирали выбором отношений b/a и d/a можно получить нормальную ($Q < 1$), аномальную ($Q > 1$) дисперсии и отсутствие дисперсии при $Q = 1$. Последнее условие, представляющее определенный практический интерес, в отсутствие волновода имеет вид $b = ae^{\frac{1}{2}}$.

На рис. 1 приведены дисперсионные кривые для одиночной спирали радиуса a и системы, отвечающей условию $\psi = 0$ при $Q = 1$. Пунктиром показаны дисперсионные кривые, полученные экспериментально методом подвижного зонда. Наблюдаемое некоторое смещение экспериментальных кривых объясняется неучтенным при расчете влиянием стеклянной трубки, на которой была навита внутренняя спираль.

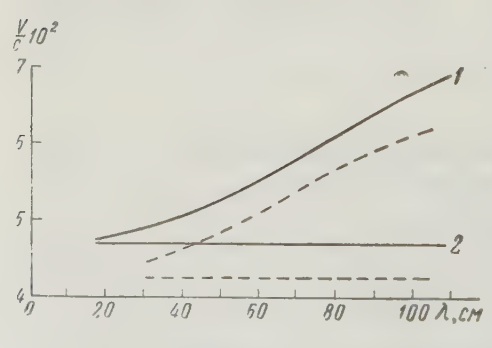


Рис. 1

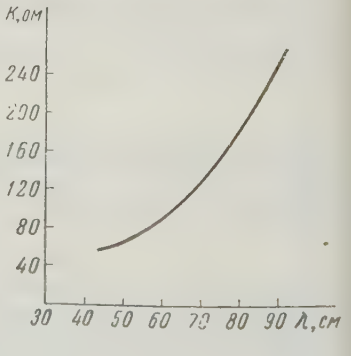


Рис. 2

Рис. 1. Дисперсионные кривые для спирали радиуса $a = 6{,}75$ *мм* (кривая *1*) и для рассматриваемой системы при $a = 6{,}75$ *мм* и $b = 9{,}8$ *мм* (кривая *2*)

Рис. 2. Зависимость волнового сопротивления от длины волны для системы с $a = 6{,}75$ *мм* и $b = 9{,}8$ *мм*

На рис. 2 представлена зависимость волнового сопротивления от длины волны для рассматриваемой системы.

Таким образом, рассмотренную замедляющую систему, обладающую отсутствием дисперсии в широкой полосе частот и достаточно большим сопротивлением связи, можно использовать в лампах, работающих в режиме широкополосного усиления, а также в качестве линии задержки [3], причем если $Q = 1$, то линия задержки будет широкополосная.

Аналогичные результаты получаются, если положить $\varphi = 0$, т. е. заменить внутреннюю спираль волноводом, проводящим только вдоль образующих.

В заключение приношу благодарность В. С. Михалевскому за советы и внимание к работе.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. С. Михалевский, К теории двухспиральной коаксиальной линии, Радиотехника и электроника, 1956, 1, 10, 13 9.
2. J. S. Cook, R. Compfner, C. F. Quate, Coupled helixes, Bell System Techn. J., 1956, 35, 1, 127.
3. Я. Д. Ширман, З. А. Вайнорис, Основы теории спиральной линии задержки, Радиотехника и электроника, 1959, 4, 9, 1485.

Ростовский-на-Дону
государственный университет

Поступило в редакцию
6 II 1960

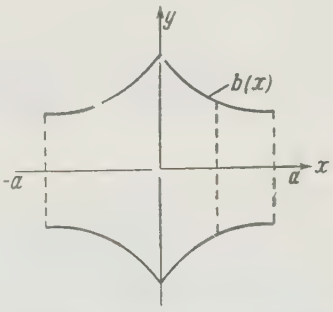
ОБ АНТЕННАХ С КВАЗИОПТИМАЛЬНЫМ РАСКРЫВОМ

Ю. И. Давидчевский, Б. М. Минкович, В. А. Калинин

Задача об оптимальной линейной антенне изотропных излучателей решена в работах [1, 2]. Эта теория с успехом применялась для создания оптимальных диаграмм направленности системы одинаковых, например полуволновых, вибраторов. Поле излучения симметричного вибратора дается формулой

$$E = B\frac{h_g I}{r}F(\varepsilon).$$

Легко заметить, что поле в дальней зоне определяется не просто величиной тока, а токовым моментом $K = h_g I$. Так как чаще всего в реально выполненных антеннах применялись полуволновые вибраторы (h_g = const), то теория [1, 2] давала амплитудное распределение вдоль линейной антенны. Однако, если задаться постоянным токовым распределением вдоль системы, то дольф-чебышевское токовое распределение дает теперь распределение действующих высот вибраторов вдоль антенны.



Линейная антенна, состоящая из вибраторов «оптимальных» действующих высот, будет создавать оптимальную диаграмму по крайней мере в одной из плоскостей.

Таким образом, воспользовавшись понятием токового момента, видно, что оптимальная антенна может быть осуществлена не только подбором питающих излучатели токов, но и подбором действующих высот вибраторов.

Из работ [3, 4] известно, что теорию оптимальных антенн с дискретными излучателями можно распространить и на антенны с непрерывными амплитудными распределениями. В [3] и [4] показано, как найти амплитудное распределение в раскрыве антенны. Однако, если обобщить понятие токового момента K на случай раскрыва с непрерывным амплитудным распределением, то появляется возможность создать требуемую диаграмму направленности антенны путем подбора формы раскрыва.

Пусть дан синфазный раскрыв антенны (рисунок).

Назовем амплитудным моментом сечения раскрыва следующее выражение:

$$K = \int_{-b(x)}^{b(x)} A(y)\,dy. \qquad (1)$$

Диаграмму направленности плоского синфазного раскрыва (рисунок) можно представить в виде

$$F(\varphi, \theta) = C \int_D A(x, y) e^{jm \sin\theta (x\cos\varphi + y \sin\varphi)} dx\, dy.$$

Предположим, что $A(x, y) = A_1(x)A_2(y)$ и создадим квазиоптимальную диаграмму в плоскости $\varphi = 0$. Тогда

$$F(0, \theta) = \int_{-a}^{a} A_1(x) e^{jmx \sin\theta} dx \int_{-b(x)}^{b(x)} A_2(y)\, dy = \int_{-a}^{a} \left[A_1(x) \int_{-b(x)}^{b(x)} A_2(y)\, dy \right] e^{jmx \sin\theta} dx. \quad (2)$$

Выражение (2) будет представлять собой квазиоптимальную диаграмму, если выражение в квадратных скобках равно квазиоптимальному амплитудному распределению:

$$A_1(x) \int_{-b(x)}^{b(x)} A_2(y)\, dy = A_0(x), \quad (3)$$

где $A_0(x)$— квазиоптимальное распределение, например из [5].

Из выражения (3) видно, что если задаться амплитудным распределением вдоль оси y $A_2(y)$, то по известному профилю $b(x)$ легко найти амплитудное распределение, которое необходимо создать вдоль оси x для получения квазиоптимальной диаграммы в плоскости $\varphi = 0$, и, наоборот, задавшись $A_1(x)$, находим форму профиля $b(x)$. Например, если $A_1(x) = A_2(y) = 1$, то $b(x) = A_0(x)/2$, т. е. кривая профиля раскрыва совпадает по форме с кривой амплитудного распределения.

Этот результат совпадает с приведенным в работе [6].

ЛИТЕРАТУРА

1. C. L. Dolph, A current distribution for broadside arrays which optimises the relationship between beam width and side-lobe level, Proc. I. R. E., 1946, **34**, 6, 335.
2. В. Л. Покровский, Об оптимальных линейных антеннах, Радиотехника и электроника, 1956, **1**, 5, 594.
3. T. T. Taylor, Design of line-source antennas for narrow beam width and low side-lobes, IRE Trans., 1955, **AP-3**, 1, 16.
4. И. Ф. Соколов, Д. Е. Вакман, Оптимальные линейные синфазные антенны с непрерывным распределением тока, Радиотехника и электроника, 1958, **3**, 1, 46.
5. Б. М. Минкович, К вопросу о квазиоптимальных линейных синфазных антеннах с непрерывным распределением тока, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 6, 1057.
6. Х. Шанкс, Р. Бикмор, Четырехмерные излучатели электромагнитных волн, Радиотехника и электроника за рубежом, 1959, 5 (53), 3.

Поступило в редакцию
7 I 1960

К ВОПРОСУ О ПЕРЕХОДНОМ И ТОРМОЗНОМ ИЗЛУЧЕНИЯХ В ВОЛНОВОДНЫХ СИСТЕМАХ

Л. Г. Ломизе

Переходное излучение в диапазоне СВЧ рассматривалось ранее в ряде работ [2—9,15]. В них рассчитывалось излучение при пролете одиночного заряда или бесконечной волны тока мимо какой-либо неоднородности. Очевидно, что переходное излучение может иметь место также и в том случае, когда неоднородности в волноводе отсутствуют, но пучок электронов имеет конечную протяженность. Как показано в работах [10—13], это излучение неизбежно сопровождает излучение магнитного ондулятора, черенковское излучение и может наблюдаться самостоятельно, что подтверждается экспериментально*. Ниже показано, что предположение о конечной длине модулированного пучка электронов позволяет с единой точки зрения рассмотреть черенковское, переходное и тормозное излучения (последнее в феноменологическом приближении).

Рассмотрим вначале следующий случай. Модулированный цилиндрический пучок радиуса r_0 существует между двумя параллельными бесконечными металлическими пластинами. Данный случай отличается от классической задачи, решенной в работе

* Переходное излучение фигурирует в работах [10—13] под названиями: «излучение ондулятора на продольном токе» [10], «излучение в волноводе без замедления фазовой скорости» [12], «излучение в гладком волноводе» [11] и «нерезонансное излучение» [13]. Нерезонансное излучение можно без труда отделить от черенковского при помощи понятия о «базовом сопротивлении излучения» [13].

[1], тем, что, во-первых, вместо одиночного заряда имеется совокупность волн тока, а во-вторых, вместо одной границы раздела имеются две границы. По существу этот случай является промежуточным между излучением в безграничной среде, описанным в [1], и переходным излучением в обычном волноводе, рассматриваемым ниже.

Поскольку основной интерес представляет когерентное излучение пучка, дискретность электрических зарядов не учитывается, и постоянную составляющую тока можно не рассматривать. Плотность тока отдельной гармонической составляющей представим в виде

$$\mathbf{j} = \frac{I}{\pi r_0^2} e^{i(\gamma_e z - \omega t)} \mathbf{z}_0 \qquad \text{при } 0 \leqslant z \leqslant b \text{ и } 0 \leqslant r \leqslant r_0,$$

$$\mathbf{j} = 0 \qquad \text{при } z < 0;\ z > b \text{ и } r > r_0, \tag{1}$$

где I — амплитуда гармоники тока; $\gamma_e = \omega/v$ и v — фазовая постоянная и скорость распространения волны тока; $\mathbf{Z}_0$ — единичный вектор в направлении, перпендикулярном пластинам. Если решать задачу в приближении заданных токов (что практически вполне оправдано) и рассматривать параллельные пластины как радиальную линию, то нетрудно показать, что метод собственных функций в том виде, в каком он представлен в [14], полностью применим и к данному случаю. Выражение для сопротивления излучения R имеет вид суммы по распространяющимся волнам типа E:

$$R = \frac{P}{I^2} = \sum_{n=0}^{k} R_n = \frac{2\gamma_e^2}{r_0^2 f \varepsilon b} \sum_{n=0}^{k} \frac{\left[N_1(\gamma_n r_0) + \dfrac{2}{\pi \gamma_n r_0}\right]^2 + J_1^2(\gamma_n r_0)}{\left(\gamma_e^2 - s_n^2\right)^2} \sin^2 \frac{(\gamma_e - s_n) b}{2}, \tag{2}$$

где P — мощность излучения на частоте f; ε и μ — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды между пластинами; $s_n = \pi n / b$ и $\gamma_n = \sqrt{k^2 \varepsilon \mu - s_n^2}$ $(k = \omega / c)$ — постоянные распространения волн E_{0n} в осевом и радиальном направлениях. Нулевой член соответствует волне TEM.

Если соблюдено условие $\gamma_e = s_n$ (резонанс между волной тока и электромагнитной волной), то сопротивление излучения

$$R_n = \frac{b}{4 r_0^2 f \varepsilon} \left\{ \left[N_1(\gamma_n r_0) + \frac{2}{\pi \gamma_n r_0} \right]^2 + J_1^2(\gamma_n r_0) \right\} \tag{3}$$

пропорционально b и характеризует излучение Черенкова, так как равенство $\gamma_e = s_n$ может выполняться лишь при соблюдении условия Черенкова: $\varepsilon\mu\beta^2 > 1$ $(\beta = v / c)$. При $\varepsilon\mu\beta^2 \leqslant 1$ мы имеем в чистом виде переходное излучение.

Рассмотрим теперь излучение в прямоугольном волноводе. Пусть бесконечно тонкий пучок электронов, промодулированный на частоте f симметрично пронизывает бесконечный прямоугольный волновод в направлении, параллельном стенке шириной b и перпендикулярном стенке шириной a. В таком волноводе будут возбуждаться все волны E_{mn} и H_{mn} с нечетными индексами m. Сопротивление излучения нетрудно определить по общему методу расчета мощности, переносимой в волноводе при его возбуждении заданными токами [14]. Окончательный результат представляется в виде

$$R = \frac{2\mu\beta^2}{abf} \sin^2 \frac{\gamma_e b}{2} \sum_{m=1}^{k_1} \frac{1}{\gamma_{m0}} + \frac{4\gamma_e^2}{abf} \sum_{m=1}^{k_2} \sum_{n=1}^{k_3} \frac{(\gamma_{mn} s_m^2 / \varepsilon) + (k^2 \mu s_n^2 / \gamma_{mn})}{\left(\gamma_e^2 - s_n^2\right) s_{mn}^2} \sin^2 \frac{(\gamma_e - s_n) b}{2}, \tag{4}$$

где суммирование производится только по нечетным индексам m; $s_m = \pi m / a$ и $s_n = \pi n / b$ — поперечные постоянные распространения; $\gamma_{mn} = \sqrt{k^2 \varepsilon \mu - s_{mn}^2}$ — продольные постоянные распространения; $s_{mn}^2 = s_m^2 + s_n^2$; k_1, k_2, k_3 — верхние предельные индексы распространяющихся волн. Левая сумма соответствует волнам H_{m0}. Первый член в числителе правой суммы соответствует волнам E_{mn}, а второй член — волнам H_{mn}. При $\varepsilon\mu\beta^2 \leqslant 1$ мы имеем, как и прежде, переходное излучение в чистом виде.

Если пучок электронов тормозится в среде, заполняющей волновод, то для строгого решения задачи об излучении необходимо учитывать физические факторы, влияющие на траектории электронов и их функцию распределения. Однако в первом приближении задачу можно решить феноменологически, предположив, что все электроны равномерно замедляются до полной остановки на некотором пути L. При этом плот-

ность тока изменяется по закону $\exp\{-i[(\gamma_0/\alpha)\ln(1-\alpha z)+\omega t]\}$, где $\gamma_0=\omega/v_0$ — начальная фазовая постоянная волны тока и $\alpha=1/L$ — величина, обратная тормозному пути. Окончательно для волн H_{m0} имеем

$$R=\frac{\pi k\mu L^2}{cab(1+\gamma_0^2L^2)}\sum_{m=1}^{k}\frac{1}{\gamma_m}\quad\text{при } L\leqslant b;$$

$$R=\frac{\pi k\mu}{cab(\alpha^2+\gamma_0^2)}\left\{4(1-\alpha b)\sin^2\left[\frac{\gamma_0}{2\alpha}\ln(1-\alpha b)\right]+\alpha^2b^2\right\}\sum_{m=1}^{k}\frac{1}{\gamma_m}\quad\text{при } L\geqslant b. \tag{5}$$

Численные расчеты, произведенные по формулам (4) и (5) для волны H_{10}, показывают, что при $L\simeq b$ мощность переходного излучения оказывается примерно такого же

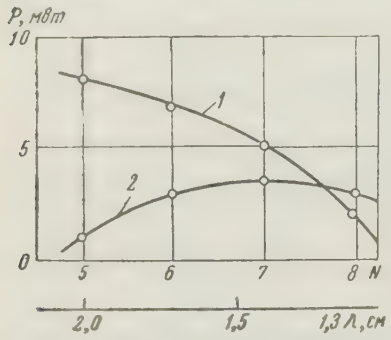


Рис. 1. Экспериментальная зависимость мощности переходного (*1*) и тормозного (*2*) излучений от частоты, *N* — номер гармоники

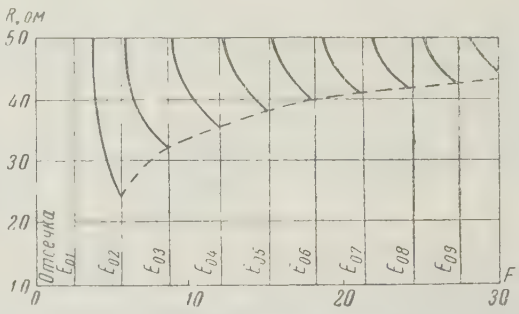


Рис. 2. Спектральная характеристика переходного излучения в волноводе в направлении движения бесконечно тонкого электронного пучка

порядка, что и тормозного, несколько превосходя ее. Для проверки этого результата был поставлен следующий эксперимент. Прямоугольный волновод с размерами 3×20 *мм* пронизывался пучком электронов с энергией ~3 *Мэв*. Одна из широких стенок волновода была выполнена из фольги, проницаемой для потока электронов. Волновод был нагружен одним концом на согласованную нагрузку, а другим концом на измерительную схему, реагирующую в основном на волну H_{10} (схема описана в [11]). Исследовалось вначале излучение в пустом волноводе, а затем в волновод вставлялся диэлектрический диск диаметром 20 *мм* и высотой 3 *мм* при $\varepsilon\simeq10$. Полученные спектральные характеристики излучения, представленные на рис. 1, подтверждают соображения, изложенные выше.

В заключение рассмотрим переходное излучение, направленное в сторону движения пучка. Пусть волна тока вида (1) существует на длине L цилиндрического волновода радиуса r_1. Нетрудно показать, что выражение для R имеет вид *

$$R=\frac{8}{cF\varepsilon}\sum_{n=1}^{k}\frac{1}{\gamma_n'\left(\gamma_n'-\frac{F}{\beta}\right)^2}\left[\frac{J_1(\nu_n\alpha)}{\alpha J_1(\nu_n)}\right]^2\sin^2\left[\frac{\Lambda}{F}\left(\frac{F}{\beta}-\gamma_n'\right)\right], \tag{6}$$

где $\alpha=r_0/r_1$; $F=2\pi r_1/\lambda$; $\gamma_n'=\sqrt{F^2-\nu_n^2}$; ν_n — n-й корень функции $J_0(x)$, $\Lambda=L/\lambda$. Зависимость R от F при $r_0=0$ и $w=0{,}5$ *Мэв* приведена на рис. 2. Длина излучателя $L(f)$ подбиралась на каждой частоте так, чтобы синус в формуле (6) был равен единице. Разрывы функции $R(F)$ соответствуют критическим частотам волн E_{0n} и могут быть устранены путем, например, учета потерь в среде или металле. Большие значения R вблизи критических частот являются практически нереализуемыми из-за трудностей, связанных с выводом энергии. Полезные значения определяются фактически нижней огибающей, проведенной пунктиром. Характерно, что при $r_0=0$

* Формула, аналогичная (6), впервые получена в работе [10] при расчете излучения ондулятора на продольном токе, которое в сущности является не чем иным, как переходным излучением.

эта огибающая с ростом F стремится к постоянному значению. Это связано с тем, что, как показано впервые в работе [1], переходное излучение по своей природе не зависит от частоты. Численные расчеты показывают, что при релятивистских скоростях пучка излучение в направлении движения пучка [формула (6)] оказывается значительно интенсивнее излучения в перпендикулярном направлении [формула (4)]. Это отражает вскрытую в работе [1] направленность переходного излучения при релятивистских энергиях.

Автор пользуется случаем выразить глубокую признательность Г. А. Бернашевскому за общее руководство работой.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Л. Гинзбург, И. М. Франк, ЖЭТФ, 1946, **16**, 1, 15.
2. В. Б. Брагинский, Радиотехника и электроника, 1956, **1**, 2, 225.
3. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ, 1954, **27**, 6, 761.
4. Г. А. Аскарьян, ЖЭТФ, 1956, **30**, 3, 584.
5. Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров, Докл. АН СССР, 1957, **116**, 3, 377.
6. В. Бобринев, В. Брагинский, Докл. АН СССР, 1958, **123**, 4, 634.
7. Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров, Докл. АН СССР, 1959, **124**, 4, 792.
8. Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров, Докл. АН СССР, 1959, **124**, 5, 1026.
9. Ю. Н. Днестровский, Д. П. Костомаров, Радиотехника и электроника, 1959, **4**, 2, 303.
10. А. Н. Выставкин, С. С. Шахиджанов, Радиотехника и электроника 1959, **4**, 8, 1404.
11. Ю. В. Анисимова, Г. А. Бернашевский, А. Н. Выставкин, Л. Г. Ломизе, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 6, 969.
12. А. Н. Выставкин, Сб. Электроника, 1959, 6, 13.
13. Л. Г. Ломизе, Радиотехника и электроника, 1960, **5**, 5, 707.
14. Л. А. Вайнштейн, Электромагнитные волны, Изд. Советское радио, 1958, § 80.
15. К. А. Барсуков, ЖЭТФ, 1959, **37**, 4, 1106.

Поступило в редакцию
26 IX 1959

СОГЛАСОВАНИЕ ДИАФРАГМИРОВАННОГО ВОЛНОВОДА

И. А. Гришаев, А. И. Зыков, С. Г. Кононенко

ВВЕДЕНИЕ

Согласование используемого в качестве замедляющей системы диафрагмированного волновода с прямоугольным имеет важное значение для устранения электрического пробоя при работе с высокой импульсной мощностью. Согласование достигается выбором параметров переходных устройств от дифрагмированного к прямоугольным волноводам. Для осуществления согласования важно, чтобы выходное устройство (нагрузка) диафрагмированного волновода не вносило бы отражений на заданной частоте или в некотором диапазоне частот. Кроме того, необходимо иметь устройство для измерения коэффициента отражения ρ или коэффициента стоячей волны k в диафрагмированном волноводе. Требуется также измерить полное сопротивление переходного устройства независимо от того, бегущая или стоячая волна существует в диафрагмированном волноводе.

Измеряя полное сопротивление системы «прямоугольный волновод — переходное устройство — диафрагмированный волновод — выходное устройство» в зависимости от параметров переходного устройства, можно установить, при каких значениях последних имеет место удовлетворительное согласование. Кроме того, зная полное сопротивление переходного устройства, легко найти величину и место помещения компенсирующей неоднородности, при помощи которой переходное устройство согласуется окончательно.

1. ИЗМЕРЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ОТРАЖЕНИЯ В ДИАФРАГМИРОВАННОМ ВОЛНОВОДЕ ПРИ ПОМОЩИ НАПРАВЛЕННОГО ОТВЕТВИТЕЛЯ

Очевидно, что геометрия диафрагмированного волновода не позволяет изготовить для него щелевую измерительную линию. Можно определять величину КСВ в диафрагмированном волноводе, помещая элемент связи последовательно в три резонатора, определяя амплитуду поля в них и измеряя с помощью фазометра [1] разность фаз между соседними резонаторами. Такая процедура может обеспечить удовлетворительную точность нахождения КСВ, но занимает много времени и ненаглядна.

Нами измерялся коэффициент отражения в диафрагмированном волноводе при помощи направленного ответвителя специальной конструкции (рис. 1), состоящего из коаксиальной линии, связанной с диафрагмированным волноводом элементами связи, которые разнесены на четверть длины волны в волноводе. Подобный направленный ответвитель аналогичен по назначению щелевой измерительной линии, особенно после введения в нагрузочный волновод ответвителя короткозамыкателя, при перемещении которого определяются КСВ и фаза отражения в основном волноводе [2].

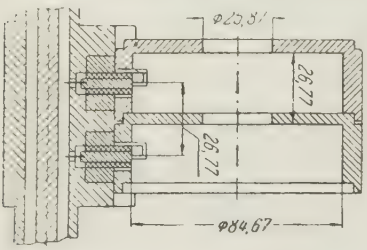


Рис. 1. Направленный ответвитель для диафрагмированного волновода

Фазовая скорость в диафрагмированном волноводе на рабочей частоте равна скорости света. Максимальная направленность составляла 26 *дб* на частоте, отличной от расчетной на 100 *кгц*. Ввиду большого ослабления в качестве индикатора использовался спектроанализатор. Очевидно, что чем выше направленность ответвителя, тем лучше можно произвести согласование диафрагмированного волновода с прямоугольным. При этом может быть достигнуто согласование не хуже

$$k = \frac{10^{H/20} + 1}{10^{H/20} - 1},$$

где H — направленность в децибелах (при $H = 26$ *дб* КСВ $\simeq 1{,}1$). Поэтому использование направленного ответвителя для точных измерений согласования целесообразно при условии, что его направленность достаточно велика.

2. ПОЛУЧЕНИЕ БЕГУЩЕЙ ВОЛНЫ В ДИАФРАГМИРОВАННОМ ВОЛНОВОДЕ

а) Метод адиабатического волновода. В качестве неотражающей нагрузки на выходе диафрагмированного волновода можно использовать специальный волновод, параметры которого плавно (адиабатически) изменяются на длине от исходного волновода до оконечного гладкого волновода, где помещается согласованная нагрузка (рис. 2), изготовление которой не представляет труда.

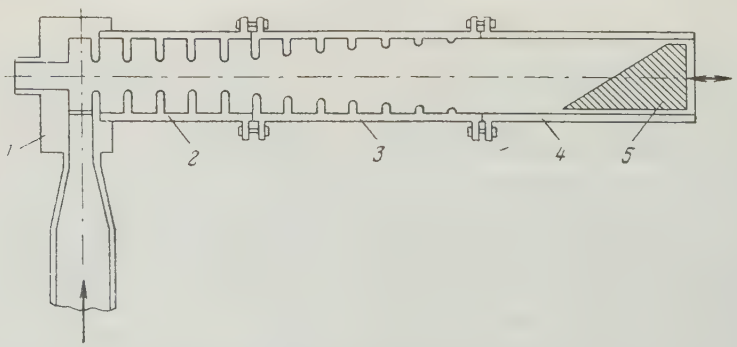


Рис. 2. Использование переходного адиабатического волновода для получения бегущей волны в диафрагмированном волноводе:

1 — входной согласователь; *2* — диафрагмированный; волновод; *3* — адиабатический волновод; *4* — круглый волновод; *5* — согласованная нагрузка

В адиабатическом волноводе наиболее удобно изменять только диаметр отверстий в диафрагмах, оставляя внутренний диаметр трубы волновода и расстояние между диафрагмами неизменными. Опыт показал, что для волноводов с небольшой и средней дисперсиями таким путем можно получить хорошее согласование в широкой полосе частот при небольшой длине переходного волновода. Так, КСВ, вносимый адиабатическим волноводом длиной 700 *мм*, использовавшимся для согласования диафрагмированного волновода с цилиндрическим, не превышал 1,02 в диапазоне 2740—2810 *Мгц*. Диафрагмированный волновод имел следующие параметры: $2b = 90{,}3$ *мм*; $2a = 37{,}6$ *мм*; $D = 21{,}5$ *мм*; $\lambda_0 = 10{,}7$ *см*. Адиабатический волновод состоял из 33 резонаторов; диаметр отверстий в диафрагмах изменялся согласно рис. 3, где приведена зависимость разности диаметров отверстий соседних резонаторов от положения вдоль волновода (от номера резонатора).

Применение указанного способа для согласования волноводов с высокой дисперсией потребует существенного увеличения длины адиабатического волновода, так как в этом случае необходимы меньшие изменения параметров по длине.

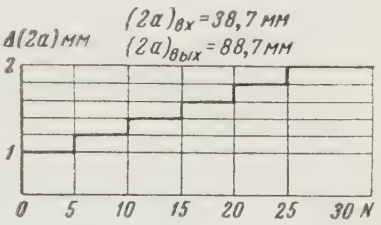


Рис. 3. Зависимость разности диаметров отверстий в диафрагмах соседних резонаторов от положения их вдоль волновода (N — номер резонатора)

б) **Метод последовательного согласования.** Иногда входное и выходное переходные устройства от диафрагмированного волновода к прямоугольным могут быть регулируемыми в широких пределах. В таких случаях для получения бегущей волны может быть применен метод, заключающийся в многократном согласовании системы со стороны входа и выхода. Пусть ко входному и выходному волноводам присоединены измерительные линии, по которым мощность можно подавать в диафрагмированный волновод, попеременно помещая согласованную нагрузку в противоположный волновод, и пусть достигнуто согласование системы при подаче мощности со стороны входа и выхода. Это значит, что входное и выходное переходные устройства точно согласованы. Действительно, модули коэффициента отражения при падении волны со стороны входа и выхода определяются из выражений

$$|p_{\text{вх}}|^2 = \frac{p_1^2 - 2p_1p_2e^{-2\alpha l}\cos\psi + p_2^2e^{-4\alpha l}}{1 - 2p_1p_2e^{-2\alpha l}\cos\psi + p_1^2p_2^2e^{-4\alpha l}},$$

$$|p_{\text{вых}}|^2 = \frac{p_2^2 - 2p_1p_2e^{-2\alpha l}\cos\psi + p_1^2e^{-4\alpha l}}{1 - 2p_1p_2e^{-2\alpha l}\cos\psi + p_1^2p_2^2e^{-4\alpha l}},$$

где p_1 — модуль коэффициента отражения входного перехода; p_2 — модуль коэффициента отражения выходного перехода; $e^{-2\alpha l}$ — затухание в диафрагмированном волноводе.

Если $|p_{\text{вх}}| = |p_{\text{вых}}| = 0$, то

$$p_1^2 - 2p_1p_2e^{-2\alpha l}\cos\psi + p_2^2e^{-4\alpha l} = 0,$$

$$p_2^2 - 2p_1p_2e^{-2\alpha l}\cos\psi + p_1^2e^{-4\alpha l} = 0,$$

а это может быть только при $p_1 = p_2 = 0$. Пусть в начале согласования $p_1 > p_2$, тогда КСВ в измерительной линии больше в том случае, когда она присоединена ко входу. Уменьшая входным согласователем коэффициент отражения при падении волны со стороны входа, затем повторяя эту операцию со стороны выхода и т. д., мы легко можем согласовать всю систему. Следует отметить, что чем больше затухание в диафрагмированном волноводе, тем быстрее приходим к согласованию. Поэтому описанный способ предпочтителен для волноводов большой длины. Условием для его справедливости является отсутствие отражений в диафрагмированном волноводе между переходами. К сожалению, в волноводах с высокой дисперсией это условие не всегда выполняется.

3. ИЗМЕРЕНИЕ КСВ И ФАЗЫ ОТРАЖЕНИЯ ПЕРЕХОДНОГО УСТРОЙСТВА ПРИ ПОМОЩИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ НАГРУЗКИ (4)

В этом случае необходимо измерить и нанести на график зависимость КСВ и положения минимума электрического поля во входном прямоугольном волноводе от положения произвольной нагрузки в диафрагмированном волноводе. Положение произво-

льной нагрузки L отсчитывается от любого конца диафрагмированного волновода. КСВ переходного устройства определяется по формуле

$$k_{вх} = \sqrt{A + \sqrt{A^2 - k_0^2}}, \quad (1)$$

где

$$A = \frac{2k_0(k_1^2+1) - \left(1 + \cos\frac{4D}{\lambda_g}\pi\right)(k_0^2+1)k^1}{2k_1\left(1 - \cos\frac{4D}{\lambda_g}\pi\right)};$$

D — период диафрагмированного волновода: λ_g — длина волны в нем: k_0 и k_1 — некоторые значения КСВ на кривой КСВ $= f(L)$, определяемые из условия, что если при $L = L_0$ КСВ $= k_0$, то $(\text{КСВ})_{L=L_0+D} = (\text{КСВ})_{L=L_0-D} = k_1$.

Могут быть два случая:

1) Фаза отражения во входном волноводе при перемещении нагрузки незначительно изменяется вокруг среднего значения. Это значит, что отражение от нагрузки меньше входного отражения ($p_н < p_{вх}$). В этом случае $k_{вх}$ определяется из формулы (1), а фаза входного отражения определяется при помещении нагрузки в сечение $L = L_0$, т. е. $\varphi_{вх} = (\varphi)_{L=L_0}$.

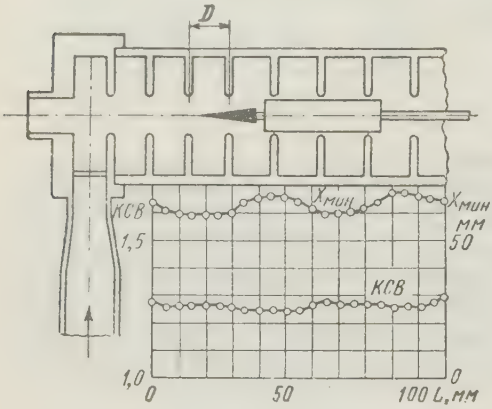


Рис. 4. Зависимость КСВ и положения минимума электрического поля $X_{мин}$ на входе диафрагмированного волновода от положения в нем согласованной нагрузки

2) Фаза отражения при перемещении нагрузки изменяется все время в одном направлении. Это значит, что $p_н > p_{вх}$. При этом

$$k_{вх} = \frac{\sqrt{A + \sqrt{A^2 - k_0^2}}}{k_0},$$

а фаза входного отражения определяется по-разному в зависимости от соотношения k_0 и k_1:

а) если $k_0 > k_1$, то $\varphi_{вх} = (\varphi)_{L=L_0}$,

б) если $k_0 < k_1$, то $\varphi_{вх} = (\varphi)_{L=L_0} \pm 130°$.

Нагрузки, использовавшиеся в работе, представляли собой клиновидные пластинки гетинакса, покрытые графитовым слоем. Оказалось возможным изготовить нагрузки, хорошо согласованные при любом положении относительно дисков волновода.

Зависимость КСВ и положения минимума электрического поля $X_{мин}$ во входном волноводе от положения L такой нагрузки в диафрагмированном волноводе с параметрами $2b = 84{,}6$ *мм*; $2a = 24{,}9$ *мм*; $D = 26{,}8$ *мм*; $\lambda_0 = 10{,}7$ *см* приведена на рис. 4. Как видно из рис. 4, $k_н < 1{,}01$ при всех положениях нагрузки. Как правило, легче получить хорошее согласование нагрузки, используя узкие и длинные пластинки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

При согласовании диафрагмированного волновода, обладающего небольшой и средней дисперсиями (большие отверстия в диафрагмах, большой внутренний диаметр волновода), можно успешно использовать как метод адиабатического волновода, так и метод последовательного согласования.

Если необходимо быстрое измерение коэффициента отражения в диафрагмированном волноводе, целесообразно использовать направленный ответвитель при условии, что его направленность достаточно высока (30—40 *дб*).

Способ измерения полного сопротивления переходного устройства при помощи произвольной подвижной нагрузки в диафрагмированном волноводе является наиболее доступным, надежным и применим к периодическим волноводам любого типа.

ЛИТЕРАТУРА

1. О. А. Вальднер, Н. П. Собенин, Приборы и техника эксперимента, 1958, 4, 19, 20.
2. А. И. Зыков, Измерительная техника, 1959, 3.
3. M. Chodorow, E. L. Cinzton, Rev. Scient. Instrum., 1955, 26, 2, 135.
4. А. И. Зыков, С. Г. Кононенко, Измерение входного импеданса периодически нагруженного волновода в полосе частот при помощи произвольной нагрузки, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 6, 926.

Поступило в редакцию
17 VI 1959
После переработки
29 II 1960

ТЕРМОЭЛЕКТРОННЫЕ СВОЙСТВА ТАНТАЛАТОВ ЩЕЛОЧНОЗЕМЕЛЬНЫХ МЕТАЛЛОВ

Б. В. Бондаренко, С. В. Ермаков, Б. М. Царев

Результаты предварительных исследований основного танталата бария [1] $Ba_5Ta_2O_{10}$, показавших более высокие его эмиссионные свойства по сравнению с вольфраматом бария, послужили поводом к более детальному исследованию термоэлектронной эмиссии всей системы танталатов щелочноземельных металлов. Танталаты различного состава синтезировались путем спекания на воздухе соответствующих смесей окиси тантала и карбонатов щелочноземельных металлов. Исследования термоэлектронной эмиссии танталатов производились на танталовом керне в широком диапазоне температур по методике, описанной ранее [2, 3]. По полученным при этом значениям плотности тока эмиссии определялись значения работы выхода φ_T при различных значениях температуры с использованием для этой цели уравнения

$$j = 120T^2 \exp\left(-\frac{e\varphi_T}{kT}\right)$$

и соответствующих ему графиков.

Были синтезированы и исследованы танталаты следующих составов:

1. Танталаты бария типа $(BaO)_n(Ta_2O_5)_m$ с соотношениями компонентов $n : m$, равными 3 : 7, 1 : 1; 2 : 1; 7 : 3; 3 : 1; 4 : 1; 4,5 : 1; 5 : 1; 7 : 1; 9 : 1.
2. Основные танталаты бария, стронция и кальция типа $Me_5Ta_2O_{10}$.
3. Двойные основные танталаты бария — стронция, стронция — кальция и бария — кальция различных составов.
4. Тройные основные танталаты бария, стронция и кальция различного состава.

Таблица 1

Термоэлектронные свойства танталатов бария типа $(BaO)_n(Ta_2O_5)_m$ различного состава

$n : m$	j_e, $a\ см^{-2}$ при $T = 1200°K$	φ_T, $эв$ при $T = 1200°K$	$\varphi_{T\,мин}$, $эв$	$T°K$ ($\varphi_{мин}$)
3 : 7	$4{,}0 \cdot 10^{-7}$	3,49	3,47	1300
1 : 1	$7{,}0 \cdot 10^{-6}$	3,18	3,17	1300
2 : 1	$5{,}0 \cdot 10^{-4}$	2,75	2,65	1300
7 : 3	$7{,}5 \cdot 10^{-4}$	2,71	2,65	1300
3 : 1	$7{,}5 \cdot 10^{-3}$	2,48	2,48	1200
4 : 1	$5{,}0 \cdot 10^{-3}$	2,51	2,51	1200
4,5 : 1	$1{,}0 \cdot 10^{-2}$	2,44	2,44	1150
5 : 1	$1{,}5 \cdot 10^{-2}$	2,39	2,38	1150
7 : 1	$2{,}2 \cdot 10^{-2}$	2,36	2,35	1150
9 : 1	$2{,}0 \cdot 10^{-2}$	2,37	2,35	1150

Кроме того, был синтезирован и испытан на танталовом же керне основной ниобат бария $Ba_5Nb_2O_{10}$.

Порошки различных танталатов растирались в агатовой ступке до получения среднего размера зерна, не превышавшего 1 *мк*. Затем суспензия порошка на метиловом спирте наносилась кисточкой на предварительно отожженную в высоком вакууме танталовую ленту.

Основные результаты определения термоэмиссионных свойств танталатов сводятся к следующему.

1. В соответствии с теоретической зависимостью работы выхода полупроводниковых веществ от температуры танталаты бария различных составов обладают минимальным значением работы выхода $\varphi_{T\,мин}$ при определенных значениях температуры, приведенных в табл. 1.

2. Из приведенных там же значений φ_T при $T = 1200°$ К и из рис. 1 видно, что работа выхода танталатов бария снижается по мере увеличения содержания BaO и достигает минимальных значений у танталатов с отношением $n : m$, превышающим 5 : 1.

3. Танталаты бария с соотношением $n : m > 5 : 1$ при длительной работе в вакууме на танталовом керне постепенно снижают свою эмиссию и увеличивают φ_T до значений, соответствующих составу с $n : m = 5 : 1$, т. е. основному танталату $Ba_5Ta_2O_{10}$, устойчивому при работе в вакууме до температуры порядка 1500° К, когда танталат еще сохраняет свой первоначальный белый цвет. При прокаливании же до 1600° К он сереет, а при 1800° К становится почти черным. На рис. 2 показан значитель-

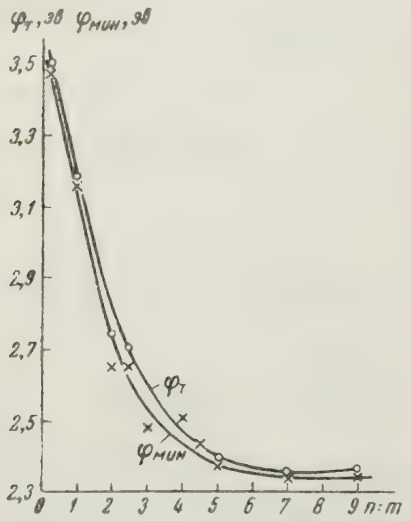


Рис. 1

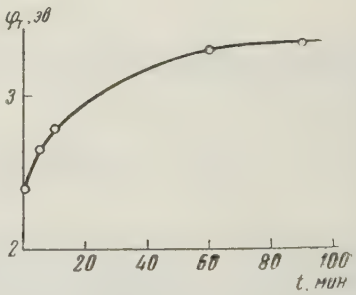


Рис. 2

Рис. 1. Зависимость полной работы выхода φ_T при $T = 1200°$ К и минимальной работы выхода $\varphi_{мин}$ от состава танталатов бария $(BaO)_n(Ta_2O_5)_m$ различного соотношения $n : m$

Рис. 2. Изменение полной работы выхода φ_T при $T = 1200°$ К основного танталата бария в зависимости от продолжительности его прокаливания при $T = 1800°$ К

ный рост работы выхода φ_T при $T = 1200°$ К основного танталата бария в зависимости от продолжительности его прокаливания при $T = 1800°$ К. При этом, по-видимому, происходит постепенное разложение основного танталата бария (вплоть до чистой Ta_2O_5) или переход его в танталат с более низким содержанием BaO за счет присоединения к танталату окиси тантала, образующейся при реакции керна кислородом остаточных газов (исследования велись в вакууме порядка 10^{-7}—10^{-6} *мм* рт. ст.).

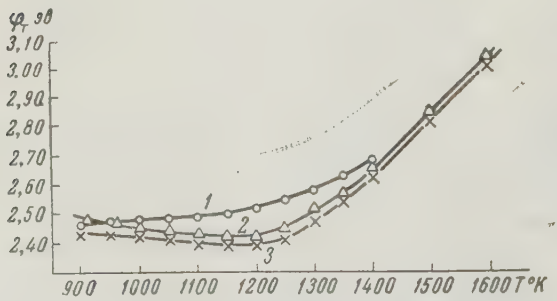


Рис. 3. Температурная зависимость полной работы выхода φ_T для простых основных вольфрамата (*1*), ниобата (*2*) и танталата (*3*) бария на танталовом керне

4. Результаты испытания основных танталатов типа $Me_5Ta_2O_{10}$ как простых, так двойных и тройных приведены в табл. 2, откуда видно, что наилучшими эмиссионными свойствами обладает основной танталат бария. Замена части бария стронцием или кальцием заметно снижает эмиссию и увеличивает работу выхода. Как видно из рис. 3, основной ниобат бария занимает по своим эмиссионным свойствам промежуточное положение между основным танталатом бария и основным вольфраматом бария.

Таблица 2

Термоэлектронные свойства основных вольфрамата, ниобата бария, танталатов бария, стронция и кальция; двойных и тройных основных танталатов щелочноземельных металлов

Соединение	j, $а/см^2$ при $T = 1200°K$	φ_T, $эв$ при $T = 1200°K$	Соединение	j, $а/см^2$ при $T = 1200°K$	φ_T, $эв$ при $T = 1200°K$
Ba_3WO_6	$4{,}2\cdot10^{-3}$	2,52	$Sr_2Ca_3Ta_2O_{10}$	$2{,}7\cdot10^{-5}$	3,05
$Ba_5Nb_2O_{10}$	$1{,}3\cdot10^{-2}$	2,42	$SrCa_4Ta_2O_{10}$	$2{,}5\cdot10^{-5}$	3,06
$BaTa_2O_{10}$	$1{,}5\cdot10^{-2}$	2,39	$Ca_4BaTa_2O_{10}$	$4{,}0\cdot10^{-4}$	2,78
$Sr_5Ta_2O_{10}$	$2{,}6\cdot10^{-4}$	2,82	$Ca_3Ba_2Ta_2O_{10}$	$8{,}5\cdot10^{-4}$	2,69
$Ca_5Ta_2O_{10}$	$5{,}5\cdot10^{-5}$	2,98	$CaBa_4Ta_2O_{10}$	$1{,}5\cdot10^{-3}$	2,63
$Ba_4SrTa_2O_{10}$	$6{,}5\cdot10^{-3}$	2,48	$Ba_3SrCaTa_2O_{10}$	$3{,}1\cdot10^{-3}$	2,55
$Ba_3Sr_2Ta_2O_{10}$	$5{,}0\cdot10^{-3}$	2,51	$Ba_2Sr_2CaTa_2O_{10}$	$5{,}0\cdot10^{-3}$	2,51
$Ba_2Sr_3Ta_2O_{10}$	$2{,}0\cdot10^{-3}$	2,60	$BaSr_3CaTa_2O_{10}$	$1{,}1\cdot10^{-3}$	2,66
$BaSr_4Ta_2O_{10}$	$1{,}5\cdot10^{-3}$	2,63	$BaSr_2Ca_2Ta_2O_{10}$	$1{,}0\cdot10^{-3}$	2,67
$Sr_4CaTa_2O_{10}$	$2{,}2\cdot10^{-4}$	2,83	$Ba_2SrCa_2Ta_2O_{10}$	$1{,}1\cdot10^{-3}$	2,66
$Sr_3Ca_2Ta_2O_{10}$	$4{,}5\cdot10^{-5}$	2,99	$BaSrCa_3Ta_2O_{10}$	$1{,}6\cdot10^{-3}$	2,62

Основной вывод из полученных результатов сводится к следующему: основной танталат бария обладает более высокой эмиссионной способностью по сравнению с основным вольфраматом бария, однако при высоких значениях температуры он термически менее устойчив, чем последний и его предельная допустимая рабочая температура (1500° К) несколько ниже предельной рабочей температуры основного вольфрамата бария (1700—1800°К).

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. В. Бондаренко, Е. П. Остапченко, Б. М. Царев, Термоэлектронные свойства вольфраматов щелочноземельных металлов, Радиотехника и электроника, 1960, 5, 8, 1246.
2. Б. В. Бондаренко, К вопросу о методике определения термоэмиссионных постоянных полупроводниковых катодов, Тр. МФТИ, вып. 4, Исследования по физике и радиофизике, Оборонгиз, 1959, стр. 72—84.
3. Б. В. Бондаренко, Е. П. Остапченко, Б. М. Царев, Синтез, структура и термоэлектронные свойства вольфраматов щелочноземельных металлов, Сб. Вопросы радиоэлектроники, серия 1 «Электроника», 1959, 3, 108—124.

Поступило в редакцию
1 IV 1960

ПИСЬМА В РЕДАКЦИЮ

О СВОЙСТВАХ ОГИБАЮЩЕЙ СТАЦИОНАРНОГО СЛУЧАЙНОГО ПРОЦЕССА

В этой заметке обращается внимание на то, что не всякий стационарный процесс $\xi(t)$ может быть представлен в виде

$$\xi(t) = A(t)\cos[\omega_0 t + \theta(t)], \tag{1}$$

где огибающая $A(t)$ — стационарный процесс, а одномерное условное распределение $W_\theta(\theta/A)$ фазы θ при фиксированном значении A (в один и тот же момент времени t) не зависит от t. Действительно, в [1] показано, что при указанных предположениях относительно статистических свойств A и θ характеристическая функция $f_\xi(u)$ процесса $\xi(t)$ следующим образом связана с одномерным распределением $W_A(A)$ огибающей *:

$$f_\xi(u) = \int_0^\infty J_0(uA)\, W_A(A)\, dA. \tag{2}$$

* Формула (2) была впервые получена в работе [2] при гораздо более сильном предположении: 1) A и θ независимы, 2) θ равнораспределена в интервале $(0, 2\pi)$; см. также [3].

Из вещественности (и четности) функции $f_\xi(u)$ с необходимостью следует, что одномерное распределение $w_\xi(\xi)$ исходного процесса $\xi(t)$ симметрично, т. е. $w_\xi(\xi) = w_\xi(-\xi)$.

Таким образом, представление (1) со стационарными (не зависящими от времени) распределениями для A и θ возможно только для процессов $\xi(t)$ с симметричными распределениями $w_\xi(\xi)$.

Соотношение (2) дает возможность установить универсальную связь между четными моментами $\overline{\xi^{2m}}$ и $\overline{A^{2m}}$ для произвольного (симметричного) распределения $w_\xi(\xi)$. При $m = 1$ это сделано в [4]. Воспользуемся связью между $\overline{\xi^n}$ и n-й производной $f_\xi^{(n)}(u)$ при $u = 0$:

$$\overline{\xi^n} = i^{-n} f_\xi^{(n)}(0) = i^{-n} J_0^{(n)}(0) \int_0^\infty A^n W_A(A)\, dA = i^{-n} J_0^{(n)}(0)\, \overline{A^n}. \tag{3}$$

Для n-й производной от функции Бесселя в нуле имеем

$$J_0^{(n)}(0) = \begin{cases} (-1)^m (2m)! / (m!)^2 2^{2m}, & \text{если } n = 2m, \\ 0, & \text{если } n = 2m+1. \end{cases} \tag{4}$$

На основании (3) и (4) получаем

$$\overline{A^{2m}} = \frac{2^{2m}}{(2m)!} \frac{(m!)^2}{} \overline{\xi^{2m}}. \tag{5}$$

Если процесс $\xi(t)$ — нормальный, то $\overline{\xi^{2m}} = (2m-1)!!\ (\overline{\xi^2})^m$; при этом получаем известный результат [5]

$$\overline{A^{2m}} = \frac{2^{2m}\,(m!)^2\,(2m-1)!!}{(2m)!}\ (\overline{\xi^2})^m. \tag{6}$$

Автор благодарен Л. И. Гудзенко за обсуждение рассмотренного вопроса.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ф. В. Бункин, Л. И. Гудзенко, Радиотехника и электроника, 1958, **3**, 7, 968.
2. A. Blanc-Lapierre, M. Sauelli, A. Tortrat, Ann. télécommuns 1954, **9**, 237.
3. С. М. Рытов, ЖЭТФ, 1955, **29**, 702.
4. Wm. M. Brown, IRE Trans. Circuit Theory, 1959, **6**, Spec. suppl., 217—227.
5. В. И. Бунимович, Флюктуационные процессы в радиоприемных устройствах, Изд. Советское радио, 1951.

Ф. В. Бункин

Физический институт им. П. Н. Лебедева
АН СССР

Поступило в редакцию
19 II 1960

CONTENTS

Chikhachev B. M. Oscillation of radiowave refraction radiated by the Sun . . . 1359
Rodak M. I. Scattering of non-monochromatic radiowaves on wandering inhomogeneities . . . 1370
Kaganov V. I., Nemirovskii N. S. Influence of interferences upon the automatic frequency control system PI . . . 1380
Shemanaev G. D., Ivanova E. N. Two-circuit oscillator locking . . . 1387
Tandit V. L., Tartakovskii L. B. Reflector antenna radiation in the shadow . . . 1398
Kinber B. E. Conditions of shading and a diffraction correction to the current distribution . . . 1407
Stein N. I. Influence of parasitic parameters of an electric waveguide model on the accuracy of solving of a field distribution problem . . . 1417
Kovtun N. M. Propagation of electromagnetic waves in waveguides of a complex cross-section with a cross-magnetized ferrite plate . . . 1426
Dnestrovskii Yu. N., Kostomarov D. P. Electromagnetic radiation by a charged particles bunch passing by a waveguide with an infinite plane . . . 1431
Lisovskii L. P. Experimental study of backward-wave tubes with a non-uniform delay structure . . . 1442
Loshakov L. N. On the theory of a microwave electron tube with interaction in a transverse direction . . . 1448
Yuriev V. I. Interaction of an electron stream with a dielectric delay structure 1458
Igritskii A. L. Influence of parameters spread of a periodic focuser on the electron beam focusing in TWT . . . 1467
Berkovskii A. G., Polskii V. G. Investigation of the time resolving power of photoelectron multipliers by a method of oscillographing . . . 1475
Perevodchikov V. I., Kuznetsov E. P. Possibilities of using GeS photoresistances as camera tube targets . . . 1478
Breitman V. M. Examples of practical calculations of electron (ion) optical systems including a space charge considerations by modelling in a three-dimensional electrolyte . . . 1484
Kucherenko E. T., Demianenko V. P., Talnova G. N. Ion bombardment influence on oxided and BaO cathodes emission . . . 1493
Kirsanova T. S., Sakharov I. E. Workfunction of BaO thin films on a Mo-support 1500
Vasilieva I. A., Granovskii V. L., Chernovolenko A. F. New information concerning magnetic field influence on ions leaving plasma in helium and argon 1508
Guzhova S. K., Syrgii A. S. Investigation of a rarefied gas deionization in magnetic field . . . 1516
Syrgii A. S., Granovskii V. L. Deionization speed of a rarefied helium in magnetic field. P. II . . . 1522
Agakhanian T. M. Transfer characteristics of the elements of T-form equivalent scheme for drift triode . . . 1531

BRIEF REPORTS

Falkovich S. E. Optimum detection of unknown intensity signals from a noise background . . . 1539
Skripnik Yu. A. Zero modulation method of measuring phase difference in a wide frequency band . . . 1542
Sam M. F. Waveguide properties of a two-helix delay system for one particular case . . . 1543
Davidchevskii Yu. I., Minkovich B. M., Kalinin V. A. On antennae with quasi-optimum aperture . . . 1545
Lomize L. G. On the problem of transition radiation and bremstrahlung in waveguide systems . . . 1546
Grishaev I. A., Zykov A. I., Kononenko S. G. Matching of a diaphragm-loaded waveguide . . . 1549
Bondarenko B. V., Ermakov S. V., Tsarev B. M. Thermoelectron properties of the tantalates of alkaline-earth metals . . . 1553

LETTERS TO THE EDITOR

Bunkin F. V. On the properties of a stationary random process envelope . . . 1555

Цена 13 руб. 75 коп.

Открыта подписка на журналы Академии наук СССР на 1961 год

Названия журналов	Кол-во номеров в год	Подписная цена: годовая	Подписная цена: полугодовая
ОБЩЕАКАДЕМИЧЕСКИЕ ЖУРНАЛЫ			
Вестник Академии наук СССР	12	96	48
Доклады Академии наук СССР (без папок)	36	518—40	259—20
Доклады Академии наук СССР (с 6-ю колепковыми папками с тиснением)	36	542—40	271—20
Известия Карельского и Кольского филиалов АН СССР	4	28	14
Природа	12	84	42
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ			
Акустический журнал	4	48	24
Астрономический журнал	6	99	49—50
Атомная энергия	12	96	48
Журнал вычислительной математики и математической физики	6	90	45
Журнал технической физики	12	126	63
Журнал экспериментальной и теоретической физики	12	288	144
Известия Академии наук СССР			
Серия геофизическая	12	180	90
Серия математическая	6	90	45
Серия физическая	12	144	72
Кристаллография	6	90	45
Математический сборник	12	144	72
Оптика и спектроскопия	12	162	81
Приборы и техника эксперимента	6	90	45
Теория вероятностей и ее применения	4	45	22—50
Успехи математических наук	6	96	48
Успехи физических наук	12	144	72
Физика металлов и металловедение	12	150	75
Физика твердого тела	12	300	150
ХИМИЧЕСКИЕ НАУКИ			
Высокомолекулярные соединения	12	150	75
Геохимия	8	72	36
Журнал аналитической химии	6	72	36
Журнал научной и прикладной фотографии и кинематографии	6	45	22—50
Журнал неорганической химии	12	270	135
Журнал общей химии	12	330	165
Журнал прикладной химии	12	225	112—50
Журнал физической химии	12	270	135
Известия Академии наук СССР, Отделение химических наук	12	180	90
Коллоидный журнал	6	72	36
Радиохимия	6	72	36
Успехи химии	12	96	48
ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ			
Автоматика и телемеханика	12	135	67—50
Известия Академии наук СССР			
Металлургия и топливо	6	75	37—50
Механика и машиностроение	6	75	37—50
Энергетика и автоматика	6	75	37—50
Прикладная математика и механика	6	108	54
Радиотехника и электроника	12	165	82—50
Теплоэнергетика	12	96	48
Химия и технология топлив и масел	12	72	36
Электричество	12	96	48
ЖУРНАЛ СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ АКАДЕМИИ НАУК СССР			
Геология и геофизика	12	84	42
Журнал прикладной механики и технической физики	6	90	45
Журнал структурной химии	6	72	36
Известия Сибирского отделения Академии наук СССР	12	84	42
Кинетика и катализ	6	90	45
Сибирский математический журнал	6	90	45

ПОДПИСКА ПРИНИМАЕТСЯ повсеместно впунктах подписки «Союзпечати», в почтамтах, конторах и отделениях связи, общественными уполномоченными на заводах и фабриках, в научно-исследовательских институтах, учебных заведениях и организациях, а также отделениями и магазинами «Академкнига» и конторой «Академкнига» по адресу: